

# Strukturbildung im Universum

Seminar zur Theorie der Teilchen und  
Felder

Tobias Hovestädt

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Strukturen im Universum</b>	<b>3</b>
2.1	Galaxien . . . . .	3
2.2	Galaxien-Haufen . . . . .	5
2.3	Superhaufen . . . . .	5
2.4	Quasare . . . . .	5
2.5	Rotverschiebungs-Durchmusterungen . . . . .	5
2.6	Beschreibung von Strukturen . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Entstehung von Strukturen</b>	<b>7</b>
3.1	Dichtekontrast . . . . .	7
3.2	Jeans-Modell . . . . .	7
3.3	Pancake-Theorie . . . . .	9
3.4	dunkel Materie . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Millenium Simulation</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

# 1 Einleitung

In diesem Seminarvortrag werden zunächst die heutigen Strukturen des Universums beschrieben. Anschließend wird über das Jeans-Modell und über die Dunkle Materie die Entstehung dieser Strukturen zu erklären versucht. Letztlich wird die Millenium Simulation vorgestellt, die gute Übereinstimmungen mit den heutigen Strukturen des Universums liefert.

## 2 Strukturen im Universum

### 2.1 Galaxien

Die kleinsten Strukturen, in denen sich Sterne im Universum anordnen sind, die sogenannten Galaxien. Allerdings müssen auch hierbei Unterscheidungen gemacht werden. Zunächst gibt es Scheibengalaxien. Diese sind dadurch charakterisiert, dass die Sterne um ein supermassives schwarzes Loch, welches sich im Zentrum befindet, kreisen. Aufgrund des Drehimpulses bewegen sich alle Sterne auf einer Scheibe um das Zentrum. Es sind hauptsächlich junge Sterne vorhanden und die großen Mengen an Staub und Gas machen Sternentstehung möglich. Die Scheibengalaxien können weiter unterteilt werden. Zum einen gibt es die Linsengalaxien, die kaum innere Strukturen aufweisen und die Spiralgalaxien. Wie der Name besagt, ordnen sich die Sterne in sogenannten Spiralarmlen an. In Abbildung 1 ist die Milchstraße, die diese aufweist, dargestellt. Sie besteht aus etwa 100 bis 300 Milliarden Sternen. Des Wei-

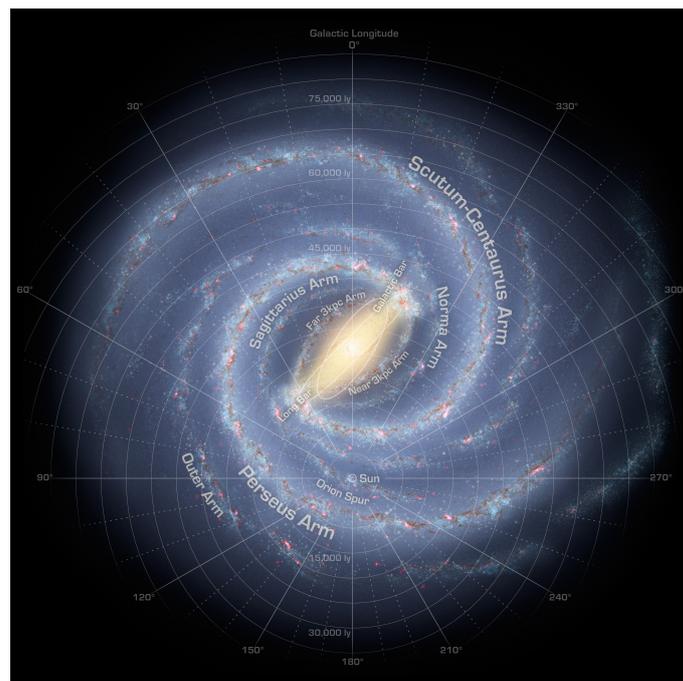


Abbildung 1: Milchstraße

teren können elliptische Galaxien im Universum beobachtet werden. Im Gegensatz zu den Scheibengalaxien sind hier kaum innere Strukturen und kein Drehimpuls vorhanden. Der Großteil von Gas und Staub dieser Galaxien wurde bereits aufgebraucht und es ist kaum Sternentstehung möglich. Aus diesem Grund bestehen elliptische Galaxien hauptsächlich aus alten Sternen. In Abbildung 2 ist eine elliptische Galaxie dargestellt. Eine Klassifizierung der Galaxien geht auf Edwin Hubble zurück.



