

Übungsblatt 7: (10 P.)

Abgabe: 05.06.12

Aufgabe 1: (schriftlich) [2 P.]

Zeigen Sie, dass die Funktion

$$\varphi(x) = \alpha(2x^2 - 1) \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad x = q\sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$$

Eigenfunktion des linearen harmonischen Oszillators ist und geben Sie den zugehörigen Energieeigenwert an.

Aufgabe 2: (schriftlich) [2 P.]

Berechnen Sie für die Energieeigenzustände $|n\rangle$, $n \in \mathbb{N}_0$ des linearen harmonischen Oszillators die Erwartungswerte der zu den Operatoren X , X^2 , X^3 , X^4 , P , P^2 , P^3 , P^4 gehörigen Observablen, die Unschärfen Δx , Δp sowie das Unschärfenprodukt $\Delta x \cdot \Delta p$.

Hinweis: Drücken Sie die Potenzen von X und P durch den Erzeugungsoperator b^\dagger bzw. den Vernichtungsoperator b der Oszillatorquanten aus. Verwenden Sie auch den Quantenzahloperator $N = b^\dagger b$, $N^\dagger = N$ sowie die Vertauschungsbeziehung $[b, b^\dagger] = \mathbf{1}$ zwischen b und b^\dagger .

Aufgabe 3: (mündlich) [2 P.]

Der Zustandsvektor eines linearen harmonischen Oszillators sei zu einem bestimmten Zeitpunkt durch die folgende Linearkombination seiner Energieeigenzustände $|0\rangle$, $|1\rangle$ gegeben:

$$|\psi\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}|0\rangle - i\frac{1}{3}|1\rangle$$

Berechnen Sie für diesen Zeitpunkt das Unschärfenprodukt $\Delta x \cdot \Delta p$.

Hinweis: Verwenden Sie den Oszillatorquanten-Erzeugungsoperator b^\dagger bzw. den Vernichtungsoperator b . Benutzen Sie auch die Erwartungswerte zu X , X^2 , P , P^2 in den Energieeigenzuständen $|n\rangle$ von Aufgabe 2 sowie die Formeln

$$b|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad b^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle.$$

Aufgabe 4: “Schalenaufbau” der Atome

- a) **(schriftlich) [2 P.]** Geben Sie die (vollständige) Elektronenkonfiguration des Eisenatoms an.
- b) **(mündlich) [2 P.]** Die Bindungsenergien der (angeregten) Zustände $4p$, $4d$, und $4f$ im Lithiumatom sind praktisch gleich der Bindungsenergie des (angeregten) Zustands mit $n = 4$ im Wasserstoffatom. Wie lässt sich das erklären? Die Bindungsenergie des Li-Zustand $4s$ ist hingegen deutlich abgesenkt (das bedeutet festere Bindung als im H-Atom für $n = 4$!). Erklären Sie auch diese Beobachtung.