

# Neutrinokosmologie

Christian Schäfer

26.11.2008

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Allgemeines zu Neutrinos</b>	
1.1 Geschichte der Neutrinos . . . . .	1
1.2 Natürliche Quellen . . . . .	2
1.3 Jenseits des Standardmodells . . . .	3
<b>2 Neutrinoskosmologie</b>	
2.1 Zeitpunkt der Entkopplung . . . . .	4
2.2 Eigenschaften des Neutrinohintergrundes . . . . .	4
2.3 Anzahl der Neutrino flavours . . . . .	5
2.4 Massengrenzen stabiler Neutrinos . .	6
2.5 Massengrenzen instabiler Neutrinos .	6
2.6 Zerfall in Photonen . . . . .	7
<b>3 Ausblick</b>	

# 1 Allgemeines zu Neutrinos

**1** Der erste Teil thematisiert Neutrinos im Allgemeinen. Es wird der geschichtliche Hintergrund erörtert und über diesen werden die verschiedenen Neutrino-Flavours eingeführt. Danach werden Quellen von Neutrinos besprochen und zum Schluss wird das Neutrino jenseits des Standardmodells behandelt. Hier steht eine qualitative Behandlung der Neutrinooszillation und des Seesaw-Modells sowie der Unterschied zwischen Dirac- und Majorananeutrinos im Vordergrund.

## 1.1 Geschichte der Neutrinos

**8** Im Jahr 1886 entdeckte Becquerel die Radioaktivität über den Zerfall

$$n \rightarrow p + e^-.$$

Allerdings gab es dies bezüglich zwei Probleme. Die dargestellte Reaktion verletzt die Drehimpulserhaltung. Neutron, Proton und Elektron sind Teilchen mit halbzahligen Spin. Proton und Elektron koppeln aber miteinander und bilden ein System ganzzahligen Spins. Zum anderen entspricht die Reaktion einem Zweikörperzerfall und somit würde man ein diskretes Spektrum erwarten. Wie in Abb. 1 zu sehen, liegt aber ein kontinuierliches Spektrum vor.

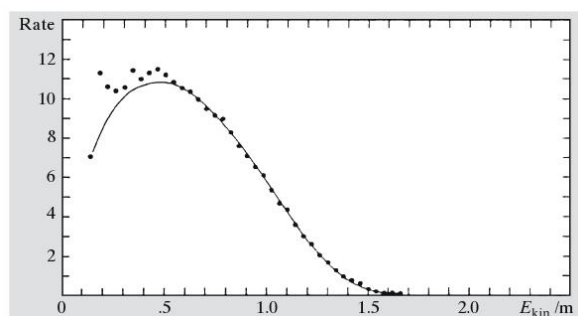


Abbildung 1: Dargestellt ist das Spektrum des von Becquerel entdeckten  $\beta^-$ -Zerfalls. Gegen die Erwartungen eines diskreten Spektrums ist es kontinuierlich.

Diese Probleme wurden 1930 von Pauli durch das Postulat eines neuen Teilchens gelöst. Dabei handelt es sich um das Neutrino, ein stabiles Teilchen mit Masse Null (mittlerweile als nicht richtig erkannt), neutraler Ladung und halbzahligen

Spin, welches nur der schwachen Wechselwirkung und der Gravitation unterliegt. Mit der Korrektur ergibt sich für den  $\beta^-$ -Zerfall

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

Das Neutrino konnte erst 26 Jahre später von Cowan und Reines nachgewiesen werden. Mit dem in Abb. 2 dargestellten Aufbau gelang es den beiden Antineutrinos aus dem Savannah-River-Reaktor in den USA nachzuweisen. Die Antineutrinos reagieren mit den quasifreien Protonen des Wassers zu

$$p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+.$$

Das Positron annihiliert und mit Hilfe der Szintillatorflüssigkeit können die Peaks der entstehenden Photonen bei 511keV nachgewiesen werden. Die Neutronen bilden in dem mit Cadmiumchlorid versetzten Wasser Photonen, die im Spektrum bei 9,1MeV nachgewiesen werden können.

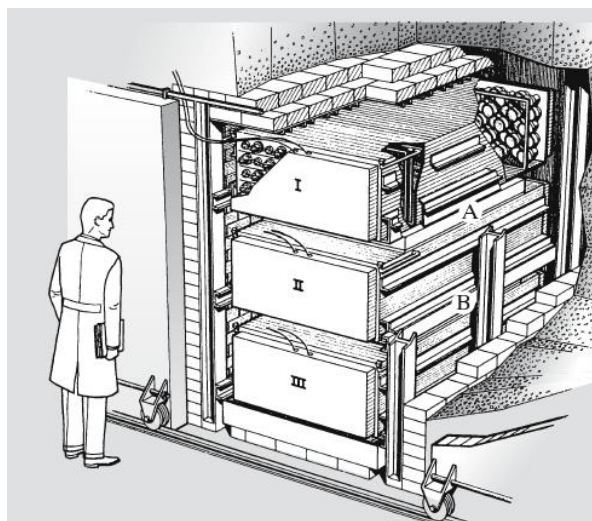


Abbildung 2: Die Abbildung zeigt den Versuchsaufbau nach Cowan und Reines zum Nachweis von Antineutrinos. Die Behälter A, B und C sind mit Szintillatorflüssigkeit gefüllt. Zwischen den Behältern sind weitere Container angebracht, die mit Cadmiumchlorid versetztes Wasser enthalten.

