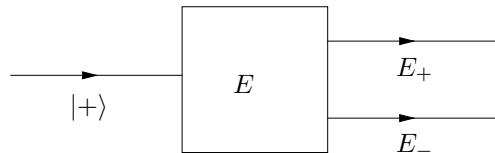


Übungen zur Quantentheorie (WS 2008/2009)

Blatt 9

Aufgabe 1: Gedrehter Stern-Gerlach-Apparat (8 Punkte)

Ein Strahl aus Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen, welche in dem Eigenzustand „up“ der z -Komponente des Spins präpariert sind, wird in einem Stern-Gerlach-Apparat E in die Eigenzustände E_+ und E_- des Spins bezüglich der Richtung $\vec{e} = (\sin \vartheta, 0, \cos \vartheta)$ aufgespalten:



- Durch welche Spinoren werden die Zustände E_+ und E_- beschrieben? (2 Punkte)
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man beim Durchgang eines einzelnen Teilchens den Zustand E_+ , mit welcher E_- ? (2 Punkte)
- Die beiden Strahlen E_+ und E_- werden wieder zusammengeführt (zur Interferenz gebracht). Welcher Zustand ergibt sich? (2 Punkte)
- In den Strahl E_- wird eine Apparatur eingefügt, welche die Teilchen im Ortsraum um einen Winkel von 360° dreht. Welcher Zustand ergibt sich, wenn der so manipulierte Strahl E'_- mit E_+ zur Interferenz gebracht wird? (2 Punkte)

Aufgabe 2: Theorem von Ehrenfest (Drehimpuls) (4 Punkte)

Berechnen Sie, analog zum Beweis des Ehrenfest'schen Theorems, für ein Teilchen im konservativen Kraftfeld die Größe $\frac{d}{dt}\langle \vec{L} \rangle$, wobei \vec{L} der Drehimpulsoperator ist. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem der klassischen Mechanik.

Aufgabe 3: Heisenberg'sche Bewegungsgleichungen (HO) (6 Punkte)

- Stellen Sie für den harmonischen Oszillator $H = \frac{1}{2m}P^2 + \frac{m\omega^2}{2}Q^2$ die Heisenberg'schen Bewegungsgleichungen für $a(t)$, $a^+(t)$, $P(t)$ und $Q(t)$ auf. (2 Punkte)
- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für $a(t)$ und $a^+(t)$. Bestimmen Sie damit $Q(t)$ und $P(t)$. (4 Punkte)