

Übungen zur Atom- und Quantenphysik (SS 2008)

Blatt 12

Aufgabe 44: Ionenbindung (4 Punkte)

Die potentielle Energie für eine Ionenbindung $A^+ + B^- \rightarrow A^+B^-$ sei angenähert durch

$$V(r_{AB}) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{AB}} + \frac{b}{r_{AB}^9}$$

gegeben. Dabei ist b ein unbekannter Parameter. Berechnen Sie die Dissoziationsenergie für das Molekül $AlCl$, dessen Gleichgewichtsabstand $r_0 = 2,13 \text{ \AA}$ beträgt, für die Dissoziation in neutrale Atome. Die Ionisierungsenergie für Al beträgt $5,98 \text{ eV}$, die Bindungsenergie für Cl beträgt $3,72 \text{ eV}$.

Aufgabe 45: Spin in beliebigen Richtungen (6 Punkte)

Es sei \vec{n} ein Vektor der Länge $|\vec{n}| = 1$. Die Komponente des Spins in Richtung \vec{n} ist definiert durch $S = \vec{n} \cdot \vec{S}$.

- Schreiben Sie \vec{n} in Polarkoordinaten und berechnen Sie den Erwartungswert von S im Zustand $|+\rangle$.
- Schreiben Sie S unter Verwendung der Polarkoordinaten von \vec{n} explizit als 2×2 -Matrix auf und zeigen Sie $S^2 = \frac{\hbar^2}{4} \mathbf{1}$.
- Welche Eigenwerte besitzt S ? Finden Sie die zugehörigen Eigenzustände $\xi^{(+)}$ und $\xi^{(-)}$.
- Sei $\xi^{(+)}$ der Eigenzustand zum positiven Eigenwert von S . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, bei einer Messung von S_3 in diesem Zustand den Wert $\frac{\hbar}{2}$ bzw. $-\frac{\hbar}{2}$ zu finden, und berechnen Sie $\langle S_3 \rangle$ in diesem Zustand.

Aufgabe 46: Zwei wechselwirkende Teilchen (3 Punkte)

Zwei nicht-unterscheidbare spinlose Teilchen der Masse m bewegen sich in einer Dimension. Äußere Kräfte wirken nicht, aber die beiden Teilchen wechselwirken untereinander mit dem Wechselwirkungspotenzial

$$V(x_1 - x_2) = \begin{cases} 0, & \text{für } |x_1 - x_2| \leq \frac{L}{2}, \\ \infty, & \text{für } |x_1 - x_2| > \frac{L}{2}, \end{cases}$$

wobei $|x_1 - x_2|$ der Abstand der Teilchen ist. Finden Sie die Energie-Eigenwerte und Eigenfunktionen, wenn der Gesamtimpuls den Wert p hat für den Fall, dass es (a) Bosonen und (b) Fermionen sind.

Aufgabe 47: Zwei Teilchen im äußeren Potenzial (3 Punkte)

Zwei nicht-unterscheidbare spinlose Teilchen bewegen sich in einer Dimension im äußeren Potenzial

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } 0 \leq x \leq L, \\ \infty, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Finden Sie den Grundzustand und den ersten angeregten Zustand und die zugehörigen Energien E_0, E_1 für den Fall von Bosonen.
- Finden Sie den Grundzustand und die zugehörige Energie E_0 für den Fall von Fermionen.