Damit sind zwei der sechs Leptonfamilien gefunden. In diesen wird den Teilchen bzw. Antiteilchen, wie Elektron bzw. Positron, je ein Neutrino bzw. Antineutrino zugeordnet. So bilden zum Beispiel  $e^-$  und  $\nu_e$  eine Leptonfamilie, wohingegen  $\nu_e$  und

$\bar{\nu}_e$  einen Flavour bilden. Des Weiteren werden dem Myon und dem Tauon Neutrinos zugeordnet.

In der Atmosphäre kann der Zerfall von Myonen beobachtet werden. Die große Ähnlichkeit zwischen Myon und Elektron lässt auf einen Zerfall folgender Art schließen

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \gamma.$$

Dieser kommt in der Natur aber nur mit einer Häufigkeit von  $2 \cdot 10^{-11}$  vor. Das liegt an der Erhaltung der Leptonfamilienzahl. Diese ist in obiger Formel verletzt, da auf der linken Seite ein Teilchen aus der Familie der Myonen steht, aber auf der rechten Seite nicht. Beim Elektron verhält es sich genau andersherum. Um die Erhaltung zu gewährleisten muss auch dem Myon ein Neutrino zugeordnet werden

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu.$$

Dieses wurde 1962 von Steinberger, Schwartz und Ledermann nachgewiesen.

Im Jahr 2000 wurde im DONUT-Experiment das Neutrino des Tauons nachgewiesen.

## 1.2 Natürliche Quellen

Neutrinos lassen sich experimentell in Beschleunigern und Reaktoren erstellen. An dieser Stelle werden die natürlichen Quellen behandelt.

Das Neutrino des Elektrons  $\nu_e$  kann in der thermonuklearen Fusion innerhalb von Sternen entstehen. Die zugehörige Reaktion lautet

$$4p \rightarrow {}^4\text{He} + 2e^+ + 2\nu_e.$$

Die solaren Neutrinos werden bei der Einführung der Neutrinooszillation noch eine Rolle spielen.

Eine weitere natürliche Quelle von Neutrinos sind Supernova-Explosionen des Typs IIa, welche dem Gravitationskollaps eines massenreichen Sterns entsprechen. Neutrinos aus allen Leptonfamilien tragen die freiwerdende Bindungsenergie davon. Dieser Vorgang wird als Neutrino-Driven Wind bezeichnet.

Neutrinos aller Leptonfamilien sind sonst nur noch im Neutrinohintergrund als Überbleibsel des Big Bang zu finden. Dieser wird später ausführlich behandelt.

Auf der Erde bilden sich Neutrinos im atmosphärischen Schauer. Kosmische Teilchen dringen

in die Atmosphäre ein und kollidieren dort mit Teilchen der Atmosphäre. Dabei entstehen Mesonen deren Zerfallsprodukte unter anderem die dem Elektron und Myon zugeordneten Neutrinos und Antineutrinos sind.

Findet die Kollision von kosmischen Teilchen bereits im Weltall statt, so werden Neutrinos des gleichen Typs mit höheren Energien gebildet. Man spricht von energiereichen kosmischen Neutrinos.

Auf der Erde sind sonst noch geologische Neutrinos zu finden. Sie entstehen aus dem  $\beta$ -Zerfall instabiler Isotope. Es treten nur die dem Elektron zugehörigen Neutrinos und Antineutrinos auf.

### 1.3 Jenseits des Standardmodells

Der experimentelle Nachweis von solaren Neutrinos führte zum Modell der Neutrinooszillation. Raymond Davis Jr. begann 1960 das Homestake Experiment. Es sollte die Neutrinos  $\nu_e$  der Sonne nachweisen. Allerdings wurde nur weniger als die Hälfte der aus solaren Modellen erwarteten Anzahl an solaren Neutrinos registriert. Dieser Mangel ist als "Solar Neutrino Problem" bekannt. In weiteren Experimenten wurde dieser Mangel bestätigt und erst in Experimenten, die auf alle Neutrino flavour sensitiv waren, wurde die erwarteten Anzahl an Neutrinos aus Richtung der Sonne gemessen.

Lösung des Problems ist die Neutrinooszillation. Diese erlaubt Neutrinos sich auf langen Strecken durch quantenmechanische Prozesse ineinander umzuwandeln. Ein Teil der  $\nu_e$  aus der Sonne ist bei Erreichen der Erde in  $\nu_\mu$  und  $\nu_\tau$  übergegangen. Die Neutrinooszillation bietet die beste Erklärung des "Solar Neutrino Problem" und gilt als akzeptiert. 2002 bekam Raymond Davis Jr. für seine Arbeit, die auf die Neutrinooszillation führte, den Nobelpreis verliehen. Eine wichtige Bedingung für den quantenmechanischen Prozess der Oszillation ist, dass die Teilchen eine Masse besitzen. Aus der Neutrinooszillation folgt also, dass Neutrinos, anders als im Standardmodell angenommen, nicht masselos sind.

Vor der Einführung der Neutrinomasse im Standardmodell ist der Begriff der Helizität zu klären. Diese ist eine Quantenzahl mit folgender Definition

$$H = \frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s}| \cdot |\vec{p}|},$$

wobei  $\vec{s}$  der Spinvektor und  $\vec{p}$  der Impuls ist. Sie

beschreibt den Drehsinn von Teilchen. Nimmt die Helizität den Wert  $H = -1$  an, spricht man von linkshändigen Neutrinos, für  $H = 1$  von rechtshändigen Neutrinos. Im Standardmodell sind nur diese beiden Zustände zu finden.

