Übungen zur Vorlesung Physik III (WS 2010/2011) — Blatt 7

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Abgabe der Lösungen: 08.12.2010

Aufgabe 13: Totalreflexion (6 Punkte)

Ebene Wellen sind Lösungen der Maxwell-Gleichungen im Vakuum:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)},$$
$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}.$$

Eine in x-Richtung linear polarisierte ebene Welle breite sich im Vakuum in positiver z-Richtung aus. Sie treffe bei $z = 0$ auf ein Gebiet unendlicher Leitfähigkeit σ, das den gesamten Halbraum $z \geq 0$ ausfüllt.

a) Berechnen Sie das Wellenfeld im Halbraum $z \leq 0$. (2 Punkte)

b) Skizzieren Sie den örtlichen Verlauf der elektrischen Feldstärke $\vec{E}(\vec{r},t)$ und der magnetischen Induktion $\vec{B}(\vec{r},t)$ für $t = 0$ und $t = \tau/4 = \pi/(2\omega)$. (1 Punkt)

c) Berechnen und diskutieren Sie die Energiedichte sowie den Energiestrom der elektromagnetischen Welle. (3 Punkte)

Aufgabe 14: Hohlraumresonator (5 Punkte)

Betrachten Sie einen Hohlraumresonator in der Form einer Konservendose. Der Radius der zylindrischen Dose sei R, die Höhe sei H. Suchen Sie eine Lösung der Wellengleichung in der Form

$$\vec{E} = (0,0,E_z) \quad \text{mit} \quad E_z = \hat{E}(\rho)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}.$$

Dabei bezeichne ρ den senkrechten Abstand von der Symmetrieachse des Zylinders. Stellen Sie die richtigen Randbedingungen auf! Welches ist die Frequenz der niedrigsten Mode?

Hinweis: Die Differenzialgleichung

$$w''(x) + \frac{w'(x)}{x} + w(x) = 0$$

hat als Lösung die Besselfunktion $J_0(x)$. Ein Funktionsgraph von J_0 ist umseitig abgebildet und soll bei der Beantwortung der Frage nach der niedrigsten Mode dienlich sein.

Aufgabe 15: Hohlleiter (7 Punkte)

An einem zylinderförmigen Leiter werde eine Wechselspannung angelegt. Im Inneren sei das elektrische Feld von der Form

$$\vec{E} = (0,0,E_z) \quad \text{mit} \quad E_z = \hat{E}(\rho)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},$$

wobei ρ den senkrechten Abstand von der Symmetrieachse des Zylinders bezeichne.

a) Leiten Sie die Wellengleichung für $\vec{E}$ („Telegraphengleichung") her. (2 Punkte)

b) Welche Differenzialgleichung wird von $\hat{E}(\rho)$ erfüllt? (1 Punkt)

c) Welche entsprechende Gleichung gilt für die Stromdichte $j(\rho)$, falls $\omega\tau \ll 1$ und $\omega\epsilon_0 \ll \sigma_0$? (2 Punkte)

d) Wenn der Radius des Leiters groß gegen die Skintiefe ist, kann der Term $\sim d/d\rho$ in der Gleichung aus c) vernachlässigt werden. Wie lautet dann die Stromdichte $j(\rho)$? (2 Punkte)

Aufgabe E7: Aberration des Lichtes (9 Punkte)

Bezüglich eines Inertialsystems IS$'$ kommt das Licht eines fernen Sterns aus einer Richtung, die in der x'-y'-Ebene liegt und mit der y'-Achse den Winkel θ' bildet (siehe Abbildung (b) unten rechts). Das Inertialsystem IS$'$ bewegt sich mit der Geschwindigkeit v relativ zum Inertialsystem IS in Richtung der x-Achse. Vom System IS aus betrachtet bilden die Lichtstrahlen einen Winkel θ mit der y-Achse.

