

# Neutrino-Kosmologie



Alexander Fulst

*alexanderfulst@wwu.de*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Motivation</b>	<b>1</b>
<b>3 Eigenschaften von Neutrinos</b>	<b>2</b>
3.1 Entdeckung . . . . .	2
3.2 Neutrinos im Standardmodell . . . . .	2
3.3 Neutrinos jenseits des Standardmodells . . . . .	2
<b>4 Freeze-out</b>	<b>5</b>
<b>5 Neutrinomasse</b>	<b>7</b>
5.1 Neutrinos mit kleiner Masse . . . . .	7
5.2 Neutrinos mit großer Masse . . . . .	8
5.3 Seesaw-Mechanismus . . . . .	9
5.4 Instabile Neutrinos . . . . .	9
<b>6 Anzahl der Neutrino familien</b>	<b>13</b>
<b>7 Zusammenfassung</b>	<b>14</b>
<b>8 Literatur</b>	<b>15</b>

## 1 Einleitung

Die Neutrino-Kosmologie stellt ein interessantes aktuelles Forschungsgebiet dar, da es einige enge Verbindungen zwischen den Eigenschaften von Neutrinos und der Beschaffenheit des Universums gibt. Somit lassen sich mit kosmologischen Beobachtungen Modelle der Teilchenphysik überprüfen oder mit Erkenntnissen aus der Teilchenphysik Modelle der Kosmologie.

## 2 Motivation

Die Untersuchung von kosmischen Neutrinos kann viele neue Einblicke in die Kosmologie geben, die mit der Untersuchung von elektromagnetischer Strahlung nicht möglich sind. Dies liegt vor allem an der geringen Wechselwirkung von Neutrinos und an dem frühen Entkoppeln aus dem thermodynamischen Gleichgewicht. Dieses geschah bei einem Alter des Universums von etwa 1 s, was einer Temperatur von etwa 1 MeV entspricht. Zwar entkoppeln auch Photonen etwa in dieser Phase, jedoch wechselwirken sie noch ca. 380000 Jahre mit Atomen, wodurch der kosmische Mikrowellenhintergrund nur eingeschränkt geeignet ist um Informationen über frühere Phasen des Universums zu erhalten.

Auch für Beobachtungen von sehr weit entfernten Objekten ( $> 100 \text{ MPc}$ ) eignen sich Neutrinos besser als Photonen, da diese mit dem Mikrowellenhintergrund wechselwirken können.

Weiterhin lassen sich mit der Neutrino-Kosmologie Einschränkungen für Kandidaten für dunkle Materie finden und einige Phänomene lassen auf Physik jenseits des Standardmodells schließen.

## 3 Eigenschaften von Neutrinos

Zunächst soll eine kurze Wiederholung über die teilchenphysikalische Beschreibung von Neutrinos im Standardmodell und darüber hinaus erfolgen, bevor näher auf die Kosmologie eingegangen wird.

### 3.1 Entdeckung

Aus dem kontinuierlichen Energiespektrum der Elektronen aus dem  $\beta$ --Zerfall lässt sich schlussfolgern, dass es sich um einen Zerfall mit drei Zerfallsprodukten handeln muss, da sonst aufgrund von Energie- und Impulserhaltung ein diskretes Energiespektrum der Elektronen erwartet würde. Wolfgang Pauli postulierte deshalb 1930 das Elektroneneutrino  $\nu_e$ . Der Nachweis gelang 1958 über den inversen Beta-Zerfall

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n .$$

### 3.2 Neutrinos im Standardmodell

Im Standardmodell gibt es drei (Anti-)Neutrinos entsprechend den drei Leptongenerationen. Neutrinos werden dabei als elektrisch neutrale masselose Spin 1/2 Dirac-Teilchen beschrieben.

Die Helizität  $H$  ist über  $H = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| |\vec{p}|}$  definiert. Teilchen mit dem Helizitätseigenwert  $H = 1$  werden als rechtshändig, Teilchen mit Eigenwert  $H = -1$  als linkshändig bezeichnet. In der Betrachtung der Neutrinos als Dirac-Teilchen gibt es sowohl linkshändige Neutrinos  $\nu_L$ , rechtshändige Antineutrinos  $\bar{\nu}_R$ , sowie rechtshändige Neutrinos  $\nu_R$  und linkshändige Antineutrinos  $\bar{\nu}_L$ , wobei letztere aufgrund der maximalen Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung nicht auftreten.

### 3.3 Neutrinos jenseits des Standardmodells

Alternativ könnten Neutrinos Majorana-Teilchen sein, für die  $\nu = \bar{\nu}$  gilt und sich Teilchen und Anti-Teilchen nur durch die Helizität unterscheiden. Experimentell wird nach dem neutrinolesen Doppel-Beta-Zerfall gesucht, bei dem sich zwei entstehende Neutrinos von benachbarten zerfallenden Kernen auslöschen. Dieses Phänomen konnte bis jetzt noch nicht nachgewiesen werden, was jedoch lediglich eine Beschränkung der Majorana-

Massen liefern und nicht ausschließt, dass Neutrinos Majoran-Teilchen seien könnten. Eine wichtige Erweiterung des Standardmodells besteht darin, dass Neutrinos nicht mehr masselos sind, sondern dass die bekannten Neutrinoarten  $\nu_e, \nu_\mu$  und  $\nu_\tau$  Mischzustände aus drei Masseneigenzuständen  $\nu_1, \nu_2$  und  $\nu_3$  sind. Dieses Modell entspringt der Beobachtung, dass es anscheinend eine Oszillation zwischen den drei Neutrino-familien gibt.

