

Aufgabe 7: Fourier-Transformation (10 Punkte)

- a) Wie verhält sich die Fourier-Transformation des Produktes zweier Funktionen $f(t)$ und $g(t)$ zu den Fourier-Transformationen $\tilde{f}(\omega)$ und $\tilde{g}(\omega)$ der Funktionen selbst? (2 Punkte)

- b) Beweisen Sie den Satz von Plancherel:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{f}(\omega)|^2 d\omega.$$

(2 Punkte)

- c) Zeigen Sie die Gültigkeit des Verschiebungssatzes

$$\text{F.T.} \{f(t - t_0)\} = e^{-i\omega t_0} \tilde{f}(\omega).$$

Berechnen Sie dann die Fourier-Transformierte des endlichen Wellenzuges

$$f(t) = \begin{cases} e^{i\omega_0 t} & \text{für } -1 < t < 1, \\ 0 & \text{außerhalb.} \end{cases}$$

und setzen Sie das Ergebnis in Relation zur Fourier-Transformierten des Rechteck-Pulses

$$g(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } -1 < t < 1, \\ 0 & \text{außerhalb.} \end{cases}$$

(3 Punkte)

- d) Zeigen Sie, dass die Zeitableitung $df(t)/dt$ im Fourier-Raum der Multiplikation mit dem Faktor $i\omega$ entspricht. (1 Punkt)

- e) Eine Funktion $f(t)$ genüge der Differenzialgleichung

$$\frac{d}{dt}f(t) + \gamma f(t) = \delta(t) \quad (\gamma > 0).$$

Welche Gleichung für die Fourier-Transformierte $\tilde{f}(\omega)$ folgt daraus? Lösen Sie diese Gleichung und finden Sie die Lösung $f(t)$ der ursprünglichen Gleichung durch Rücktransformation von $\tilde{f}(\omega)$.

Hinweis: Benutzen Sie dabei folgende Identität:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega t}}{\omega - z} d\omega = \Theta(t) \cdot 2\pi i \cdot e^{izt} \quad \text{falls } \text{Im}(z) > 0.$$

(2 Punkte)

Aufgabe 8: Energiestromdichte (7 Punkte)

Die Energiestromdichte der Sonnenstrahlung auf der Erdatmosphäre, die sogenannte Solarkonstante, beträgt 1367 W/m^2 .

- a) Wie groß sind die elektrische und die magnetische Feldstärke der Sonnenstrahlung auf der Erde, wenn Reflexion und Absorption in der Erdatmosphäre nicht berücksichtigt werden? (2 Punkte)

- b) Wie groß ist die gesamte von der Sonne in alle Richtungen abgestrahlte Leistung? (1 Punkt)
- c) Wie groß ist die durch den Strahlungsdruck erzeugte Kraft auf das (idealisiert vollständig absorbierende) Sonnenpaddel eines Satelliten, der die Venus umkreist, wenn das Paddel 20 m^2 groß ist und seine Normale in einem Winkel von 60° zur Sonne steht? (2 Punkte)
- d) Eine Glühbirne mit einer elektrischen Leistung von 60 W strahlt 75% dieser Leistung isotrop in Form elektromagnetischer Wellen ab. Berechnen Sie die Amplituden des elektrischen und des magnetischen Feldes in 3 m Entfernung. (2 Punkte)

Hinweis zur gesamten Aufgabe: Betrachten Sie die auftretenden Größen im zeitlichen Mittel und unter der Annahme ebener Wellen.

Übungen zu den Theoretischen Ergänzungen zur Physik III

Aufgabe E4: Knallende Korken (4 Punkte)

Auf einer Gartenparty knallen die Korken zweier Sektflaschen gleichzeitig im Abstand von 12 m . Für einen soeben per Jet einfliegenden Gast, dessen Flugrichtung parallel zur Verbindungslinie der beiden Sektflaschen ist, beträgt der Abstand dieser Ereignisse 13 m . Wie schnell fliegt der Jet? Welchen zeitlichen Abstand zwischen den beiden Ereignissen registriert der Gast?