a) Bestimmen Sie den Winkel θ im Rahmen der nichtrelativistischen Physik. Betrachten Sie dazu das Licht als einen Strom von Teilchen, die sich in IS$'$ mit Lichtgeschwindigkeit c bewegen. (2 Punkte)

b) Bestimmen Sie θ relativistisch im Teilchenbild. Benutzen Sie dafür das allgemeine „Additionstheorem" für Geschwindigkeiten. (2 Punkte)

c) Zeigen Sie, dass im Fall $\theta' = 0$ die Beziehung $\sin\theta = -v/c$ gilt. (1 Punkt)

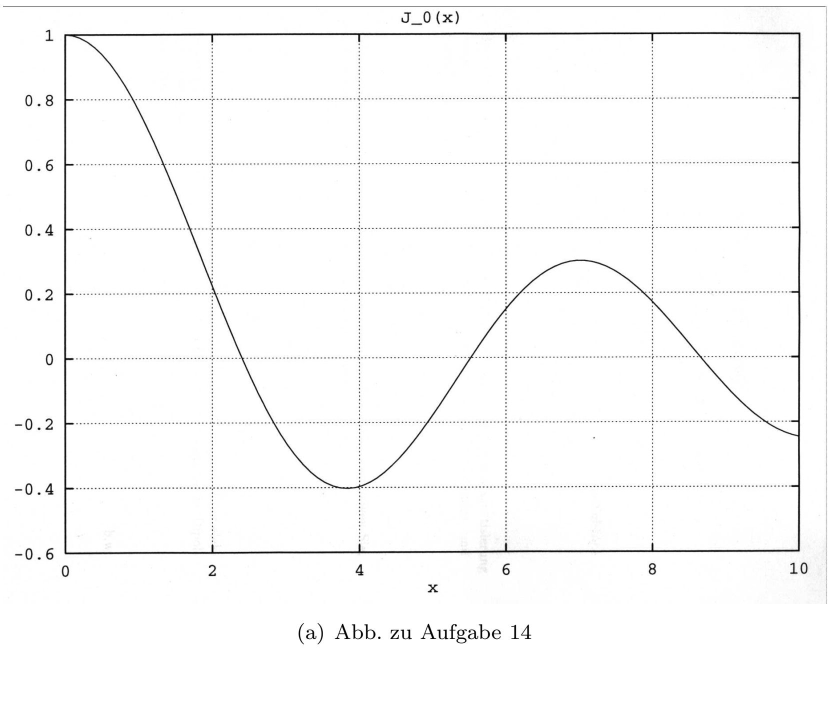
d) In der Astronomie wendet man die Formeln auf die Beobachtung von Sternenlicht an, indem man IS$'$ als das Sonnensystem betrachtet und v die Bahngeschwindigkeit der Erde ist. Wie groß ist dann θ für den Fall $\theta' = 0$? (1 Punkt)

e) Bestimmen Sie den Winkel θ im Wellenbild des Lichtes. Betrachten Sie dazu in IS$'$ eine ebene Welle

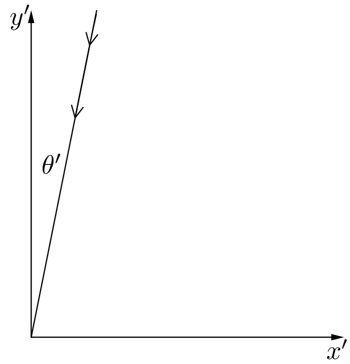
$$\varphi\left(\vec{r}\,', \vec{t}\,'\right) = \exp\left\{\mathrm{i}\left(k'_x \cdot x' + k'_y \cdot y' - \omega' t'\right)\right\}$$

$$\text{mit} \qquad k'_x = -k'\sin\theta', \quad k'_y = -k'\cos\theta', \quad \omega' = k'c,$$

und wenden Sie die Lorentz-Transformation auf die Koordinaten x', y' und t' an. (3 Punkte)



(a) Abb. zu Aufgabe 14



(b) Abb. zu Aufgabe E7