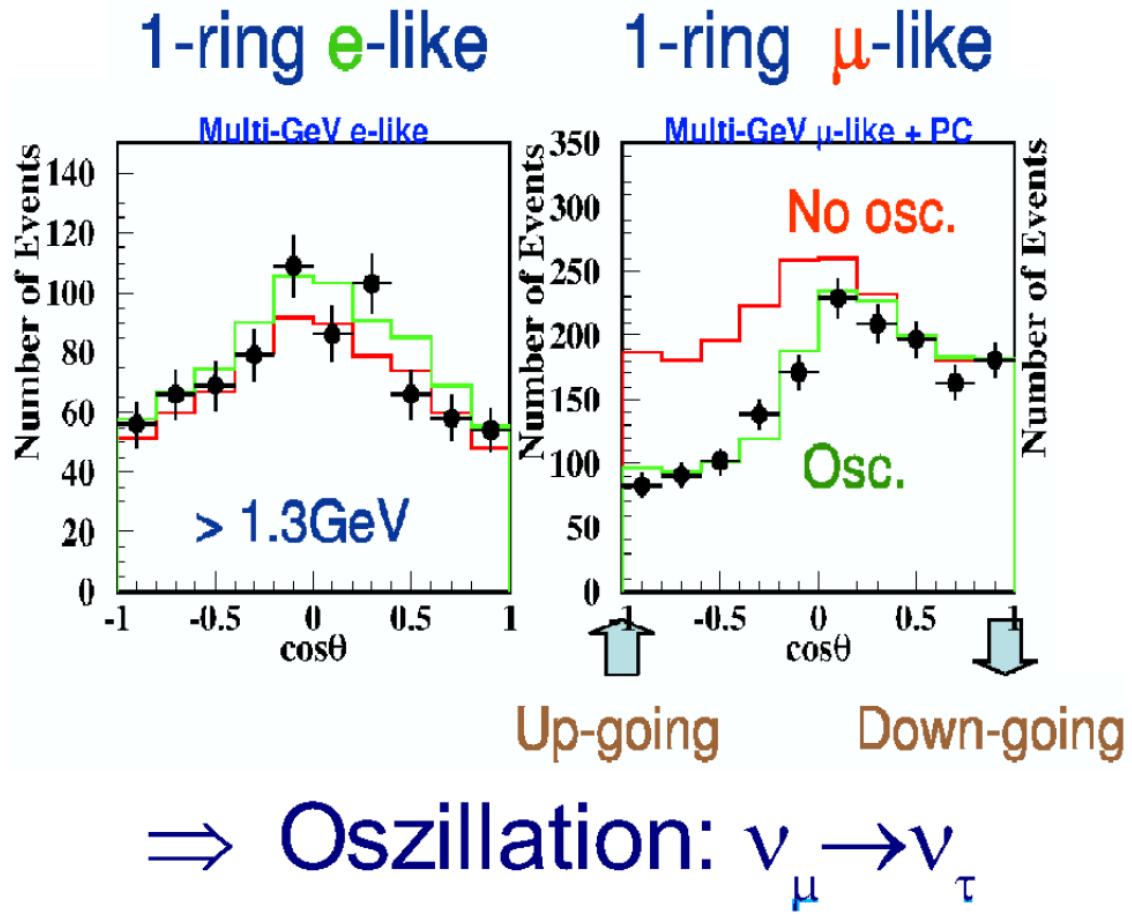


Abbildung 1 – grüne Kurve:  $\sin^2(2\theta) = 1, \Delta m^2 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{eV}^2$

Abgebildet sind Messwerte des Super-Kamiokande-Experiments, die deutlich zeigen, dass die Zählrate der  $\nu_\mu$ , die von unten in den Detektor eintreten deutlich unter den theoretischen Erwartungen ohne Oszillation liegen. Dies passt zu der Vorstellung, dass die  $\nu_\mu$  auf ihrem Weg durch die Erde teilweise in  $\nu_\tau$  umgewandelt werden, es also eine Oszillation zwischen den Neutrino-familien gibt.

Die mathematische Beschreibung soll hier der Einfachheit halber am Beispiel für zwei

Familien/Masseeigenzustände erfolgen. Die Neutrinos  $\nu_e$  und  $\nu_\mu$  erhält man durch Multiplikation der  $2 \times 2$  Mischungsmatrix mit den Masseeigenzuständen  $\nu_1$  und  $\nu_2$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

Die zeitliche Entwicklung für einen Zustand  $|\nu_e(t)\rangle$  lautet somit

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos \theta \exp(-iE_1 t) |\nu_1\rangle + \sin \theta \exp(-iE_2 t) |\nu_2\rangle$$

