

Übungen zur Atom- und Quantenphysik (SS 2013)

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Übungsblatt 0

Abgabe: 15.04.2013, Besprechung: 16. und 23.04.2013

Aufgabe 1: Komplexe Zahlen (5 Bonuspunkte)

- a) Bringen Sie die folgenden komplexen Zahlen in die Form $a + ib$ und bestimmen Sie jeweils Betrag und Phase:
- (1) $e^{i\frac{\pi}{6}}$
 - (2) $\frac{1}{4+3i}$
 - (3) \sqrt{i}
 - (4) i^i
- b) Berechnen Sie für die Vektoren u , v und w alle möglichen Skalarprodukte.
- $$u = (2, a, -1)^T \quad v = (1, i)^T \quad w = (1, -i)^T$$

Aufgabe 2: Delta-Funktion (3 Bonuspunkte)

Berechnen Sie folgende Integrale:

- a) $\int_{\alpha}^{\beta} (f(x) - f(a)) \delta(x - a) dx$
- b) $\int_0^{\infty} x^2 \delta(x^2 - 3x + 2) dx$
- c) $\int_0^{\pi} \sin^3 \vartheta \delta(\cos \vartheta - \cos \frac{\pi}{3}) d\vartheta$

Aufgabe 3: Fourier-Transformation (3 Bonuspunkte)

Die Fourier-Transformation ist gegeben durch

$$f(x) = \int \frac{dk}{2\pi} \tilde{f}(k) e^{ikx}.$$

- a) Zeigen Sie, dass für die Ableitung $f'(x) = \frac{d}{dx} f(x)$ gilt: $\tilde{f}'(k) = ik\tilde{f}(k)$.
- b) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von $f(x) = e^{-\alpha|x|}$.

Aufgabe 4: Wellengleichungen (6 Bonuspunkte)

- a) Wie lautet der allgemeine Ausdruck für eine ebene Welle $\Psi(\vec{r}, t)$?

Berechnen Sie $\vec{\nabla}\Psi$, $\Delta\Psi$ und $\frac{\partial}{\partial t}\Psi$.

- b) Gegeben seien die folgenden Dispersionsbeziehungen $\omega(k)$.
Bestimmen Sie die zugehörigen Wellengleichungen, sowie $v_{\text{Gruppe}}(k)$ und $v_{\text{Phase}}(k)$ für (1)-(3).
 - (1) $\omega = ck$
 - (2) $\omega = Ak^2$
 - (3) $\omega^2 = Ak^2 + B$
 - (4) $\omega = iAk^2$

Aufgabe 5: Diagonalisieren (3 Bonuspunkte)

Bestimmen Sie die zur Matrix A gehörenden Eigenwerte und Eigenvektoren. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$