Übungen zur Statistischen Physik (SS 2009)

Blatt 11

Aufgabe 1: Starrer Rotator (10 Punkte)

Der quantenmechanische Rotator wird durch den Hamilton–Operator

$$H = \frac{\vec{L}^2}{2I}$$

beschrieben, wobei $\vec{L}$ der Bahndrehimpuls und I das Trägheitsmoment ist.

a) Berechnen Sie die kanonische Zustandssumme. Zeigen Sie, dass für $kT \gg \frac{\hbar^2}{2I}$ die Wärmekapazität C_V unabhängig von T ist. (6 Punkte)
Hinweis: Approximieren Sie für $kT \gg \frac{\hbar^2}{2I}$ die Zustandssumme durch ein Integral.

b) Für kleine Temperaturen, $kT \ll \frac{\hbar^2}{2I}$, kann die Zustandssumme näherungsweise durch ihre ersten beiden Terme approximiert werden. Warum? Berechnen Sie C_V für diesen Fall. (4 Punkte)

Aufgabe 2: Mittlere Besetzungszahl (4 Punkte)

Ein thermodynamisches System bestehe aus N (ortsfesten) Atomen, deren jedes sich entweder im Grundzustand mit der Energie $\epsilon = 0$ oder in einem angeregten Zustand mit einer Energie $\epsilon > 0$ befinden kann.

a) Zeigen Sie, dass die mittlere Anzahl n der angeregten Atome durch

$$\langle n \rangle = \frac{N}{\mathrm{e}^{\beta\epsilon} + 1}$$

gegeben ist. (3 Punkte)

b) Kann man dieses Ergebnis als eine Fermi–Verteilung interpretieren? (1 Punkt)

Aufgabe 3: Kosmische Hintergrundstrahlung (6 Punkte)

Wie Sie wissen, ist das Weltall mit einer Hintergrundstrahlung der Temperatur $2,7\,\mathrm{K}$ erfüllt.

a) Warum kann man die derzeitig mit der Expansion des Weltalls verbundene Volumenvergrößerung für die Hintergrundstrahlung als adiabatischen Prozess betrachten? (2 Punkte)
Hinweis: Betrachten Sie zur Vereinfachung das Weltall als geschlossen.

b) Wie ändert sich die Temperatur der Hintergrundstrahlung mit dem Volumen? (2 Punkte)

c) Wie groß ist die heutige Energiedichte der Hintergrundstrahlung? (2 Punkte)