Übungen zur
Quantentheorie für Lehramtsstudierende und Informatiker/innen
(WS 2006/2007)

Blatt 11

Aufgabe 36: Unschärferelation für den Drehimpuls (6 Punkte)

a) Leiten Sie mit Hilfe der Kommutatoren der Drehimpulskomponenten L_j die Unschärferelation für $\Delta L_1 \cdot \Delta L_2$ her. (1 Punkt)

b) Zeigen Sie, dass für die Drehimpuls-Eigenfunktionen φ_{lm} folgende Erwartungswerte gültig sind:

$$(\varphi_{lm}, L_1\,\varphi_{lm}) = (\varphi_{lm}, L_2\,\varphi_{lm}) = 0,$$

$$(\varphi_{lm}, L_1^2\,\varphi_{lm}) = (\varphi_{lm}, L_2^2\,\varphi_{lm}) = \frac{\hbar^2}{2}(l(l+1) - m^2).$$

(3 Punkte)
Hinweis: Drücken Sie L_1 und L_2 durch L_+ und L_- aus und beachten Sie die Wirkung von L_+ und L_- auf φ_{lm}.

c) Berechnen Sie $\Delta L_1 \cdot \Delta L_2$ im Zustand φ_{lm} und zeigen Sie, dass das Ergebnis im Einklang mit der Unschärferelation ist. (2 Punkte)

Aufgabe 37: Radiale Wellenfunktion (3 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m_0 bewegt sich im Zentralpotenzial $V(r)$. Seine quantenmechanische Wellenfunktion lautet

$$\psi(\vec{r}) = N\mathrm{e}^{-\kappa r}.$$

a) Bestimmen Sie den Normierungsfaktor N. (1 Punkt)

b) Welche Drehimpuls-Quantenzahlen besitzt der Zustand? (1 Punkt)

c) Welche Gestalt hat das Potenzial $V(r)$? (1 Punkt)