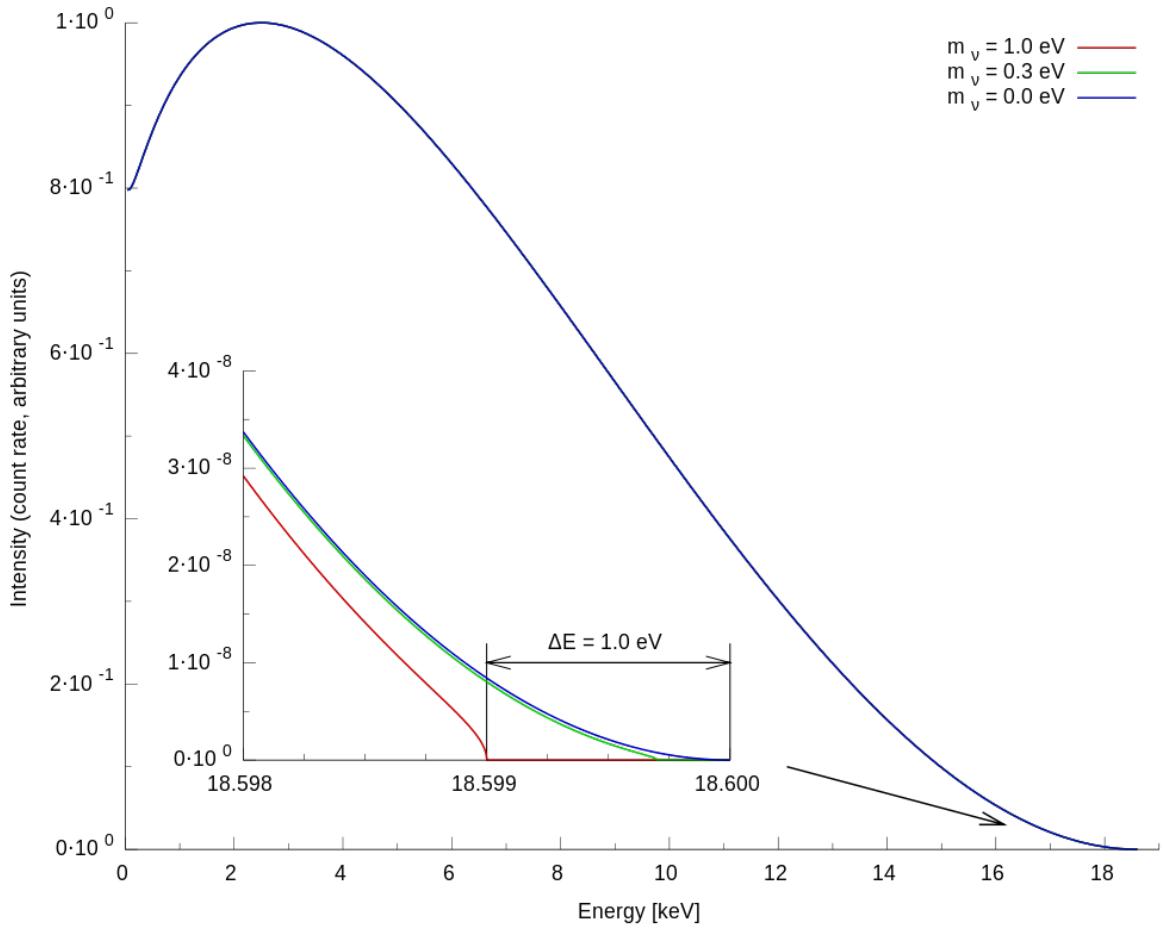
und die Wahrscheinlichkeit, dass ein  $\nu_e$  nach einer Zeit  $t$  noch ein Elektroneneutrino ist, ergibt sich zu

$$|\langle \nu_e(t) | \nu_e(0) \rangle|^2 = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{(E_1 - E_2)t}{2}\right).$$

Mit  $\Delta E \approx \frac{\Delta(m^2)}{2E}$  und  $x = ct$  folgt schließlich:

$$|\langle \nu_e(t) | \nu_e(0) \rangle|^2 = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta(m^2)x}{4E}\right)$$

Aus der Beobachtung der Neutrinooszillation lässt sich also ein Rückschluss auf die Massendifferenz zwischen den Familien ziehen, eine Aussage über die absoluten Neutrinomassen lässt sich so jedoch nicht treffen. Dazu werden die Energiespektren von Zerfällen untersucht um aus der Verschiebung des Endpunktes auf die Neutrinosuhemasse zu kommen.



**Abbildung 2** – Energiespektrum der Elektronen aus dem Tritium-Betazerfall

## 4 Freeze-out

Ein wichtiger Mechanismus in der Entwicklung des Universums ist das Entkoppeln der verschiedenen Teilchen aus dem thermodynamischen Gleichgewicht. Dieses besteht, so lange die Reaktionsrate  $\Gamma(T)$  größer ist als die Expansionsrate  $H(T)$  des Universums. Somit gilt für das Gleichgewicht

$$\frac{\Gamma(T)}{H(T)} > 1,$$

mit

$$\Gamma(T) = n_F(T)\sigma_\nu(T)v,$$

wobei  $v \approx 1$ , die Teilchendichte

$$n_F(T) = \frac{15\zeta(3)}{2\pi^2}(kT)^3$$

und der Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_\nu(T) \approx \frac{G_F^2}{\pi}(kT)^2$$

ist. Außerdem gilt für die Expansionsrate  $H(T)$  für große Temperaturen  $T$

$$H(T) = \sqrt{\frac{8\pi^3 G_f}{90} g_*(kT)^4},$$

mit der Anzahl der Freiheitsgerade  $g_* = 2 + \frac{7}{8}(4+6) = 10.75$ . Dabei stammen zwei Freiheitsgerade von den Photonen, zweimal zwei Freiheitsgerade von Elektron und Positron und dreimal zwei Freiheitsgerade der drei Neutrino-Familien.

