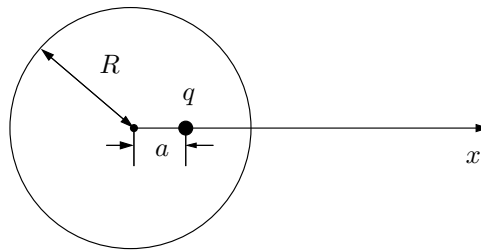


Aufgabe 19: Geladenes Staubkorn (6 Punkte)

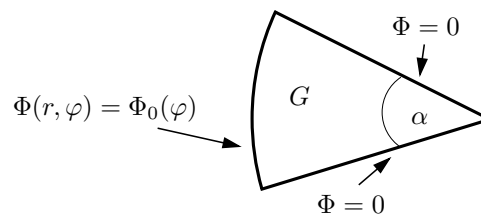
Ein geladenes Staubkorn (als Punktladung q idealisiert) befinde sich im Abstand $a < R$ vom Mittelpunkt einer Metallhohlkugel vom Radius R . Welche Kraft wirkt auf das Staubkorn? Wie bewegt es sich? Man betrachte die Grenzfälle $a \approx R$ und $a \ll R$!



Aufgabe 20: Randwertproblem (5 Punkte)

Gegeben sei das abgebildete zweidimensionale Randwertproblem für das elektrostatische Potential Φ . Das Gebiet G sei ladungsfrei. Auf beiden Schenkeln sei $\Phi = 0$, auf dem Kreisbogen sei $\Phi = \Phi_0(\varphi)$. Bestimmen Sie $\Phi(\vec{r}) = \Phi(r, \varphi)$ innerhalb von G .

Hinweise: (i) Den Laplace-Operator in Polarkoordinaten können Sie leicht aus demjenigen in Kugelkoordinaten herleiten. (ii) Benutzen Sie den Separationsansatz $\Phi(r, \varphi) = p(r)q(\varphi)$.



Übungen zu den Theoretischen Ergänzungen zur Physik II

Aufgabe E11: Lorenz-Modell (7 Punkte)

Die Dynamik des Lorenz-Modells wird durch

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x) \\ \dot{y} &= rx - y - xz \\ \dot{z} &= xy - bz\end{aligned}$$

beschrieben, wobei die Prandtl-Zahl σ , die Rayleigh-Zahl r und der Geometrie-Faktor b positive Zahlen sind.

- a) Untersuchen Sie, ob die Dynamik im dreidimensionalen (x, y, z) -Raum Volumenelemente verkleinert, vergrößert oder ungeändert lässt. (1 Punkt)
- b) Finden Sie die Fixpunkte, bei denen $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$ ist, für die Fälle $r < 1$ und $r > 1$. (2 Punkte)
- c) Untersuchen Sie die Dynamik in der Nähe des Nullpunktes $x = y = z = 0$. Schreiben Sie dazu die Gleichungen in der linearen Näherung auf. Wie lautet die Lösung für $z(t)$?
Die linearen Gleichungen für $x(t)$ und $y(t)$ sind von der Form

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Finden Sie die Eigenwerte der Matrix A . Welche Vorzeichen haben sie für die Fälle $r < 1$ und $r > 1$, und was folgt daraus für die Dynamik? (4 Punkte)