Mit der Einführung einer Neutrinomasse gibt es zwei Modelle für die Helizität von Neutrinos, Dirac- und Majorananeutrinos. Für Erstere können Neutrino und Antineutrino jeweils zwei Zustände der Helizität annehmen. Es gibt also linkshändige Neutrinos und rechtshändige Antineutrinos,  $\nu_L$ ,  $\bar{\nu}_R$ , und rechtshändige Neutrinos und linkshändige Antineutrinos,  $\nu_R$ ,  $\bar{\nu}_L$ , wobei letztere auf Grund maximaler Paritätsverletzung im Standardmodell nicht vorkommen. Im Fall des Majorananeutrinos sind Neutrino und Antineutrino identische Teilchen,  $\nu = \bar{\nu}$ . Der Unterschied zwischen den beiden liegt nur in der Helizität. Bis jetzt konnte man sich durch Experimente noch nicht auf eines der beiden Modelle festlegen. Das führt dazu, dass man in einigen Fällen beide Vorstellungen berücksichtigen muss. In Zukunft erhofft man sich eine Entscheidung zwischen den beiden über den neutrinolosen  $\beta$ -Zerfall.

Eine mögliche Erweiterung des Standardmodells, die dem Neutrino eine Masse zuordnet, ist das Seesaw-Modell (seesaw: engl. Wippe). Dieses erklärt auch den hohen Massenunterschied zwischen Neutrino und dem zugehörigen Teilchen, etwa  $\nu_e$  und  $e^-$ . Jedem leichten linkshändigen Majorananeutrino  $\nu_L$  wird ein schwereres rechtshändiges Majorananeutrino  $\nu_R$  zugeordnet. Aus der Lagrangedichte ergibt sich, dass die Massen der beiden umgekehrt proportional zueinander sind

$$m_{\nu_L} \sim \frac{1}{m_{\nu_R}}.$$

Je schwerer das rechtshändige Neutrino ist, desto leichter ist das linkshändige Neutrino, was auch den Namen des Modells erklärt. Dabei ist das rechtshändige Neutrino so schwer, dass es bis jetzt experimentell noch nicht nachgewiesen werden konnte.

## 2 Neutrinokosmologie

Ein wichtiger Bestandteil der Neutrinokosmologie ist die Neutrinohintergrundstrahlung. Wie es zu deren Entkopplung kam und bei welchen Temperaturen diese stattfand, soll im folgenden geklärt wer-

den. Des Weiteren können aus der Neutrinoskosmologie Grenzen für die Anzahl an Neutrino-Flavours abgeleitet werden. Zum Schluss wird mit Hilfe der Eigenschaft, dass unser Universum flach ist, auf die Massengrenzen von Neutrinos eingegangen, wobei zwischen stabilen und instabilen Teilchen unterschieden wird.

## 2.1 Zeitpunkt der Entkopplung

Vor der Entkopplung der Neutrinos befinden sich diese im thermischen Gleichgewicht. Da Neutrinos Fermionen sind, folgen sie der Fermi-Dirac-Verteilung, die von dem Impuls  $p$ , der Temperatur  $T$  und dem chemischen Potential der Neutrinos  $\mu_\nu$  abhängt

$$f_{eq}(p) = \frac{1}{e^{\frac{p - \mu_\nu}{T}} + 1}.$$

Die Expansion des Universums, beschrieben durch die Expansionsrate  $H(t)$ , ist mit einer Abkühlung verbunden. Dadurch kommt es zu Störungen an dem Gleichgewicht, die durch Teilchenreaktionen wie die Neutrino-Antineutrino-Streuung,  $e^+ + e^- \leftrightarrow \nu + \bar{\nu}$ , ausgeglichen werden. Das Gleichgewicht kann nur erhalten werden, wenn diese Reaktionen zeitlich schneller statt finden als die Änderungen am Gleichgewicht. Physikalisch heißt das, dass die Reaktionsrate  $\Gamma$  größer als die Expansion des Universums sein muss:

$$H(t) < \Gamma$$

Der Abfall der Reaktionsrate geschieht mit  $\Gamma \sim t^{-5/2}$ , wohingegen die Expansionsrate nur mit  $H \sim t^{-1}$  abfällt. Ab einem bestimmten Zeitpunkt  $T_D$  wird die Reaktionsrate kleiner als die Expansionsrate und die Neutrinos verlassen das thermische Gleichgewicht. Dies ist der Zeitpunkt der Entkopplung und durch

$$H(t) = \Gamma|_{T=T_D}$$

gegeben. Berechnung der beiden Größen lässt auf die Ausfrieretemperatur schließen. Bei  $T_D \sim 1\text{MeV}$  frieren die Neutrinos aus und bilden den heutigen Neutrino-Hintergrund.

## 2.2 Eigenschaften des Neutrino-Hintergrundes

Im Folgenden sind physikalische Eigenschaften, wie Druck oder Teilchenzahldichte, des Neutrino-Hintergrundes von Interesse. Um diese zu bestimmen

nutzt man aus, dass der Mikrowellenhintergrund erst nach den Neutrinos bei ungefähr  $T \sim 1\text{eV}$  entkoppelt und leitet einen Zusammenhang zwischen den beiden her.

