Übungen zur Atom- und Quantenphysik (SS 2013)

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Übungsblatt 9 **Abgabe: 27.06.2013, Besprechung: 02.07.2013**

Aufgabe 37: Gekoppelte Oszillatoren (5 Punkte)

Zwei eindimensionale harmonische Oszillatoren mit identischer Masse m und Federkonstante $D_0 = m\omega_0$ sind durch eine Feder mit Federkonstante $D_1 = m\omega_1$ aneinander gekoppelt.
Stellen Sie den Hamilton-Operator des Systems auf, drücken Sie ihn in der Schwerpunktskoordinate X und der Abstandskoordinate $x = x_2 - x_1$ aus und zeigen Sie, dass er in zwei kommutierende additive Teile zerfällt. Geben Sie einen vollständigen Satz von Produkteigenfunktionen und zugehörigen Energieeigenwerten an.

Aufgabe 38: Drehimpuls in Kugelkoordinaten (6 Punkte)

a) Berechnen Sie die Darstellung der Komponenten L_x, L_y, L_z des Drehimpulsoperators $\vec{L} = \vec{Q} \times \vec{P}$ in Kugelkoordinaten.
Hinweis: Verwenden Sie die partiellen Ableitungen $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$ und $\frac{\partial}{\partial z}$ in Kugelkoordinaten aus Physik 1-3 oder aus dem Internet.

b) Berechnen Sie $\vec{L}^2$ in Kugelkoordinaten. Vergleichen Sie mit dem Winkelanteil des Laplace-Operators in Kugelkoordinaten.

Aufgabe 39: Grundlagen zum qm. Drehimpuls (6 Punkte)

a) Bestimmen Sie die folgenden Kommutatoren

(1) $[L_j, L_k]$
(2) $[L_j, \vec{L}^2]$
(3) $[L_j, P_k]$
(4) $[L_j, \vec{P}^2]$
(5) $[L_j, \vec{Q}^2]$

b) Zeigen Sie, dass ein Operator, der mit zwei Komponenten des Bahndrehimpulses kommutiert, auch mit der dritten Komponente vertauschbar ist.

c) Gegeben sei eine Wellenfunktion in Kugelkoordinaten $\varphi(r, \theta, \phi)$. Zeigen Sie, dass für eine Drehung des Koordinatensystems mit dem infinitesimal kleinen Winkel $\delta\alpha$ um die z-Achse $\varphi' = \left(\mathbb{1} + \frac{\mathrm{i}}{\hbar}\delta\alpha \cdot L_z\right)\varphi$ gilt.