Somit lässt sich die Temperatur des Entkoppelns der Neutrinos zu  $k_B T \approx 1 \text{ MeV}$  bestimmen, was einer Lebenszeit des Universums von etwa einer Sekunde entspricht.

Aufgrund des Entkoppelns erwartet man einen Neutrino-Hintergrund analog zum kosmischen Mikrowellenhintergrund der Photonen. Dieser soll zunächst für den Fall von masselosen Neutrinos behandelt werden. Im Unterschied zum kosmischen Mikrowellenhintergrund wurde der Neutrino-Hintergrund nicht durch weitere Reaktionen aufgeheizt, wie dies durch die Annihilation von Elektronen und Positronen bei den Photonen der Fall war. Daraus folgt, dass die Temperatur des Neutrino-Hintergrunds  $T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma$  beträgt. Heute erwartet man also

$$T_\nu^{heute} = 1.95 \text{ K},$$

was jedoch experimentell noch nicht bestätigt wurde, da Neutrinos mit einer so geringen Energie einen sehr kleinen Wirkungsquerschnitt besitzen und somit sehr schwer nachzuweisen sind.

Die Energiedichte der Neutrinos beträgt heute

$$\Omega_\nu = 3 \cdot \frac{7}{8} \cdot \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} \Omega_{rad} = 1.68 \cdot 10^{-5} h^{-2}$$

und die kinetische Energie pro Teilchen

$$3kT_\nu \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}.$$

Diese Werte werden in dem nächsten Abschnitt eine Rolle spielen, in dem die Masse von Neutrinos genauer betrachtet werden soll.

## 5 Neutrinomasse

In dem vorherigen Abschnitt wurden Neutrinos als masselos betrachtet, dies ist Aufgrund der Beobachtung der Neutrinooszillation allerdings offensichtlich nicht korrekt. Deshalb sollen nun zwei unterschiedliche Fälle betrachtet werden.

### 5.1 Neutrinos mit kleiner Masse

Die Energiedichte der Neutrinos ergibt sich zu

$$\Omega_\nu = \frac{1.68 \cdot 10^{-5} h^{-2}}{3} \frac{m_\nu}{5 \cdot 10^{-4} \text{ eV}} \approx \frac{m_\nu}{90 h^2 \text{ eV}},$$

beziehungsweise mit drei Neutrinoarten mit Masse zu:

$$\Omega_\nu = \sum_\nu \frac{m_\nu}{90 h^2 \text{ eV}}$$

Mit der Annahme eines geschlossenen Universums ( $\Omega = 1$ ) und der Annahme, dass Neutrinos den gesamten Teil der Energiedichte im Universum stellen, folgt als Obergrenze für die Summe der Massen  $90 h^2 \text{ eV}$ . Selbst mit der groben Abschätzung  $h \approx 1$  ergibt sich so eine gute obere Grenze für die Neutrinomassen, wenn man beachtet, dass aus Zerfallsspektren die Obergrenze der  $\nu_\tau$ -Masse im Bereich von MeV liegt. Durch einen sehr viel höheren experimentellen Aufwand, was eine bessere Abschätzung des Anteils der Neutrinos an der gesamten Energiedichte ermöglicht, lässt sich heute die Summe der Neutrinomassen auf unter  $0.42 \text{ eV}$  beschränken. Dieser aus kosmologischen Beobachtungen erhaltene Wert liegt unter den aktuellen Obergrenzen aus der Kombination der Neutrinooszillation und der Einschränkung der Masse des Elektroneneutrinos aus dem Energiespektrum des Tritiumzerfalls.

## 5.2 Neutrinos mit großer Masse

Nimmt man an, dass die Masse größer als 1 MeV ist, so sind die Neutrinos beim Entkoppeln aus dem thermodynamischen Gleichgewicht nicht mehr relativistisch und die Teilchenzahldichte ist um einen Boltzmannfaktor  $e^{-\frac{m_\nu}{kT}}$  unterdrückt.

Eine längere Rechnung mit der Boltzmanngleichung führt schließlich auf

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{3}{m_\nu^2} \left( 1 + \frac{3 \ln m_\nu}{15} \right)$$

und daraus folgt:

$$m_\nu \gtrapprox 2 \text{ GeV}$$

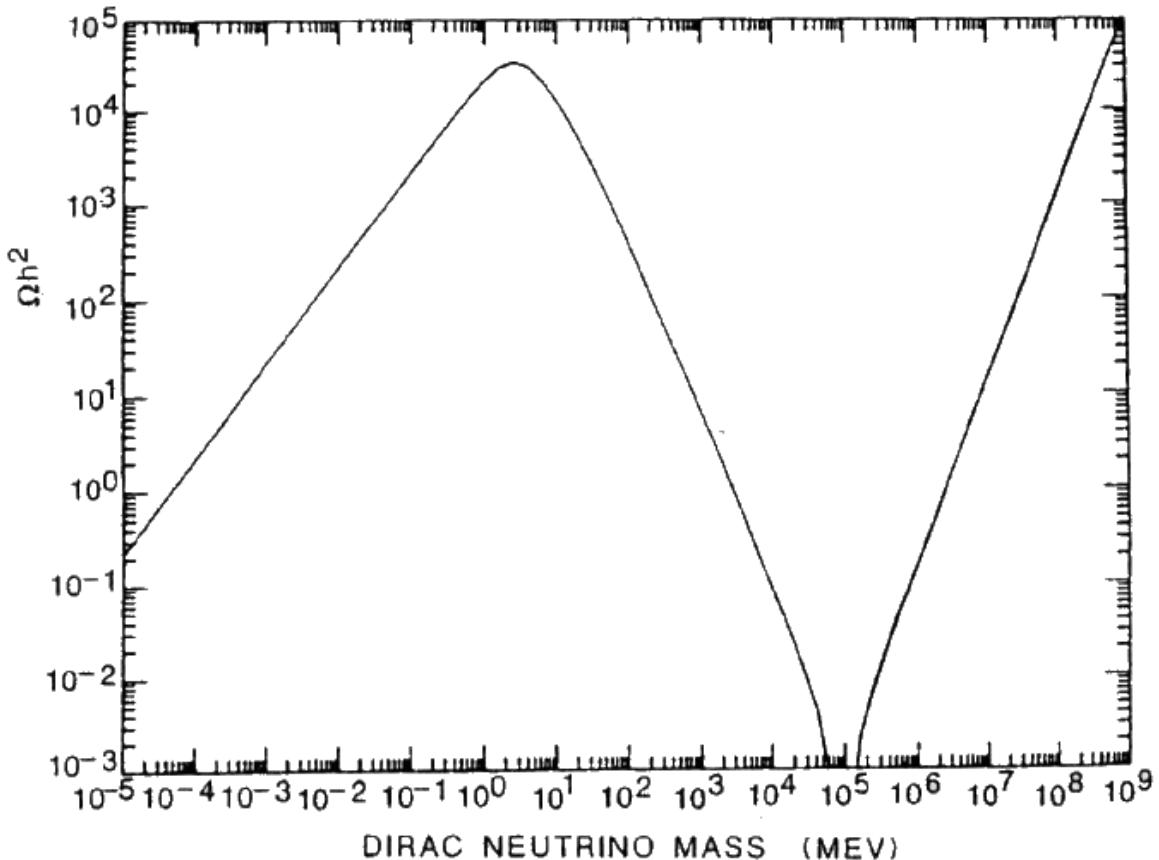


Abbildung 3 – Beitrag der Neutrinomasse zur Materiedichte

Diese schweren Neutrinos sind gute Kandidaten für kalte dunkle Materie, da sie sehr

früh nicht-relativistisch werden und somit zur Strukturbildung im frühen Universum beitragen können. Es gibt bisher jedoch keinerlei experimentellen Hinweis auf schwere Neutrinos, weshalb diese sehr hypothetisch sind. Im folgenden soll ein Modell vorgestellt werden, was sowohl schwere als auch leichte Neutrinos beinhaltet.

### 5.3 Seesaw-Mechanismus

Im Seesaw-Modell treten Paare von linkshändigen und rechtshändigen Neutrinos auf, deren Masse antiproportional zueinander sind:

$$m_{\nu_L} \propto \frac{1}{m_{\nu_R}}$$

Je leichter ein linkshändiges Neutrino ist, desto schwerer ist sein rechtshändiger Partner (Seesaw engl. für Wippe). Die rechtshändigen Neutrinos sind dabei so schwer, dass sie bisher experimentell nicht nachgewiesen werden konnten. Mathematisch wird dieses Modell durch eine Massematrice der Form

$$\begin{pmatrix} 0 & M \\ M & B \end{pmatrix},$$

mit  $B \gg M$ , beschrieben. Deren Eigenwerte lauten

$$\lambda_{\pm} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 + 4M^2}}{2},$$

beziehungsweise näherungsweise  $\lambda_+ \approx B$  und  $\lambda_- \approx -\frac{M^2}{B}$ .

### 5.4 Instabile Neutrinos

Bisher wurde stets angenommen, dass Neutrinos stabile Teilchen sind und lediglich eine Oszillation zwischen den Familien stattfindet. Nimmt man jedoch an, dass Neutrinos in relativistische Zerfallsprodukte zerfallen, so könnte der Beitrag der Neutrinos an der Materiedichte im frühen Universum sehr viel höher gewesen sein, als der heutige.

Die Energiedichte der relativistischen Zerfallsprodukte gehorcht der Differentialgleichung

