Übungen zur Vorlesung Physik I (WS 2009/2010) — Blatt 5

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Abgabe der schriftlichen Lösungen: 24.11.2009

Aufgabe 1: Energiesatz (schriftlich) (3 Punkte)

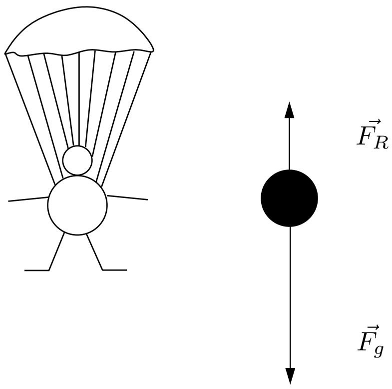
Bestimmen Sie die Bahnkurve $x(t)$ eines Teilchens der Masse m, das sich in dem Potenzial $V(x) = \alpha x^2$ bewege.

Hinweis: Starten Sie mit dem Energiesatz und bedienen Sie sich der Methode der Separation der Variablen.

Aufgabe 2: Freier Fall mit Reibung nach Stokes (schriftlich) (5 Punkte)

Es soll die Bewegung eines Körpers (z.B. eines Fallschirms) im Schwerefeld der Erde untersucht werden. Man berücksichtige dabei Reibungeffekte, indem man die durch die Reibung hervorgerufene Kraft als proportional und entgegengesetzt zur Geschwindigkeit annehme, d.h.

$$\vec{F}_R = -\alpha \cdot \vec{v} \qquad \text{mit} \qquad \alpha = \text{const.} > 0.$$



a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.
Hinweis: Die Bewegung ist effektiv eindimensional in z-Richtung. (1 Punkt)

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $v(t)$. Was gilt für $t \to \infty$? Was ergibt sich für $m \to 0$? (2 Punkte)

c) Bestimmen Sie $z(t)$ und das asymptotische Verhalten für $t \to \infty$. (2 Punkte)

Aufgabe 3: Integralrechnung (schriftlich) (5 Punkte)

a) Berechnen Sie mit Hilfe der Methode der partiellen Integration (ggf. mehrfach anwenden) die folgenden Integrale

$$\text{(i)} \int x e^x dx \qquad \text{(ii)} \int x \sin(x) dx \qquad \text{(iii)} \int e^{-ax} \cos(bx) dx.$$

(2 Punkte)

b) Berechnen Sie durch geeignete Substitution

$$\text{(i)} \int \cos(x)\sin(x) dx \qquad \text{(ii)} \int x e^{-x^2} dx \qquad \text{(iii)} \int x^3 \sin(x^2) dx \qquad \text{(iv)} \int \ln(x) dx.$$

(3 Punkte)

Aufgabe 4: Keplerproblem (mündlich) (6 Punkte)

Die Bahnkurve eines Körpers mit der Masse m im Gravitationsfeld einer Masse M ist durch

$$r(\varphi) = \frac{k}{1 + \varepsilon \cos(\varphi - \varphi_P)}$$

gegeben. Dabei ist φ_P der Winkel des Perihels (Ort mit minimalem r) bezüglich der x-Achse. (In der Vorlesung wurde die x-Achse so gewählt, dass $\varphi_P = 0$ war.) Ein Satellit ($m = 200\,\mathrm{kg}$) befinde sich im Schwerefeld der Erde ($M = 5{,}98 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m^3/kgs^2}$) zu einem bestimmten Zeitpunkt am Ort $\vec{r} = (x_0, 0, 0)$. Seine Geschwindigkeit betrage $\vec{v} = (0, v_0, 0)$. Bestimmen Sie für $x_0 = 40.000\,\mathrm{km}$ und

(i) $v_0 = 3\,\mathrm{km/h}$,

(ii) $v_0 = 4\,\mathrm{km/h}$,

(iii) $v_0 = 5\,\mathrm{km/h}$

jeweils die Raumkurve, d.h., berechnen Sie jeweils k, ε und φ_P. Skizzieren Sie die resultierenden Bahnkurven.

Aufgabe 5: Völlig losgelöst (mündlich) (3 Punkte)

a) Ein Raumschiff umkreist die Erde in der Höhe h über dem Erdboden. Im Inneren des Raumschiffes herrscht Schwerelosigkeit. Berechnen Sie die Umlaufgeschwindigkeit und die Umlaufperiode.

(1 Punkt)

b) Was ist die Maximalgeschwindigkeit eines Satelliten, der auf einer Kreisbahn die Erde umläuft, und wo befindet sich dieser? (1 Punkt)

c) Welche Höhe hat ein geostationärer Satellit auf einer Kreisbahn? (1 Punkt)