Übungen zur Vorlesung Physik II (SS 2010) — Blatt 2

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Abgabe der Lösungen: 04.05.2010

Aufgabe 3: Schallgeschwindigkeiten (7 Punkte)

Die Schallgeschwindigkeit c_x in einem Gas ist gegeben durch

$$c_x = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)_x}\,.$$

Dabei bezeichne p den Druck des Gases, ϱ seine Dichte und x die Größe, die bei dem Prozess der Schallausbreitung konstant gehalten wird.

a) Berechnen Sie für ein ideales Gas die Schallgeschwindigkeit c_T unter der Annahme von isothermen Druckänderungen und c_{ad} unter der Annahme von adiabatischen Druckänderungen.
(Bemerkung: Die Annahme einer adiabatischen Zustandsänderung entspricht in guter Näherung der Realität bei Schallwellen.) (3 Punkte)

b) Wie groß sind c_T und c_{ad} für Luft beim Druck $p_0 = 1,013 \cdot 10^5\,\mathrm{N/m^2}$ und der Temperatur $T_0 = 0°\,\mathrm{C}$? Verwenden Sie zur Berechnung ein durchschnittliches Molekulargewicht von $28,9$ und einen Adiabatenexponenten von $\kappa = 7/5$, da es sich im Fall von Luft im wesentlichen um zweiatomige Moleküle handelt. (2 Punkte)

c) Zeigen Sie, dass die innere Energie pro Masseneinheit $u = U/(Nm)$ eines idealen Gases geschrieben werden kann als

$$u = \frac{c_{\mathrm{ad}}^2}{\kappa(\kappa-1)}.$$

Dabei ist m die (durchschnittliche) Masse eines Moleküls und N die Anzahl der Teilchen. (2 Punkte)

Aufgabe 4: Maxwell-Boltzmann-Verteilung (8 Punkte)

Die Geschwindigkeitsverteilung $F(\vec{v})$ eines idealen Gases bei vorgegebener Temperatur T lautet

$$F(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi k_{\mathrm{B}} T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_{\mathrm{B}}T}\right).$$

a) Berechnen Sie damit die Mittelwerte von $\langle v_x \rangle$, $\langle v_x^2 \rangle$, $\langle v \rangle$, $\langle v^2 \rangle$, $\langle v_x^2 v_y^2 \rangle$ sowie den wahrscheinlichsten Wert des Geschwindigkeitsbetrages v_{w}.
Hinweis: Letztere Größe ergibt sich aus dem Maximum der Verteilung $f(v) = 4\pi v^2 F(\vec{v})$, also der Verteilung für den Betrag der Geschwindigkeit. (6 Punkte)

b) Bestimmen Sie $\langle v \rangle$, $\langle v^2 \rangle$ und v_{w} für H_2 bei $T = 300\,\mathrm{K}$. (2 Punkte)

Aufgabe E2: Das verschiebbare Schwerependel (9 Punkte)

Gegeben sei das unten dargestelle Schwerependel mit verschiebbarer Aufhängung.

a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion des Systems auf und verwenden Sie dabei zunächst kartesische Koordinaten. Transformieren Sie dann auf die generalisierten Koordinaten $q_1 = x_1, q_2 = \varphi$.

(3 Punkte)

b) Wie lauten die Euler-Lagrange-Gleichungen in den gewählten Koordinaten? (2 Punkte)

c) Die Differenzialgleichung für $x_1(t)$ läßt sich sofort zweimal integrieren. Verwenden Sie dabei die Anfangsbedingungen

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 0, & \varphi(0) &= 0 \\ \dot{x}_1(0) &= -\frac{m_2 l}{m_1 + m_2}\omega_0, & \dot{\varphi}(0) &= \omega_0 \end{aligned}$$

(2 Punkte)

d) Welche geometrische Bahnform ergibt sich für die Masse m_2 bei Rücktransformation auf kartesische Koordinaten? (2 Punkte)