

Übungen zur Quantentheorie

Prof. Dr. M. Klasen

Blatt 13

Abgabe: 26.01.2015
Besprechung: 29.01.2015

Aufgabe 36: Atom im Magnetfeld (8 Punkte)

Ein spinloses geladenes Teilchen ist im Zentralpotential eines Kerns gebunden und befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Der Hamiltonoperator des Teilchens ist durch

$$H = -\frac{\mu}{\hbar} \vec{B} \cdot \vec{L}$$

gegeben. Im folgenden beschränken wir uns auf einen p -Zustand.

(a) Wie lauten die Energiewerte und Energieeigenzustände in einem p -Zustand in der L_z -Basis $|l = 1, m = -1\rangle \equiv |-\rangle$, $|l = 1, m = 0\rangle \equiv |0\rangle$, $|l = 1, m = +1\rangle \equiv |+\rangle$.

Im Zeitraum $0 < t < T$ wird ein zweites homogenes Magnetfeld \vec{B}_\perp senkrecht zu \vec{B} eingeschaltet ($|\vec{B}_\perp| \ll B$) und damit werden die stationären Zustände durch

$$V = -\frac{\mu}{\hbar} \vec{B}_\perp \cdot \vec{L}$$

gestört. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P_+ , das Atom zu Zeiten $t > T$ im Zustand $|+\rangle$ zu finden, wenn es bei $t < 0$ im Zustand $|-\rangle$ war?

(b) Begründen Sie, dass P_+ in erster Ordnung der zeitabhängigen Störungsrechnung verschwinden muss.

(c) Berechnen Sie P_+ in erster nichtverschwindender Näherung der zeitabhängigen Störungstheorie.

Aufgabe 37: WKB Näherung (6 Punkte)

Betrachten Sie den Potential

$$V(x) = -\frac{\hbar^2 a^2}{m} \frac{1}{\cosh^2(ax)}$$

wo a eine positive Konstante ist.

(a) Zeigen Sie, dass dieses Potential einen gebundenen Zustand

$$\psi_0(x) = \frac{A}{\cosh(ax)}$$

besitzt und bestimmen Sie die zugehörige Energie.

(b) Benutzen Sie die WKB Näherung um die Energie des gebundenen Zustands zu bestimmen und vergleichen Sie das Ergebniss mit dem exakten Wert aus a).

Aufgabe 38: Streuung am Yukawa Potential**(6 Punkte)**

Berechnen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt für eine Streuung an einem Yukawa Potential

$$V(r) = \beta \frac{e^{-\mu r}}{r}$$

in der Bornschen Näherung wo β und μ konstant sind. Drücken Sie das Ergebniss als eine Funktion der Energie E des einlaufenden Teilchens aus.