$$\dot{\rho}_D + 4 \frac{\dot{R}}{R} \rho_D = \frac{\rho_{\nu}}{\tau},$$

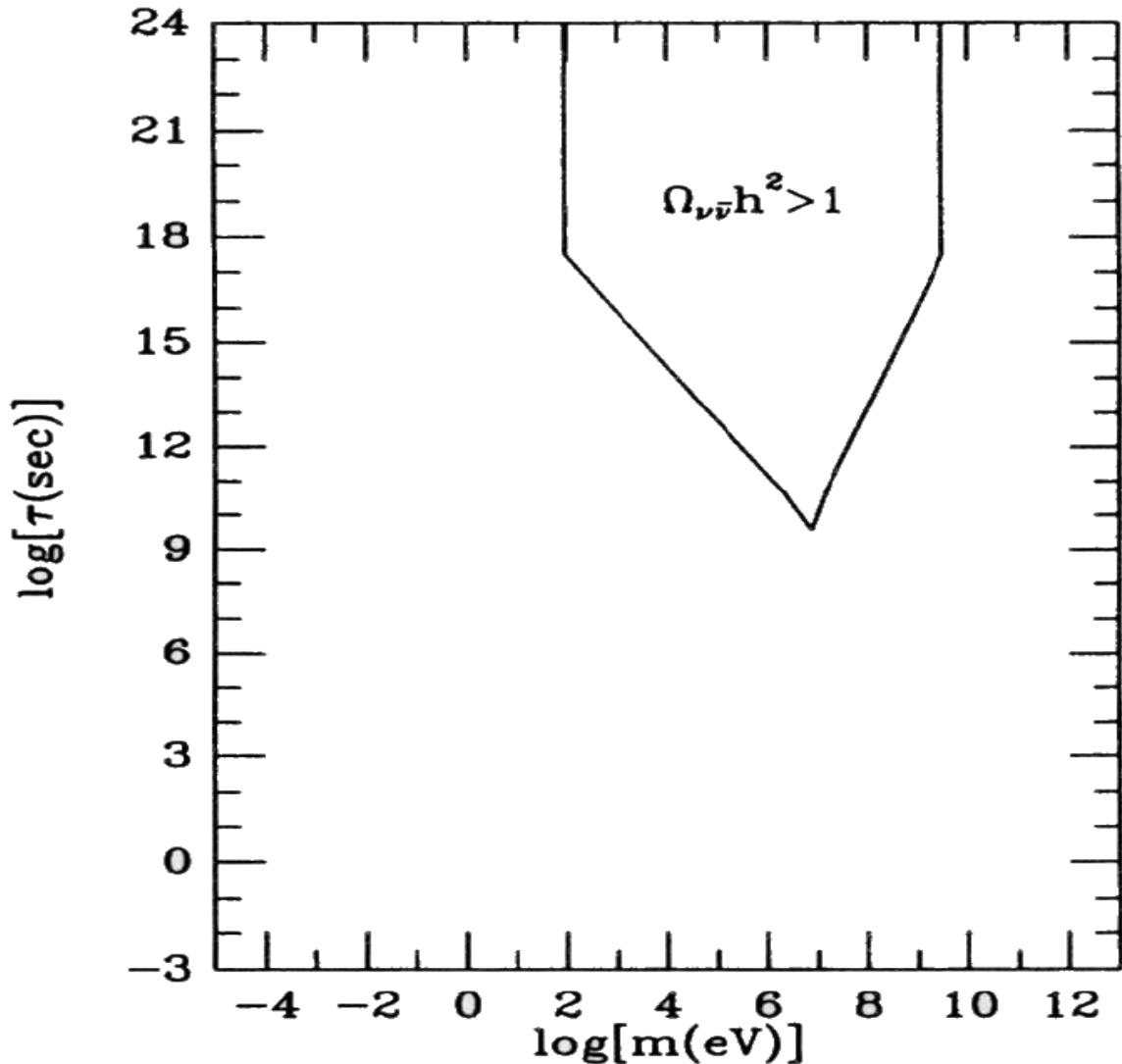
, mit der Lebensdauer  $\tau$  und

$$\rho_\nu(R) = \rho_\nu(R_i) \left( \frac{R}{R_i} \right)^{-3} \exp(-t/\tau).$$

Die Lösung der Differentialgleichung lautet:

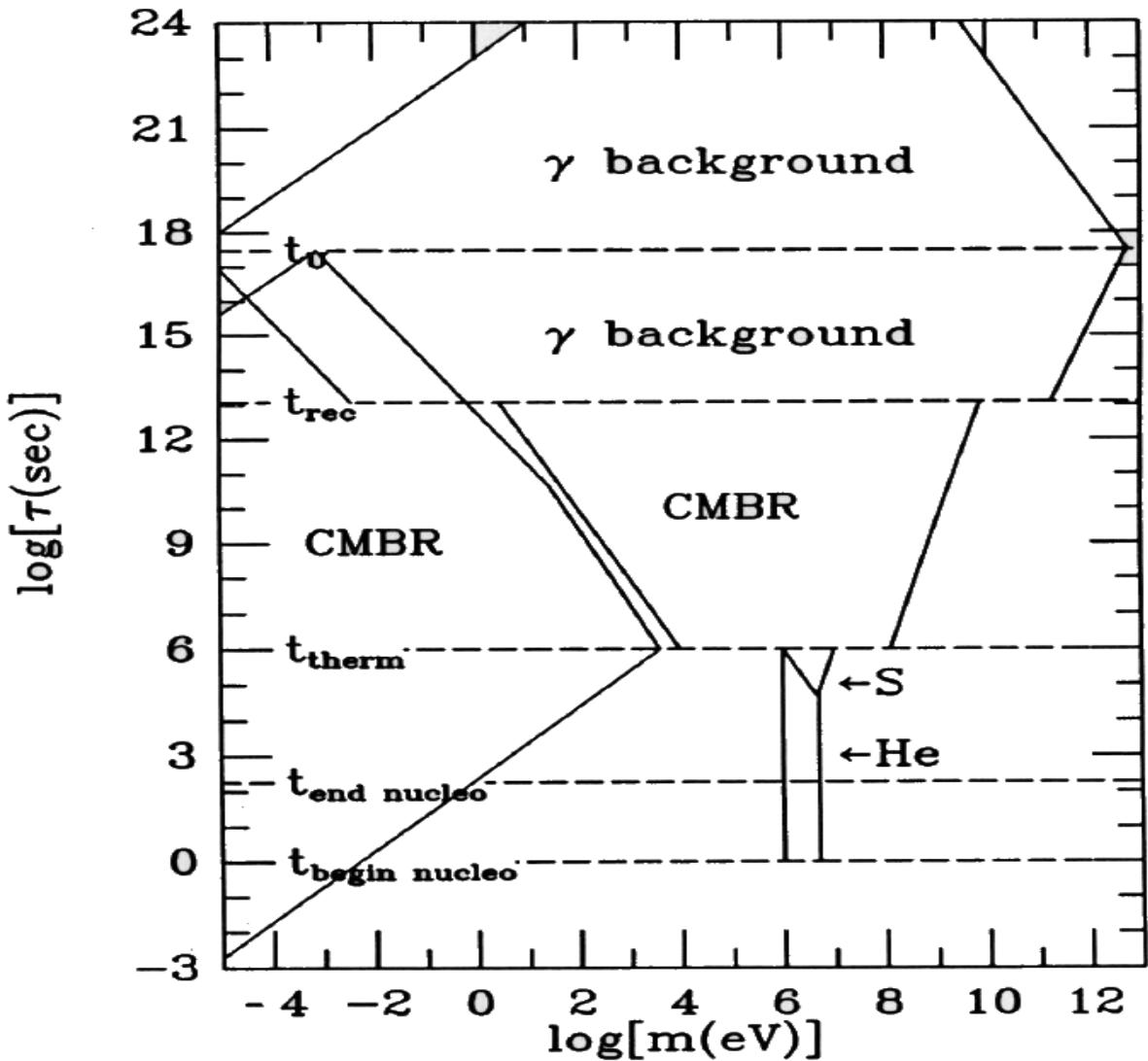
$$\rho_D(t_0) = n! \rho_\nu(t_0) \frac{R(\tau)}{R_0}$$