Abbildung 2: Elliptische Galaxie

Hierbei handelt es sich um die Hubble-Sequenz, die in Abbildung 3 dargestellt ist. Durch E sind die elliptischen, S die Spiral- und durch SB die Spiralbalken-Galaxien gekennzeichnet. Hubble war der Meinung, dass sich die Galaxien von E0 bis hin zu

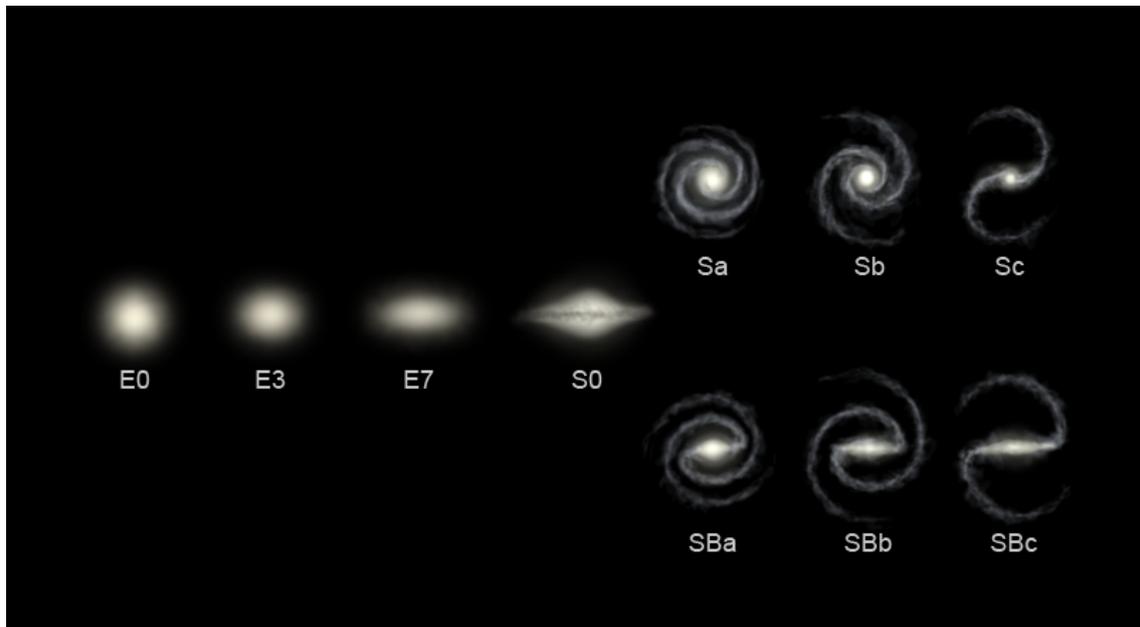


Abbildung 3: Hubble-Sequenz

Sc oder SBc entwickeln. Dies ist allerdings nicht möglich, da die elliptischen Ga-

Galaxien keinen Drehimpuls haben und diesen auch nicht generieren können. Bei der Milchstraße handelt es sich um eine SBC-Galaxie.

## 2.2 Galaxien-Haufen

Auch die Galaxien ordnen sich in größeren Strukturen den sogenannten Haufen an. In diesen können einigen wenigen bis hin zu mehreren 1000 Galaxien vorhanden sein. Im allgemeinen sind die Haufen sphärisch angeordnet, wobei sich die elliptischen Galaxien im Zentrum befinden. Diese sind von den Spiralgalaxien umgeben.

## 2.3 Superhaufen

Die Galaxien-Haufen ordnen sich wiederum zu Superhaufen an. Diese stellen die größten im Universum auffindbaren Strukturen dar und haben eine Masse von  $10^{15}$  -  $10^{16}$  Sonnenmassen. Die Anordnung der Galaxien in einem Superhaufen gleicht einer wabenartigen bzw. netzartigen Struktur. Dies bedeutet, dass riesige Leerräume von 40-100 Mpc vorhanden sind. In diesen Leerräumen sind kaum Galaxien vorhanden.

## 2.4 Quasare

Bei den Quasaren (engl.: *Quasi Stellar Radio Source*) handelt es sich um die am weitesten entfernten Objekte, die bekannt sind. Dies ist auf ihre enorm hohe Energie Freisetzung zurückzuführen. Bei Quasaren können in Gebieten von der Größe unseres Sonnensystems Energien freigesetzt werden, die sonst von ganzen Galaxien freigesetzt werden. Mittels der Quasare ist es möglich das Universum zu untersuchen. Ein Beispiel dafür ist der Gravitationslinseneffekt.