Vor der Entkopplung der Neutrinos befinden sich Neutrinos und Photonen im thermischen Gleichgewicht und besitzen dadurch die gleiche Temperatur. Das Ausfrieren der Neutrinos erlaubt die vollständige Annihilation von Positronen und Elektronen in der Reaktion

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Das führt zu einem Aufheizen des  $\gamma$ -Gases. Die Neutrinos bleiben davon in guter Näherung unbeeinflusst, da sie bereits entkoppelt sind. Damit besitzen die Photonen nach der Annihilation eine höhere Temperatur  $T_\gamma$  als die Neutrinos. Es gilt also

$$(RT_\gamma)_{vo} = (RT_\nu)_{vo} = (RT_\nu)_{na},$$

wobei  $R$  der Skalenfaktor ist.

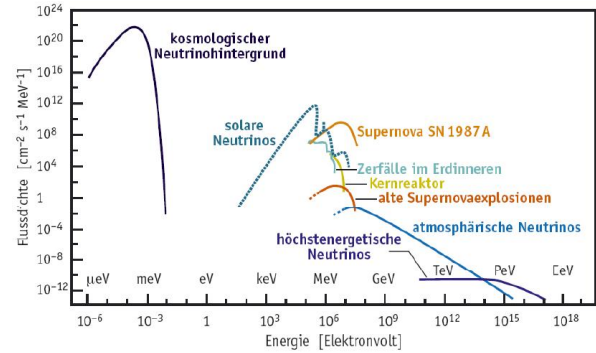


Abbildung 3: Flussdichte über Energie von Neutrinos verschiedener Herkunft. Der kosmologische Neutrino-Hintergrund stellt den größten Anteil an Neutrinos. Zudem liegt er im niederenergetischen Bereich von  $\mu\text{eV}$  und  $\text{meV}$ .

Ein Zusammenhang zwischen Neutrino- und Photonentemperatur ergibt sich über die Entropie. Aufgrund der adiabatischen Ausdehnung des Universums ist diese konstant. Damit gilt:

$$\frac{4}{3}g_{vo}(RT_\gamma)_{vo}^3 = S_{vo} = S_{na} = \frac{4}{3}g_{na}(RT_\gamma)_{na}^3$$

Die noch nicht erläuterte Größe  $g$  ist die Zahl der inneren Freiheitsgrade. Sie ist durch

$$g = \sum_i g_i + \frac{7}{8} \sum_j g_j$$

gegeben. Der erste Term summiert die Freiheitsgrade von Bosonen, der zweite Term die Freiheitsgrade von Fermionen auf. Vor der Annihilation liegen Photonen, Elektronen und Positronen vor. Das Photon (Boson) hat zwei Helizitätszustände und damit zwei innere Freiheitsgrade. Elektronen und Positronen haben je zwei Spineinstellungen, womit sich die Zahl der inneren Freiheitsgrade für Fermionen zu vier ergibt. Insgesamt ist

$$g_{vo} = \frac{11}{2}.$$

Nach der Annihilation sind Elektronen und Positronen vernichtet und es liegen nur noch Photonen vor:

$$g_{na} = 2.$$

Damit sind alle Größen in der Formel der Entropieerhaltung bekannt. Umformen führt auf folgende Relation zwischen Neutrino- und Photonentemperatur:

$$T_\nu = 0,714T_\gamma$$

Der Mikrowellenhintergrund verhält sich wie ein Schwarzer Strahler und somit lässt sich seine Temperatur berechnen. Sie liegt heute bei  $T_{\gamma 0} = 2,726\text{K}$ . Der Neutrinohintergrund unterliegt auch nach der Entkopplung noch einer Fermi-Dirac-Verteilung, die zusammen mit der Temperatur der Teilchen über die statistische Physik (thermodynamische Potentiale) auf die gesuchten Eigenschaften des Neutrinohintergrundes führt.

Die Teilchenzahldichte berechnet sich heute zu

$$n_{\nu 0} = 336\text{cm}^{-3}.$$

Die Höhe dieser Zahl wird in Abb. 3 deutlich in der die Flussdichte verschiedener Neutrinosorten aufgetragen ist.

Trotz der hohen Häufigkeit von Hintergrundneutrinos ist es bis heute noch nicht gelungen, diese experimentell nachzuweisen. Grund dafür ist zum einen der niedrige Wirkungsquerschnitt von kosmologischen Neutrinos, der ungefähr  $\sigma \sim 10^{-54}\text{cm}^2$  beträgt. Zum anderen gestaltet sich ein indirekter Nachweis als schwierig, da die Energie der Hintergrundneutrinos im  $\mu\text{eV}$  und  $\text{meV}$  Bereich liegt.