Hier ist  $n = \frac{1}{2}$  im strahlungsdominierten und  $n = \frac{2}{3}$  im materiedominierten Universum. Eine Aussage über die Neutrinosmasse lässt sich jetzt nur noch in Abhängigkeit der Lebensdauer der Neutrinos machen.



**Abbildung 4** – Verbotener Massebereich in Abhängigkeit der Lebensdauer

Der erlaubte Bereich erstreckt sich über viele Größenordnungen sowohl in der Masse als auch in der Lebensdauer und ist somit wenig aussagekräftig. Dies liegt vor allem daran, dass bisher keine Einschränkung der Zerfallsprodukte vorgenommen wurde, sondern lediglich vorausgesetzt wurde, dass die Zerfallsprodukte relativistisch sind. Nimmt man an, dass sich unter den Zerfallsprodukten ein Photon befindet, so können weitere Einschränkungen vorgenommen werden:



**Abbildung 5** – Verbotener Massebereich in Abhängigkeit der Lebensdauer

Die eingezeichneten Flächen stellen verbotene Bereiche dar, die entweder Aufgrund von Beobachtungen des diffusen Photonhintergrunds ( $\gamma$  background), des kosmischen Mikrowellenhintergrunds (CMBR) oder des Heliumanteils im Universum (He) ausgeschlossen werden können. Außerdem ist ein Bereich eingezeichnet, der Aufgrund thermodynamischer Überlegungen bezüglich der Entropie ausgeschlossen werden kann (S).

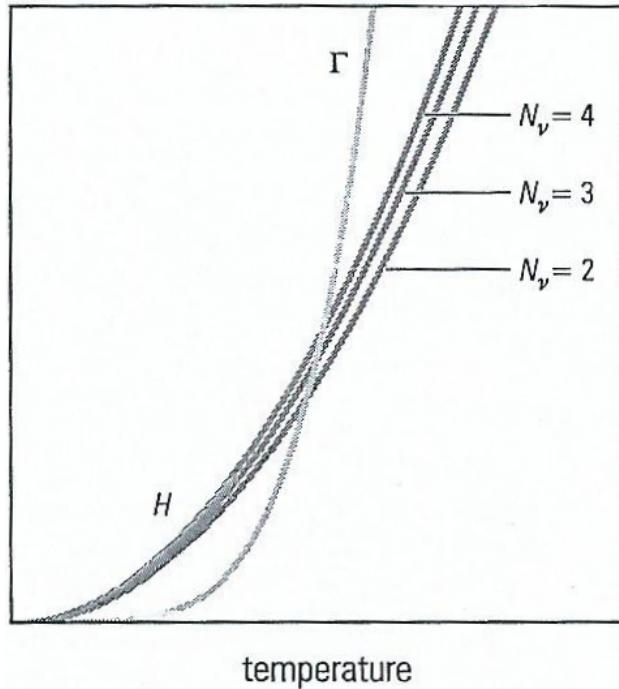
## 6 Anzahl der Neutrino-familien

Auch über die Anzahl der Neutrino-familien können über kosmologische Beobachtungen Informationen gewonnen werden. Die  ${}^4\text{He}$ -Häufigkeit ist mit dem Neutron zu Proton Verhältnis verbunden. Dieses ist durch

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-(m_n - m_p)/T_f} e^{-t/\tau_n}$$

