

Aufgabe 11: Brechungsindex im Dielektrikum (5 Punkte)

Der Wert der Phasengeschwindigkeit einer elektromagnetischen Welle in einem dielektrischen Medium ist um einen Faktor $n > 0$ („Brechungsindex“ oder „Brechzahl“) kleiner als im Vakuum. Falls $n \approx 1$ ist, lässt sich dieser in der Nähe einer Resonanzfrequenz als frequenzabhängige komplexe Zahl schreiben:

$$n = 1 + \frac{Ne_0^2}{2\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\gamma)}.$$

Hierbei beschreibt N die Moleküldichte, m die Masse und ω_0 die Resonanzfrequenz der schwingenden Dipole im Medium. Die Größe γ berücksichtigt einen Dämpfungsterm in der Differenzialgleichung für die harmonische Schwingung jedes Dipols.

- a) Berechnen Sie den Brechungsindex von Luft bei Atmosphärendruck und 20° C für Licht der Wellenlänge $\lambda = 500 \text{ nm}$, wenn die Resonanzfrequenz der Stickstoffmoleküle bei $\omega_0 = 10^{16} \text{ s}^{-1}$ liegt und die Konstante γ vernachlässigt werden kann. (2 Punkte)
- b) Zeigen Sie, dass man die obige Formel für $\omega - \omega_0 \gg \gamma$ schreiben kann als

$$n - 1 = a + \frac{b}{\lambda^2 - \lambda_0^2}.$$

(3 Punkte)

Aufgabe 12: Brechungsindex im Leiter (7 Punkte)

Der komplexe Brechungsindex n in einem Leiter ist gegeben durch die Gleichung

$$n^2 = 1 + i \frac{\sigma_0 / \epsilon_0}{\omega(1 - i\omega\tau)}.$$

- a) Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil von $n = n' + i\kappa$ (n' und κ reell) als Funktion von ω . (4 Punkte)
- b) Skizzieren Sie n' und die Eindringtiefe $\delta = c/(\kappa\omega)$ als Funktion von ω für Kupfer ($\tau \approx 2,7 \cdot 10^{-14} \text{ s}$, $\sigma_0 \approx 6 \cdot 10^7 \text{ A/Vm}$). (3 Punkte)

Übungen zu den Theoretischen Ergänzungen zur Physik III

Aufgabe E6: Beschleunigte Bewegung (7 Punkte)

Eine Rakete fliegt entlang der x -Achse eines Inertialsystems IS_0 . Ihr Schwerpunkt befindet sich bei $x = x(t)$. Bezüglich IS_0 besitzt die Rakete die Geschwindigkeit $u = dx/dt$ und die Beschleunigung $a = du/dt$.

- a) Das Inertialsystem IS_1 bewege sich relativ zu IS_0 mit der Geschwindigkeit v . Welche Geschwindigkeit $u' = dx'/dt'$ und welche Beschleunigung $a' = du'/dt'$ besitzt die Rakete bezüglich IS_1 ? (2 Punkte)
- b) Das „momentane Ruhesystem“ der Rakete zur Zeit t ist dasjenige Inertialsystem R_t , in dem die Rakete zum Zeitpunkt t die Geschwindigkeit $u' = 0$ besitzt. Die Beschleunigung a' , welche die Rakete in diesem Moment bezüglich R_t besitzt, ist die Beschleunigung, die von den mitfahrenden Raumfahrern gespürt wird. Wie groß ist $a'(t)$? Was ergibt sich im Grenzfall nichtrelativistischer Geschwindigkeiten? (2 Punkt)
- c) Zeigen Sie, dass sich die Rakete für

$$x(t) = \frac{c^2}{b} \left(\sqrt{1 + \frac{b^2 t^2}{c^2}} - 1 \right)$$

mit konstanter Beschleunigung $a'(t) = b$ bewegt. Wie lautet $x(t)$ approximativ für kleine Zeiten und für sehr große Zeiten? (3 Punkte)