### 2.3 Anzahl der Neutrino flavours

Mit Hilfe der Kosmologie lässt sich eine maximale Anzahl an Neutrino flavours ableiten. Das geschieht

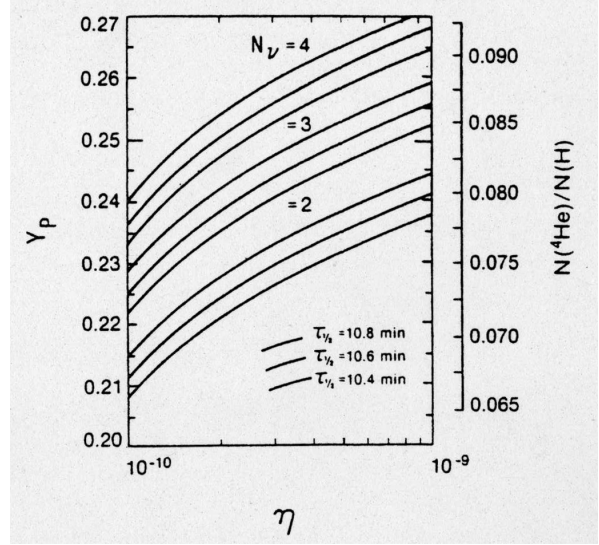


Abbildung 4: In der Abbildung lässt sich eine Grenze für die Anzahl der Neutrino flavours aus der bekannten  $^4\text{He}$ -Häufigkeit ableiten. Auf der x-Achse ist das Baryonen-Photonen-Verhältnis  $\eta$  aufgetragen. Die y-Achsen zeigen die Häufigkeit von  $^4\text{He}$  (links) und die Häufigkeit von  $^4\text{He}$  auf die Häufigkeit von Wasserstoff normiert (rechts). Die drei gebündelten Linien stellen verschiedene Neutronenlebensdauern dar und die Zahlen an den Linien kennzeichnen die Anzahl verschiedener Neutrino flavours. Mit theoretisch oder experimentell bestimmten Daten der  $^4\text{He}$ -Häufigkeit lässt sich die Zahl der Neutrino flavours einschränken.

über die  $^4\text{He}$ -Häufigkeit, die mit der Flavourzahl verknüpft ist.

Die vorhergesagte Häufigkeit des primordial erzeugten  $^4\text{He}$  hängt im Wesentlichen von drei Parametern ab, der Neutronenlebensdauer, dem Baryonen zu Photonenverhältnis  $\eta$  und dem Zeitpunkt der Neutrinoentkopplung. Letztere ist in sofern relevant, als dass sie das Neutronen zu Protonen Verhältnis bestimmt. Ein früheres Ausfrieren ergibt ein größeres Neutronen zu Protonen Verhältnis und damit eine höhere Häufigkeit an  $^4\text{He}$ .

Der Zeitpunkt des Ausfrierens ist dadurch festgelegt, dass die Reaktionsrate kleiner als die Expansionsrate wird, wobei die Expansionsrate durch

$$H \sim g^{1/2}T^2$$

gegeben ist. In die Zahl der inneren Freiheitsgrade

$g$  geht die Häufigkeit der Neutrino flavours ein. Mit Hilfe von Vorhersagen für die  $^4\text{He}$ -Häufigkeit lassen sich so Grenzen für die Anzahl an Neutrino flavours  $N_\nu$  finden, wie in Abb. 4 dargestellt. Mit Daten aus dem Mikrowellenhintergrund ergibt sich

$$N_\nu = 1,8 - 3,3.$$

Die obere Grenze ergibt sich auch aus dem Standardmodell über die Zerfallsbreite des  $Z_0$ -Bosons.

## 2.4 Massengrenzen stabiler Neutrinos

Wenn unser Universum flach ist, gilt

$$\Omega_0 h^2 = \frac{\rho_0}{\rho_c} \approx 1,$$

wobei  $\rho_c$  die kritische Dichte und  $\rho_0$  die Materiedichte ist. Mit der Annahme, dass die Neutrinos den alleinigen Anteil an der Materiedichte des Universums stellen, lassen sich Grenzen für Neutrinomassen finden. Da Neutrinos aber nur einen Anteil an der Materiedichte stellen sind diese Grenzen Obergrenzen.

Mit Verweis auf das Thema "Thermodynamische Entwicklung des Universums" ergibt sich für relativistische Neutrinos ( $m_\nu \leq 1\text{MeV}$ )

$$\Omega_\nu h^2 = 7,83 \cdot 10^{-2} \frac{g_{eff}}{g_*(T_D)} m_\nu \leq 1.$$

Daraus folgt die Cowsik-McClelland Grenze für die Summe der drei Neutrinomassen

$$m_\nu \leq 91,5\text{eV}.$$

Diese ist insbesondere für Myon- und Tauon-neutrino erstaunlich, da deren auf der Erde gefundenen experimentellen Massengrenzen im keV und MeV Bereich liegen.

Für nicht relativistische Neutrinos ( $m_\nu \geq 1\text{MeV}$ ) ist die Berechnung der Energiedichte schwieriger, da die Teilchenzahldichte umgekehrt proportional zum Annihilationswirkungsquerschnitt ist, wobei der Annihilationswirkungsquerschnitt für Dirac- und Majorananeutrinos verschieden ist. Mit Verweis auf das Thema "Thermodynamische Entwicklung des Universums" ergibt sich für die Diracneutrinos folgender Zusammenhang zwischen Neutrinomasse und Krümmung des Universums:

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{3}{m^2} \left[ 1 + \frac{3 \ln(m)}{15} \right]$$

Durch Umformen erhält man eine Untergrenze für die Masse schwerer Diracneutrinos

$$m_\nu \geq 2\text{GeV}.$$

Analoges Vorgehen für Majorananeutrinos führt auf die Grenze

$$m_\nu \geq 5\text{GeV}.$$

Diese Grenzen werden als Lee-Weinberg Grenzen bezeichnet.