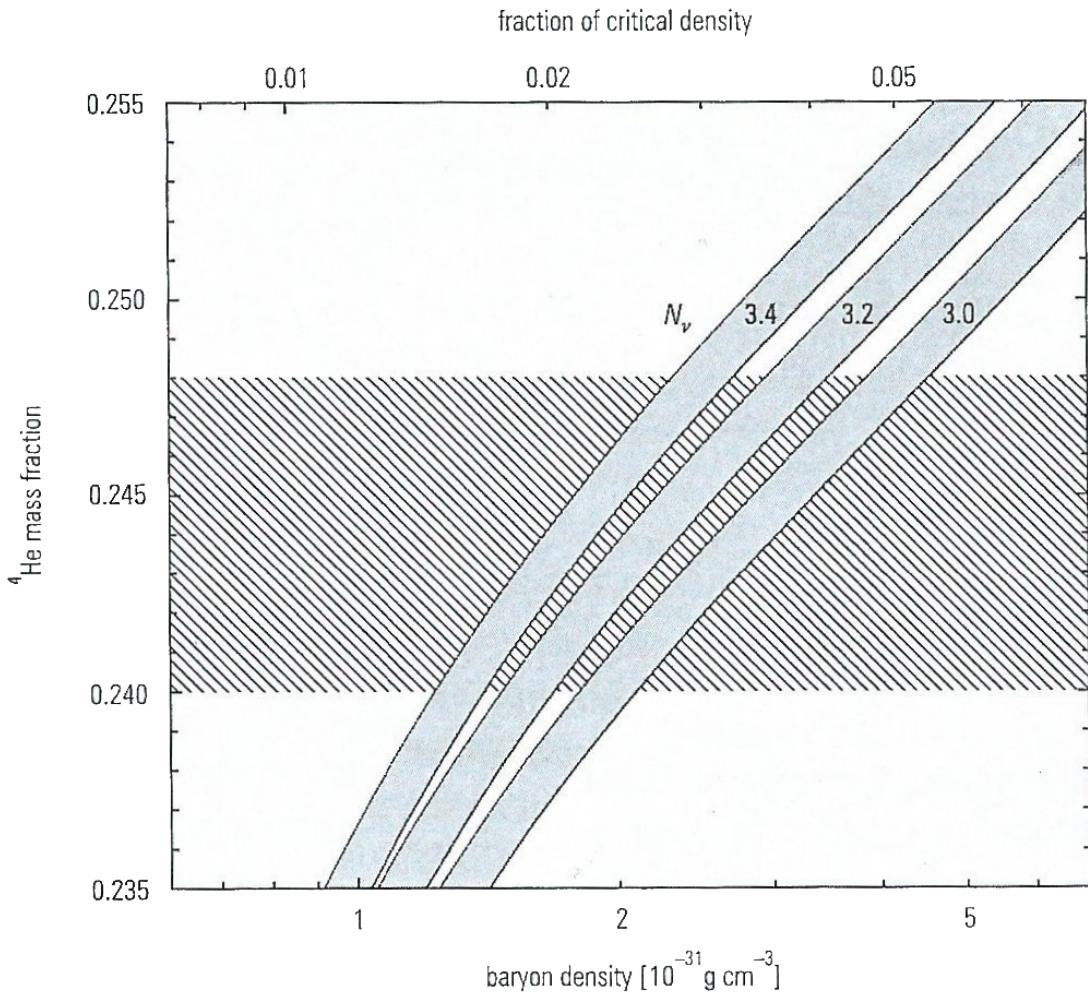
gegeben, wobei  $\tau_n$  die Lebensdauer des Neutrons und  $T_f$  die Freez-out-Temperatur der Reaktion  $p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e$ . Die Expansionsrate des Universums ist, wie oben bereits erwähnt, proportional zu  $\sqrt{g_*}T^2$  und somit über  $g_*$  abhängig von der Anzahl der Neutrino-familien.

Da sich die Reaktionsrate nicht verändert, ändert sich die Temperatur, bei der die Expansionsrate größer wird als die Reaktionsrate, also auch das Neutron zu Proton Verhältnis und somit der  ${}^4\text{He}$ -Anteil.



**Abbildung 6** – Einfluss der Anzahl der Neutrino-familien auf die Expansionsrate

Betrachtet man den gemessenen Helium-Anteil im Universum und nimmt die Anzahl der Neutrino-familien als rationalen Parameter erhält man folgende Abbildung:



**Abbildung 7** – Einfluss der Anzahl der Neutrino-familien auf den Heliumanteil

Da man für eine Anzahl jedoch einen ganzzahligen Wert erwartet, scheiden andere Werte als drei aus. Dies deckt sich mit Laborexperimenten in denen die Anzahl der leichten Neutrinos zu genau drei ermittelt werden konnte.

## 7 Zusammenfassung

Die Neutrino-Kosmologie ist ein aktuelles Forschungsgebiet, welches Antworten auf viele Fragen der Teilchenphysik und der Kosmologie bereithalten könnte. Bisherige Beobachtungen haben gezeigt, dass es genau drei Neutrinos mit einer kleinen Masse gibt. Offen bleibt jedoch zunächst ob es weitere schwere Neutrinos gibt und ob diese sich durch das

Seesaw-Modell beschreiben lassen und ob diese einen Teil der dunklen Materie darstellen. Außerdem ist sowohl die genaue Masse als auch die Massenhierarchie der Neutrinos unbekannt und es ist nicht geklärt ob es sich bei Neutrinos um Dirac- oder Majorana-Teilchen handelt.

## 8 Literatur

- L.Bergström, A. Goobar: Cosmology and Particle Astrophysics
- M. Roos: Introduction to Cosmology
- T. Cheng: Relativity, Gravitation and Cosmology
- C. Grupen: Astroparticle Physics
- E. W. Kolb, M. S. Turner: The early Universe
- D. S. Gorbunov, V. A. Rubakov: Introduction to the Theory of the Early Universe
- J. P. Wessels: Kern- und Teilchenphysik I - WS13/14
- N. Schmitz: Neutrinophysik