## 2.5 Rotverschiebungs-Durchmusterungen

Es stellt sich die Frage wie die bereits genannten Erkenntnisse über die Strukturen des Universums gewonnen werden konnten. Die Längen- und Breitengrade der beobachteten Sterne und Galaxien können trivial bestimmt werden. Die Entfernung zur Erde wird über Messung der Rotverschiebung

$$cz = \underbrace{H_0 r}_{\text{Hubble-Fluss}} + \underbrace{v_{pec}}_{\text{Pekuliargeschwindigkeit}}$$

bestimmt. Diese ist aus dem Hubble-Fluss  $H_0 r$  und der Pekuliargeschwindigkeit  $v_{pec}$  zusammengesetzt. Die Pekuliargeschwindigkeit ist die durch Gravitation hervorgerufene Abweichung von der erwarteten Geschwindigkeit, die durch die Expansion des Universums zustande kommt. Soll die Dichteverteilung direkt aus der gemessenen

Lichtverteilung ermittelt werden, muss die Annahme gemacht werden, dass Licht ein guter Massenindikator ist.

## 2.6 Beschreibung von Strukturen

Das einfachste Mittel zur Beschreibung von Strukturbildung ist die Massenkorrelationsfunktion  $\xi(r)$ . Sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit, zwei Objekte im Abstand  $r$  zu beobachten. Sind die Objekte Galaxien, spricht man von Galaxien-Galaxien-Korrelationsfunktion  $\xi_{gg}$ . Die Wahrscheinlichkeit zwei Galaxien im Abstand  $r$  voneinander aufzufinden ist gegeben durch:

$$P_{gg}(r) = \langle n(r) \rangle \delta V [1 + \xi_{gg}(r)].$$

Hierbei ist  $\delta V$  das betrachtete Volumen und  $n(r)$  die Anzahldichte von Galaxien am Ort  $r$ . Aus Beobachtungen ist bekannt, dass die Galaxien-Galaxien-Korrelationsfunktion durch den Ausdruck

$$\xi_{gg}(r) \approx \left( \frac{r}{5 \text{ Mpc}} \right)^{1.8}$$

gegeben ist. Wenn wie zuvor die Annahme gemacht wird, dass Licht ein guter Massenindikator ist, gilt  $\xi = \xi_{gg}$ . Außerdem erwartet man  $\xi_{hh} = \xi_{gg}$ , da die zugrunde liegende Massenverteilung für Galaxien und Haufen die gleich sein sollte. Dies ist allerdings nicht der Fall, da Beobachtungen für die Haufen-Haufen-Korrelationsfunktion

$$\xi_{hh}(r) \approx \left( \frac{r}{25 \text{ Mpc}} \right)^{1.8} \approx 20 \xi_{gg}(r)$$

ergeben haben. Somit ist der Wert für die Haufen-Haufen-Korrelationsfunktion etwa 20-mal so groß wie der Wert der Galaxien-Galaxien-Korrelationsfunktion. Aus diesem Grund muss die Annahme gemacht werden, dass Licht kein guter Massenindikator ist. Als Alternative könne über die Pekuliargeschwindigkeiten die Dichteverteilung und die Masse einzelner Objekte genauer bestimmt werden.

## 3 Entstehung von Strukturen

### 3.1 Dichtekontrast

Um die Entstehung von Strukturen in einem expandierenden Universum beschreiben zu können, wird zunächst der Dichtekontrast definiert:

$$\delta(\vec{x}) = \frac{\delta\rho(\vec{x})}{\langle\rho\rangle} = \frac{\rho(\vec{x}) - \langle\rho\rangle}{\langle\rho\rangle}.$$

Dieser gibt die Abweichung von der mittleren Dichte im Universum  $\langle\rho\rangle$  an. Kompakte Strukturen können sich ab  $\delta(\vec{x}) > 1$  bilden und wachsen nicht linear an. Derartige Strukturen wurden erst in der Materie dominierten Phase des Universums gebildet.

### 3.2 Jeans-Modell

Im Jeans Modell wird zur Beschreibung des Universums eine ideale Flüssigkeit mit Dichte  $\rho$ , Geschwindigkeit  $\vec{v}$  und Druck  $p$  verwendet. Genauer gesagt wird das Wachstum kleiner Störungen unter dem Einfluss der Gravitation untersucht. Die Dichte ist gegeben durch  $\rho = \rho_0 + \rho_1$  mit  $\rho_1 \ll \rho_0$ . Hierbei entspricht  $\rho_1$  der Störung. Bei dem Jeans-Modell handelt es sich um ein statisches Modell, sodass die Expansion des Universums erst über Erweiterungen berücksichtigt wird. Die für die ideale Flüssigkeit charakteristischen Gleichungen sind die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla(\rho\vec{v}) = 0,$$

die Euler-Gleichung

$$\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} + \frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla\Phi = 0$$

und die Poisson-Gleichung

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho.$$

Diese lassen sich mit der Schallgeschwindigkeit  $v_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial\rho}}$  zu einer inhomogenen Wellengleichung zusammenfassen:

$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} + v_s^2\nabla^2\rho_1 = 4\pi G\rho_0\rho_1.$$

Als Lösungsansatz ergeben sich ebene Wellen  $\rho_1 \propto e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ , für welche die Dispersionsrelation  $\omega^2 = v_s^2 k^2 - 4\pi G\rho_0$  gilt. Bei  $\omega = 0$  ergibt sich durch umstellen der

Dispersionsrelation Jeans-Wellenzahl

$$k_j = \left( \frac{4\pi G \rho_0}{v_s^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Im Fall  $k > k_j$  beschreiben die Lösungen der inhomogenen Wellengleichung Schallwellen. Der interne Druckgradient ist groß genug, um der Gravitation standzuhalten. Im Gegensatz dazu wird bei  $k < k_j$   $\omega$  imaginär. Daher beschreiben in diesem Fall die Lösungen exponentiell wachsende oder zerfallende Moden. Im Jeans-Modell wird außerdem die sogenannte Jeans-Masse, als die Masse innerhalb einer Kugel mit Radius  $\lambda_j/2 = \pi/k_j$ , definiert:

$$M_j = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{\pi}{k_j} \right)^3 \rho_0 = \frac{\pi^{\frac{5}{2}}}{6} \frac{v_s^3}{G^{\frac{3}{2}} \rho_0^{\frac{1}{2}}}.$$

Diese ist dahin gehend interessant, dass Massen größer als die Jeans-Masse instabil gegen Gravitationskollaps sind.

Unter der Annahme, dass nur große Wellenlängen  $k < k_j$  betrachtet werden kann die Expansion des Universums einbezogen werden. Für ein flaches Universum  $\Omega \approx 1$  ergibt sich die Störung durch

$$\rho_1 \propto t^{\frac{2}{3}}.$$

Dies bedeutet, dass die Expansion zu einer Verlangsamung des Wachstums der Störungen führt, da hier eine Potenzabhängigkeit und nicht wie zuvor ein exponentialer Zusammenhang vorliegt.

Um den zeitlichen Verlauf der Jeans-Masse beschreiben zu können muss eine Vereinfachung gemacht werden. Es wird ein Universum betrachtet, welches nur aus Baryonen und Photonen besteht  $\rho = \rho_B + \rho_\gamma$ . In der strahlungsdominierten Phase ist der Druck durch die Photonen gegeben und es gilt für die Schallgeschwindigkeit  $v_s^2 = \frac{1}{3}c^2$ . Da die Schallgeschwindigkeit in der materiedominierten Phase durch  $v_s = \frac{5}{3} \frac{kT}{m_H}$  gegeben ist, ändert sich die Jeans-Masse  $M_j$  zum Zeitpunkt der Rekombination dramatisch. Sie fällt von etwa  $10^{16}$  auf  $10^6$  Sonnenmassen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass zwischen der Jeans-Masse und der Schallgeschwindigkeit der Zusammenhang  $M_j \propto v_s^3$  besteht.

Um den zeitlichen Verlauf der Jeans-Masse korrekt beschreiben zu können sind einige Erweiterungen notwendig. Zum einen treten schwach wechselwirkende Teilchen aus dem Bereich hoher Dichte aus und führen zu einem Verschmieren dieser Störungen. Dies ist die sogenannte Silk-Dämpfung. Zu dieser Dämpfung kann die Silk-Masse  $M_s$  angegeben werden. Bis zu dieser werden alle kleinen Störungen ausgewaschen. Des Weiteren können auch Photonen aus Gebieten erhöhter Dichte austreten. In diesem

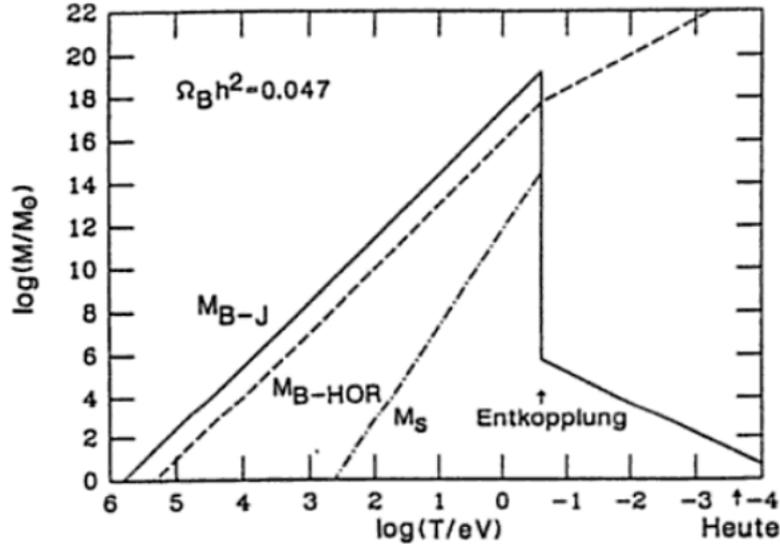


Abbildung 4: Zeitlicher Verlauf der Jeans-Masse

Fall spricht man von Kollisions-Dämpfung.