In Abb. 5 ist der Beitrag der Masse der Diracneutrinos zu Materiedichte des Universums dargestellt. Mit der Bedingung, dass das Universum flach ist,  $\Omega_0 h^2 \leq 1$ , lassen sich die Massengrenzen ablesen.

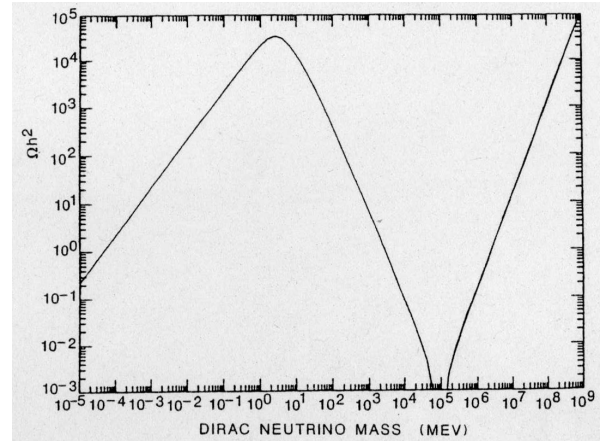


Abbildung 5: Die Abbildung zeigt den Beitrag der Masse der Diracneutrinos zu Materiedichte des Universums. Für  $\Omega_0 h^2 \leq 1$  lassen sich Grenzen für die Neutrinomassen ableiten.

## 2.5 Massengrenzen instabiler Neutrinos

Im vorangegangenen Abschnitt wurden stabile Neutrinos betrachtet. Für den Fall instabiler Neutrinos ergeben sich andere Massengrenzen, auf die im Folgenden eingegangen werden soll.

In welche Produkte die Neutrinos zerfallen soll an dieser Stelle erst noch offen gelassen werden. Einzige Bedingung ist, dass die Zerfallsprodukte relativistisch sind. Zur Bestimmung der Massengrenzen geht man analog den stabilen Neutrinos vor und berechnet die Energiedichte der Zerfallsprodukte, um

mit dieser die Bedingung für ein flaches Universum zu erfüllen.

Die Energiedichte der Zerfallsprodukte  $\rho_D$  ergibt sich aus dem Zerfallsgesetz für die Neutrinos

$$\frac{dN_\nu}{dt} = -\frac{1}{\tau} N_\nu$$

und dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$d(R^3 \rho_D) = -\frac{1}{3} \rho_D dR^3 - d(R^3 \rho_\nu).$$

Das Volumenintegral über eine Energiedichte ergibt die Energie, wobei im Universum das Volumen durch  $R^3$  gegeben ist. Damit entsprechen  $R^3 \rho_D$  und  $R^3 \rho_\nu$  Energien. Erstere ist die Energie der Zerfallsprodukte und kann mit  $dU$  identifiziert werden. Der andere Term ist die Energie der Neutrinos, die auf Grund des Zerfalls einen Beitrag zur Energie der Zerfallsprodukte liefern und somit als  $dQ$  identifiziert werden können.  $dR^3$  entspricht dem Volumenterm, wobei  $\frac{1}{3} \rho_D$  der Druck ist. Differentiation des ersten Hauptsatzes nach der Zeit liefert mit den Beziehungen  $N_\nu = R^3 n_\nu$  und  $\rho_\nu = m n_\nu$  aus der statistischen Physik eine Differentialgleichung erster Ordnung in  $\rho_D$ :

$$\dot{\rho}_D + 4 \frac{\dot{R}}{R} \rho_D = \frac{1}{\tau} \rho_\nu$$

Der zusätzliche Term auf der linken Seite ist der Rotverschiebungsterm, der auf die Expansion des Universums zurückzuführen ist.

Trennung der Variablen führt zu einer Lösung dieser Differentialgleichung. Einsetzen dieser und zeitliche Integration ergibt einen Ausdruck für die Energiedichte der Zerfallsprodukte

$$\rho_D(t_0) = n! \rho_\nu(t_0) \frac{R(\tau)}{R_0}.$$

Der Zahlenfaktor  $n$  ist  $\frac{1}{2}$  im strahlungsdominierten Universum und  $\frac{2}{3}$  im materiedominierten Universum.  $R$  ist der Skalenfaktor der Hubblekonstante zum entsprechenden Zeitpunkt ausgewertet. Die Energiedichte der Neutrinos  $\rho_\nu$  entspricht der von stabilen Neutrinos.

Erneutes Benutzen der Relation  $\Omega h^2 = \frac{\rho_D}{\rho_c} \leq 1$  führt auf

$$n! \frac{R(\tau)}{R_0} \cdot \frac{\rho_\nu}{\rho_c} \leq 1.$$

Unter Einbeziehung des Faktors  $n! \frac{R(\tau)}{R_0}$  erhält man aus den Ergebnissen für stabile Neutrinos neue Grenzen. Dabei kann die Masse der Neutrinos nur noch in Abhängigkeit der Neutrino-Lebensdauer angegeben werden. Die Ergebnisse sind in Abb. 6 dargestellt. Punkte im eingezeichneten Feld können nicht angenommen werden, da sonst unser Universum nicht mehr flach wäre.

