Übungen zur
Quantentheorie für Lehramtsstudierende und Informatiker/innen
(WS 2006/2007)

Blatt 3

Aufgabe 8: Zeitliche Änderung der Erwartungswerte (4 Punkte)

a) Zeigen Sie durch Benutzung der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{d}{dt}\langle\vec{r}\rangle = \frac{1}{m}\langle\vec{p}\rangle.$$

Die Wellenfunktion ist dabei als schnell abfallend für $|\vec{r}\,| \to \infty$ anzunehmen (wichtig für „Randterme").

b) Zeigen Sie, dass für ein freies Teilchen gilt

$$\frac{d}{dt}\langle\vec{p}\rangle = \vec{0}.$$

Aufgabe 9: Unschärfen einer Gauß'schen Wellenfunktion (3 Punkte)

Berechnen Sie die Orts- und Impulsunschärfen Δx und Δp und deren Produkt für

$$\psi(x) = N\mathrm{e}^{-ax^2/2}.$$

Beachten Sie die Normierung der Wellenfunktion.

Aufgabe 10: Unschärfen einer Rechteckfunktion (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für die Wellenfunktion

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2a}}, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

die Impulsunschärfe unendlich ist. Berechnen Sie auch die Ortsunschärfe.

Aufgabe 11: Impulsmessung und Unschärfen eines Wellenpaketes (4 Punkte)

Für ein Wellenpaket

$$\psi(x,t) = \int \frac{dk}{2\pi}\,\varphi(k)\mathrm{e}^{i(kx-\omega t)}$$

sei

$$\varphi(k) = N\mathrm{e}^{-|k|/k_0}.$$

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einer Messung des Impulses einen Wert zwischen $-p_1$ und p_1 zu finden?

b) Berechnen Sie $\Delta x \cdot \Delta p$ zur Zeit $t = 0$.