Übungen zur Quantentheorie (WS 2013/14)

Prof. Dr. G. Münster

Übungsblatt 12 **Abgabe: 28.01.2014**

Aufgabe 35: Zeitabhängige Störungtheorie für ein 2-Niveau-System (9 Punkte)

Gegeben sei ein quantenmechanisches System mit zwei stationären Energieeigenzuständen $|1\rangle$ und $|2\rangle$. Die Differenz der zugehörigen Energieeigenwerte betrage $E_2 - E_1 = \hbar\omega_{21}$. Zur Zeit $t = 0$, zu dem sich das System im Zustand $|1\rangle$ befinde, werde die zeitunabhängige kleine Störung H' mit den Matrixelementen

$$\langle 1|H'|1\rangle = 0, \qquad \langle 2|H'|1\rangle = \hbar\omega_0 \qquad \text{und} \qquad \langle 2|H'|2\rangle = -\hbar\omega_{21}$$

hinzugeschaltet.

a) Berechnen Sie mit Hilfe der zeitabhängigen Störungstheorie erster Ordnung die Wahrscheinlichkeit, das System nach der Zeit t im Zustand $|1\rangle$ bzw. im Zustand $|2\rangle$ vorzufinden. Dabei soll $\omega_{21}t \ll 1$ und $\omega_0 t \ll 1$ gelten.

b) Lösen Sie die Schrödinger-Gleichung exakt, indem Sie den Hamilton-Operator des obigen Problems diagonalisieren. Finden Sie $|\psi(t)\rangle$.

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das System zu einer beliebigen Zeit $t > 0$ im Zustand $|2\rangle$ anzutreffen? Unter welcher Bedingung löst die in a) verwendete erste Ordnung der Störungsrechnung das Problem hinreichend gut? Zu welcher Zeit befindet sich das System mit Wahrscheinlichkeit 1 im Zustand $|2\rangle$?

Aufgabe 36: Wasserstoff-Atom mit zeitabhängigem elektrischen Feld (7 Punkte)

Ein Wasserstoff-Atom befinde sich in einem zeitabhängigen elektrischen Feld der Form

$$E(t) = \frac{B\tau}{e\pi}\frac{1}{\tau^2 + t^2},$$

wobei b und τ Kostanten sind. Wenn sich das Atom bei $t = -\infty$ in seinem Grundzustand befindet, wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es sich bei $t = \infty$ in einem $2p$-Zustand befindet? *Hinweis:* Legen Sie das elektrische Feld in z-Richtung und verwenden Sie zum Lösen des Integrals $\int \mathrm{d}t \ldots$ den Residuensatz.