Übungen zur Atom- und Quantenphysik (SS 2013)

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Übungsblatt 2 **Abgabe: 02.05.2013, Besprechung: 07.05.2013**

Aufgabe 11: Wellenpakete und Breiten (9 Punkte)

Das Wellenpaket $\psi(x) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \varphi(k)\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$ ist gegeben durch

i) $\varphi(k) = \begin{cases} A_1\,, & \text{für } k_0 - \alpha \leq k \leq k_0 + \alpha \\ 0\,, & \text{sonst} \end{cases}$

ii) $\varphi(k) = \begin{cases} A_2(\alpha - |k|)\,, & \text{für } |k| \leq \alpha \\ 0\,, & \text{sonst.} \end{cases}$

a) Berechnen Sie jeweils $\psi(x)$.

b) Bestimmen Sie die Konstanten A_i aus der Normierungsbedingung im Orts- oder Impulsraum.

c) Definieren Sie im Fall (i) geeignete Maße Δk und Δx für die Breite im k- und x-Raum (zum Beispiel die Halbwertsbreite, die Breite bei 1/e-tel des Maximalwertes, ...) und berechnen Sie $\Delta x \cdot \Delta k$.

d) Berechnen Sie für den Fall (ii):
$\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle k \rangle$, $\langle k^2 \rangle$, $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$, $\Delta k = \sqrt{\langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2}$ und $\Delta x \cdot \Delta k$.
Hinweis: $\int_0^\infty \frac{\sin^4 x}{x^2}\, \mathrm{d}x = \frac{\pi}{4}$.

Aufgabe 12: Unschärfen einer Gauß'schen Wellenfunktion (3 Punkte)

Berechnen Sie die Orts- und Impulsunschärfen Δx und Δp und deren Produkt für $\psi(x) = N\mathrm{e}^{-ax^2/2}$. Beachten Sie die Normierung der Wellenfunktion.

Aufgabe 13: Impulsmessung und Unschärfen eines Wellenpaketes (5 Punkte)

Für ein Wellenpaket $\psi(x,t) = \int \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\, \varphi(k)\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)}$ sei $\varphi(k) = N\mathrm{e}^{-|k|/k_0}$.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung des Impulses einen Wert zwischen $-p_1$ und p_1 zu finden?

b) Berechnen Sie $\Delta x \cdot \Delta p$ zur Zeit $t = 0$.
Hinweis: Bei Rechnungen im Impulsraum ist hier bei den Ableitungen Vorsicht geboten, so dass es sich ggf. anbietet, insbesondere $\langle x^2 \rangle$ im Ortsraum zu berechnen.

Aufgabe 14: Übergangsenergien von Deuterium (2 Punkte)

Berechnen Sie die Übergangsenergien der Lyman-α und Balmer-β Linien von Deuterium. Geben Sie die Energiedifferenz dieser Isotopieverschiebung zu entsprechenden Übergang im Wasserstoff an. Erläutern Sie kurz den physikalischen Grund hierfür. Benutzen Sie aktuelle Massenwerte und rechnen Sie in den Einheiten cm^{-1} bis zur sechsten Stelle nach dem Komma. Geben Sie auch die Übergangswellenlängen der Spektrallinien an.