In Abbildung 4 ist der zeitliche Verlauf der Jeans-Masse dargestellt. Hierbei ist  $M_{B-J}$  die Jeans-Masse,  $M_{B-HOR}$  die Masse der Baryonen im Horizont und  $M_S$  die Silk-Masse. Es ist zu erkennen, dass bis zur Entkopplung die Jeans-Masse größer als die Masse im Horizont ist und ab diesem Zeitpunkt rapide abfällt.

### 3.3 Pancake-Theorie

Zum Zeitpunkt der Rekombination sind alle kleinen Störungen ausgewaschen. Die übrigen Störungen sind in Größenordnungen von Superhaufen. Dies führt dazu, dass sich diese Strukturen zuerst bilden. Da eine total sphärische Anordnung unwahrscheinlich ist, spricht man von Pancakes. Anschließend werden Haufen und Galaxien gebildet. Sie entstehen durch Kollaps der Unterbereiche. Aus diesem Grund spricht man von einer top-down-Theorie. Allerdings ist die Theorie nicht befriedigend, da ein Problem auftritt. Heute sind Dichtestörungen in der Ordnung 1. Daher müssen zum Zeitpunkt der Rekombination Störungen von etwa  $10^{-3}$  vorhanden gewesen sein. Daher muss Dunkle Materie in die Überlegungen mit einbezogen werden.

### 3.4 dunkel Materie

Es gibt zwei verschiedene Arten von Dunkler Materie. Zunächst wird die kalte Dunkle Materie betrachtet. Bei dieser handelt es sich um schwere Teilchen mit Masse im GeV-Bereich. Diese sind aufgrund ihrer hohen Masse früh nicht relativistisch und erzeugen ein Gravitationspotential, in welches die Strukturen direkt nach der Rekombination hineinfallen können. In diesem Fall ist die Jeans-Masse in Größenord-

nungen von kleinen Galaxien. Dies führt dazu, dass diese Strukturen zuerst gebildet werden. Anschließend können sich die Galaxien in größeren Strukturen anordnen. Dies wird als bottom-up-Modell bezeichnet.

Die heiße Dunkle Materie besteht aus relativistischen Teilchen mit Masse von etwa 10 eV. Deren große Beweglichkeit sorgt relativ lange für ein Auswaschen aller Störungen. Daher entstehen wie zuvor bei der Pancake-Theorie zunächst sehr massive große Strukturen.

Allerdings gibt es sowohl bei der kalten als auch bei der heißen Dunklen Materie Probleme die heutigen Strukturen zu erklären. Bei kalter Dunkler Materie bilden sich die großräumigen Strukturen im Universum nicht schnell genug und bei kalte Dunkler Materie geschieht die Galaxienentstehung zu langsam. Computersimulationen haben gezeigt dass die besten Ergebnisse mit 70% kalter und 30% heißer Dunkler Materie erzielt werden.

## 4 Millenium Simulation

Das Ziel der Millenium Simulation besteht darin mittels einer Computersimulation die heutigen Strukturen des Universums nachvollziehen zu können. Zu diesem Zweck wurde in der Simulation Dunkle Materie einbezogen. Insgesamt wurden zehn Milliarden Teilchen mit jeweils ungefähr einer Millionen Sonnenmassen simuliert und die Simulation fand auf einem Würfel mit einer Kantenlänge von zwei Milliarden Lichtjahren statt. Die Schrittweite wurde auf eine Millionen Jahre gewählt.

Die Resultate der Simulation sind sehr zufriedenstellend. Zum einen liefern die beobachteten Strukturen gute Übereinstimmung mit den Simulierten. Des Weiteren konnte die netzartige Struktur der Superhaufen aufgefunden werden. Darüber hinaus war es möglich mittels der Millenium Simulation die frühe Entstehung von Quasaren nachzuvollziehen.

## 5 Literatur

- **The Early Universe**, Kolb, Turner
- **Teilchenastrophysik**, Klapdor-Kleingrothaus, Zuber