

## Aufgabe 20: Bewegung im homogenen Kraftfeld (6 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen im 1-dimensionalen homogenen Kraftfeld mit Potential  $V(x) = -Fx$ :

- a) Wie lautet die zeitabhängige Schrödingergleichung in der Impulsraumdarstellung für  $\tilde{\psi}(p, t)$ ? Lösen Sie sie zu vorgegebener Impulsraumwellenfunktion  $\tilde{\psi}(p, 0) = \tilde{\psi}(p)$  bei  $t = 0$ . Verwenden Sie dazu den Ansatz

$$\tilde{\psi}(p, t) = \tilde{\phi}(p, t - \frac{p}{F}).$$

- b) Berechnen Sie anschließend  $\psi(x, t)$  durch Fouriertransformation von  $\tilde{\psi}(p, t)$  für den Fall, dass die Ortsraumwellenfunktion bei  $t = 0$  ein Gaußpaket

$$\psi(x) = \left( \frac{1}{2\pi\lambda} \right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{4\lambda}}$$

der Varianz  $\lambda > 0$  ist. Vergleichen Sie  $|\psi(x, t)|^2$  mit dem klassischen Resultat. Berechnen Sie für ein Elektron mit  $\lambda = 10^{-10} \text{m}^2$  die Zeit, nach der sich die Breite von  $|\psi(x, t)|^2$  verdoppelt.

## Aufgabe 21: Störungsrechnung beim harmonischen Oszillator (7 Punkte)

Ein harmonischer Oszillator in zwei Raumdimensionen mit Frequenz  $\omega$  hat den Hamilton-Operator

$$H_0 = \frac{1}{2m} \vec{P}^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{Q}^2,$$

wobei  $\vec{Q} = (X, Y)$ . Untersuchen Sie das durch den Hamilton-Operator

$$H = H_0 + H_1$$

mit  $H_1 := \lambda m \omega^2 XY$  beschriebene System

- a) mit Hilfe der Störungsrechnung erster Ordnung für den zweifach entarteten ersten angeregten Zustand des Systems  $H_0$ , und
- b) durch exaktes Lösen des Eigenwertproblems für den Operator  $H$ .  
*Hinweis:* Führen Sie dazu die Koordinaten  $U := \frac{1}{\sqrt{2}}(X - Y)$  und  $V := \frac{1}{\sqrt{2}}(X + Y)$  ein.

Vergleichen und diskutieren Sie die Ergebnisse.

## Aufgabe 22: Impulsdarstellung des harmonischen Oszillators (4 Punkte)

Wie lautet die zeitunabhängige Schrödingergleichung des linearen harmonischen Oszillators in Impulsdarstellung? Wie sehen die zugehörigen Eigenwerte  $E_n$  und Eigenfunktionen  $\tilde{u}_n(p) = \langle p | n \rangle$  aus?