

Übungen zur Quantentheorie

Prof. Dr. M. Klasen

Blatt 13

Abgabe: 26.01.2015

Besprechung: 29.01.2015

Aufgabe 36: Atom im Magnetfeld

(8 Punkte)

Ein spinloses geladenes Teilchen ist im Zentralpotential eines Kerns gebunden und befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Der Hamiltonoperator des Teilchens ist durch

$$H = -\frac{\mu}{\hbar}\vec{B}\cdot\vec{L}$$

gegeben. Im folgenden beschränken wir uns auf einen p -Zustand.

- (a) Wie lauten die Energiewerte und Energieeigenzustände in einem p -Zustand in der L_z -Basis $|l = 1, m = -1\rangle \equiv |-\rangle$, $|l = 1, m = 0\rangle \equiv |0\rangle$, $|l = 1, m = +1\rangle \equiv |+\rangle$.

Im Zeitraum $0 < t < T$ wird ein zweites homogenes Magnetfeld \vec{B}_\perp senkrecht zu \vec{B} eingeschaltet ($|\vec{B}_\perp| \ll B$) und damit werden die stationären Zustände durch

$$V = -\frac{\mu}{\hbar}\vec{B}_\perp\cdot\vec{L}$$

gestört. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P_+ , das Atom zu Zeiten $t > T$ im Zustand $|+\rangle$ zu finden, wenn es bei $t < 0$ im Zustand $|-\rangle$ war?

- (b) Begründen Sie, dass P_+ in erster Ordnung der zeitabhängigen Störungsrechnung verschwinden muss.
- (c) Berechnen Sie P_+ in erster nichtverschwindender Näherung der zeitabhängigen Störungstheorie.

Aufgabe 37: WKB Näherung

(6 Punkte)

Betrachten Sie den Potential

$$V(x) = -\frac{\hbar^2 a^2}{m} \frac{1}{\cosh^2(ax)}$$

wo a eine positive Konstante ist.

- (a) Zeigen Sie, dass dieses Potential einen gebundenen Zustand

$$\psi_0(x) = \frac{A}{\cosh(ax)}$$

besitzt und bestimmen Sie die zugehörige Energie.

- (b) Benutzen Sie die WKB Näherung um die Energie des gebundenen Zustands zu bestimmen und vergleichen Sie das Ergebniss mit dem exakten Wert aus a).

Aufgabe 38: Streuung am Yukawa Potential**(6 Punkte)**

Berechnen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt für eine Streuung an einem Yukawa Potential

$$V(r) = \beta \frac{e^{-\mu r}}{r}$$

in der Bornschen Näherung wo β und μ konstant sind. Drücken Sie das Ergebniss als eine Funktion der Energie E des einlaufenden Teilchens aus.