

# Übungen zur Atom- und Quantenphysik

Prof. Dr. M. Klasen, Prof. Dr. H. Zacharias

## Blatt 3

Abgabe: 02.05.2014  
Besprechung: 06.05.2014

### Aufgabe 14: Bra-Ket Schreibweise

(4 Punkte)

Beweisen Sie unter Benutzung der Bra-Ket Schreibweise ( $X$  und  $Y$  sind Operatoren)

- (a)  $\text{Tr}(XY) = \text{Tr}(YX)$  wo  $\text{Tr}(X) = \sum_i \langle i | X | i \rangle$
- (b)  $(XY)^\dagger = Y^\dagger X^\dagger$

### Aufgabe 15: Bra-Ket & Spin-1/2 Operatoren

(10 Punkte)

Gegeben sind 3 Operatoren

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{\hbar}{2}(|+\rangle\langle-| + |-\rangle\langle+|) \\ S_2 &= i\frac{\hbar}{2}(|-\rangle\langle+| - |+\rangle\langle-|) \\ S_3 &= \frac{\hbar}{2}(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|). \end{aligned}$$

mit orthonormalen Kets  $|+\rangle$  und  $|-\rangle$ .

Zeigen Sie

$$\begin{aligned} [S_i, S_j] &= i\varepsilon_{ijk}\hbar S_k \\ \{S_i, S_j\} &= \frac{\hbar^2}{2}\delta_{ij}. \end{aligned}$$

### Aufgabe 16: Komutierende Matrizen

(6 Punkte)

Betrachten Sie ein dreidimensionalen Hilbertraum. Die Operatoren  $A$  und  $B$  können in einer bestimmten Basis ( $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$ ) dargestellt werden durch

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 \\ 0 & 0 & -a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -ib \\ 0 & ib & 0 \end{pmatrix}$$

mit reellen  $a$  und  $b$ .

- (a) Offensichtlich ist  $A$  entartet. Ist  $B$  auch entartet? Zeigen Sie, daß  $A$  und  $B$  vertauschen.
- (b) Finden Sie eine orthonormale Basis gemeinsamer Eigenvektoren zu  $A$  und  $B$ . Spezifizieren Sie die Eigenwerte von  $A$  und  $B$  für jeden der drei Eigenvektoren. Sind die Eigenvektoren durch die zugehörigen Eigenwerte vollständig charakterisiert?

### Aufgabe 17: Größe eines Cu Atoms

(5 Punkte)

Berechnen Sie die Größe eines Cu Atoms. Spezifisches Gewicht von Kupfer:  $8,93 g.cm^{-3}$ .