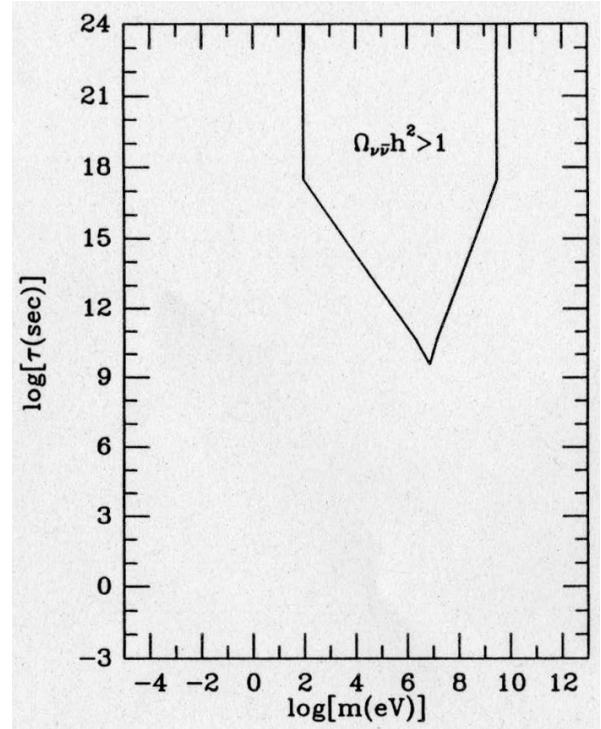


Abbildung 6: Es ist die Masse instabiler Neutrinos in eV in Abhängigkeit der Lebensdauer in Sekunden dargestellt. Mit der Bedingung, dass unser Universum flach ist, können Punkte im eingezeichneten Feld nicht angenommen werden.

## 2.6 Zerfall in Photonen

Nimmt man Photonen als Zerfallsprodukte der Neutrinos an, lassen sich die Massengrenzen verbessern, indem man die zusätzlichen Photonen in Prozesse des Universums einordnet. Dazu betrachtet man das Universum zu verschiedenen Zeiten. Die einzelnen Epochen sind heute, nach der Rekombination, nach der Thermalisierung, nach der Nukleosynthese, während der Nukleosynthese und

kurz nach dem Big Bang. In Abb. 7 sind die Massen in Abhängigkeit der Lebensdauer für die verschiedenen Epochen dargestellt. Punkte innerhalb der Flächen werden durch die folgenden Aussagen ausgeschlossen.

Für die erste Epoche ist  $t_u \simeq 3 \cdot 10^{17} \text{s} \leq \tau$ . Die Neutrinos zerfallen noch heute und bilden einen Beitrag zum diffusen Photonenhintergrund. Mit Daten aus diesem lassen sich Aussagen über Neutrinomasse und -lebensdauer treffen.

Die zweite Epoche startet nach der Rekombination und dauert bis heute an  $t_{rec} \simeq 6 \cdot 10^{12} \text{s} \leq \tau \leq t_u$ . Die Zerfallsprodukte schwerer Neutrinos bilden wiederum einen Beitrag zum diffusen Photonenhintergrund, wohingegen die Photonen von besonders leichten Neutrinos einen Beitrag zum Mikrowellenhintergrund (CMBR) bilden. Daten aus beiden lassen auf Grenzen schließen, die in Abb. 7 dargestellt sind.

In der dritten Epoche  $t_{therm} \simeq 10^6 \text{s} \leq \tau \leq t_{rec}$  streuen die produzierten Photonen an Elektronen und Positronen und diese wiederum an den Photonen des Mikrowellenhintergrundes. Das sollte zu einer Änderung im Spektrum des Mikrowellenhintergrundes führen, und zwar zu einem Bose-Einstein-Spektrum. Da das Spektrum aber einen Schwarzkörperspektrum folgt, muss der Energiebeitrag der produzierten Photonen viel kleiner als der der Mikrowellenphotonen sein. Daraus lassen sich wieder Grenzen ableiten.

In dem Zeitraum  $t_{end,nukleo} \simeq 180 \text{s} \leq \tau \leq t_{therm}$  können die Photonen thermalisieren, was zu einer Entropieerhöhung im mitbewegten Kovolumen führt. Mit Daten aus der Nukleosynthese folgt, dass diese Entropieerhöhung nicht den Faktor 30 übersteigen darf.

Während der Nukleosynthese  $t_{begin,nukleo} \simeq 1 \text{s} \leq \tau \leq t_{end,nukleo}$  würde die  ${}^4\text{He}$ -Produktion ansteigen, woraus die Grenzen abzuleiten sind.

Ist die Lebensdauer sehr klein  $\tau \ll 1 \text{s}$ , so thermalisieren die Photonen bis zum Beginn der Nukleosynthese vollständig und es bleibt nur eine Entropieerhöhung zurück. Aufgrund der fehlenden Verständnis dieser Zeit sind keine Angaben von Grenzen möglich.

In Abb. 7 ist zu sehen, dass je nach Lebensdauer verschiedene Neutrinomassen möglich sind. Für Lebensdauern oberhalb des Alters unser Universums sind nur leichte ( $m_\nu \leq 100 \text{eV}$ ) oder schwere ( $m_\nu \geq 1 \text{GeV}$ ) Neutrinos zulässig.

