Übungen zur Vorlesung Physik I (WS 2009/2010) Blatt 1

Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. H. Zacharias

Abgabe der schriftlichen Lösungen: 27.10.2009

Aufgabe 1: Messungen und Messfehler (schriftlich) (5 Punkte)

Bei 20 aufeinanderfolgenden Messungen wurden für die Periode eines Pendels folgende Messwerte ermittelt (in Sekunden):

$$3,12;\ 3,18;\ 3,62;\ 3,33;\ 3,33;\ 3,28;\ 3,17;\ 3,18;\ 3,17;\ 3,52;$$
$$3,58;\ 3,02;\ 3,27;\ 3,35;\ 3,00;\ 3,15;\ 2,97;\ 3,18;\ 3,18;\ 3,45$$

a) Bestimmen Sie den Mittelwert $\overline{T}$. (1 Punkt)

b) Berechnen Sie die Varianz

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left(T_i - \overline{T}\right)^2$$

und die korrigierte Stichprobenvarianz

$$\tilde{s}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left(T_i - \overline{T}\right)^2 ,$$

wobei N die Gesamtzahl der Messwerte und T_i das Ergebnis der i-ten Messung bezeichnet.

(2 Punkte)

c) Als Maß für den Messfehler definiert man die mittlere quadratische Abweichung $s_{\overline{T}}$ zu:

$$s_{\overline{T}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \tilde{s}.$$

Wie groß ist $s_{\overline{T}}$ im vorliegenden Fall? Wie groß ist der relative Fehler $s_{\overline{T}}/\overline{T}$? (2 Punkte)

Aufgabe 2: Der Levi-Civita-Tensor (schriftlich) (7 Punkte)

Der Levi-Civita-Tensor ε_{ijk}, auch total antisymmetrischer Tensor dritter Stufe genannt, ist definiert über

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{falls } (i,j,k) \text{ zyklisch aus } (1,2,3) \\ -1 & \text{falls } (i,j,k) \text{ antizyklisch aus } (1,2,3) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Zeigen Sie, dass sich die Vektorprodukte der Basisvektoren $\vec{e}_1 = (1,0,0)$, $\vec{e}_2 = (0,1,0)$ und $\vec{e}_3 = (0,0,1)$ schreiben lassen als

$$\vec{e}_i \times \vec{e}_j = \sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} \vec{e}_k .$$

Was folgt daraus allgemein für die Komponenten eines Vektorproduktes $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$? (2 Punkte)

b) Berechnen Sie mit Hilfe von ε_{ijk} das Spatprodukt $\vec{a} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$ dreier beliebiger Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$.

(1 Punkt)

c) Zeigen Sie, dass für den total antisymmetrischen Tensor die Identität

$$\sum_{k=1}^{3} \varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$$

gilt, wobei das Kronecker-Delta δ_{ij} über

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}$$

definiert ist. Was folgt daraus für das zweifache Vektorprodukt $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$? Was gilt für $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$?

(4 Punkte)

Aufgabe 3: Vektoraddition I (mündlich) (4 Punkte)

a) Ein Boot hält mit 14 kn Geschwindigkeit genau Kurs 0°. Die Strömung beträgt 5 kn und fließt in Richtung 110°. Man berechne die resultierende Geschwindigkeit des Bootes über Grund nach Richtung und Größe. (2 Punkte)

b) Ein Boot fährt mit 25 kn und hält Kurs 30°. Die Stromung ist so, dass die resultierende Geschwindigkeit 30 kn in Richtung 50° beträgt. Wie groß ist die Geschwindigkeit der Strömung?

(2 Punkte)

Hinweis: Kompasskurse werden von Nord (0°) über Ost (90°), Süd (180°), West (270°) nach Nord gezählt. Zur Lösung der Aufgabe braucht man nicht zu wissen, dass 1 kn = 1 Knoten = 1 sm/h = 1 Seemeile/h = 1.852 km/h.

Aufgabe 4: Vektoraddition II (mündlich) (6 Punkte)

Skizzieren Sie folgende Kurven in der Ebene:

a) $\vec{r}_1(t) = (\cos t, \sin t)$ (1 Punkt)

b) $\vec{r}_2(t) = R\vec{r}_1(t) + \vec{r}_1(8t), \qquad R < 8$ (2 Punkte)

Wie sieht das Ergebnis im Falle $R \geq 8$ aus?

c) $\vec{r}_3(t) = t\vec{r}_1(t)$ (1 Punkt)

d) $\vec{r}_4(t) = \vec{r}_3(t) + \vec{r}_1(8t)$ (2 Punkte)