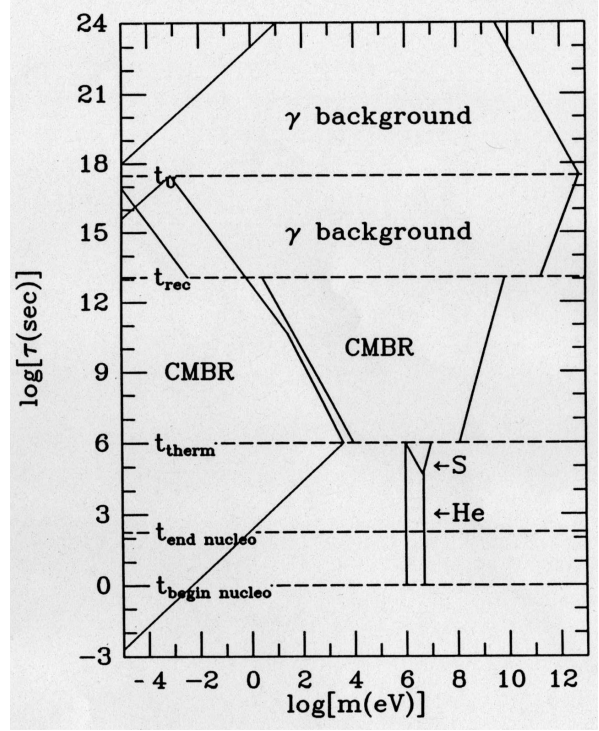


Abbildung 7: Die Abbildung zeigt Massen- und Lebensdauergerenzen für instabile Neutrinos deren Zerfallsprodukte Photonen sind. Die Masse ist in eV und die Lebensdauer in Sekunden aufgetragen. Punkte innerhalb der eingezeichneten Flächen können nicht angenommen werden. Die Begründungen dafür ergeben sich aus den Wechselwirkungen der zusätzlichen Photonen mit dem Universum und sind im Text zu finden.

### 3 Ausblick

Mittlerweile sind andere Methoden entworfen worden, um aus kosmologischen Daten Massengrenzen für Neutrinos zu erhalten. So nutzt man Daten aus dem Mikrowellenhintergrund, von Supernova-Neutrinos, aus LSS (**L**arge **S**cale **S**tructures) oder dem Lyman- $\alpha$ -Forest um in Computersimulationen die Summe aller drei Neutrinomassen abzuschätzen. Hannestad berechnete so 2006 als obere Grenze

$$\sum m_\nu \leq 1 \text{eV}.$$

Ein weiterer wichtiger Punkt in der Bestimmung der Neutrinomasse wird im Jahr 2009 der Start des KATRIN-Experiments sein. In diesem soll die Neu-

trinomasse des  $\nu_e$  mit einer Sensitivität von 0,3eV aus dem Zerfall von Tritium bestimmt werden.

Einen Zugang zu den schweren Neutrinos konnte man bis jetzt noch nicht finden, da deren Massen im oberen GeV-Bereich liegen und somit in heutigen Experimenten noch nicht erreichbar sind. Aber Beschleuniger, wie der LHC am CERN, lassen darauf hoffen, dass in Zukunft solche Massen erreicht werden können. Dann kann man sich mit dem Nachweis von schweren Neutrinos beschäftigen.

Die Bestimmung der Neutrinomasse ist auch über die vollständige Beschreibung des Neutrinos hinaus interessant. Es ist zu klären in welcher Form die Neutrinomasse im Standardmodell einzuführen ist. Außerdem bieten die zahlreich vorhandenen Neutrinos mit ihrer Masse einen idealen Kandidaten für die Dunkle Materie.

Eine weitere Frage ist die Entscheidung zwischen Majorana- oder Diracneutrinos. Informationen darüber sollen aus dem neutrinolosen  $\beta$ -Zerfall gewonnen werden, allerdings gab es bisher noch keine Erfolge.

Alles in allem werden das Neutrino und seine Eigenschaften immer besser verstanden, doch man ist noch weit von einer vollständigen Beschreibung und insbesondere deren experimentellen Überprüfung entfernt.

## Literatur

- [1] Kolb and Turner, *The Early Universe*, Westview Press (1994)
- [2] K. Zuber, *Neutrino Physics*, Taylor and Francis (2003)
- [3] N. Schmitz, *Neutrino Physik*, Teubner (1997)
- [4] C. Berger, *Elementarteilchenphysik*, Springer (2006)
- [5] B. Povh, *Teilchen und Kerne*, Springer (2006)
- [6] J. Lesgourgues, S. Pastor *Massive Neutrinos and Cosmology*, arXiv:astro-ph/0603494v2 (2006)
- [7] A.D. Dolgov *Neutrinos in Cosmology*, arXiv:hep-ph/0202122v2 (2002)
- [8] S. Hannestad *Primordial Neutrinos*, arXiv:hep-ph/0602058v1 (2006)
- [9] G. Drexlin *Skript EKP* (2008)
- [10] M. Prall *Vortrag Neutrinos und ihre Masse*, Astroseminar Münster (2006)
- [11] C. Weinheimer *Vorlesungsskript zur Vorlesung Neutrino- und Astroteilchenphysik* (2008)
- [12] <http://www.bnl.gov/bnlweb/raydavis/images/hires/CN11-769-67.jpg>
- [13] <http://www.wikipedia.org>
- [14] <http://cupp.oulu.fi/neutrino/>
- [15] <http://www.cagle.com/artists/Lester/LesterSamples/seesaw-01.jpg>
- [16] <http://www-ik.fzk.de/katrin/index.html>