

Beobachtbare Grundlagen der Kosmologie

Linus Feldkamp

Zusammenfassung¹ eines Seminarvortrags im Rahmen des Seminars zur
 ‘‘Theorie der Teilchen und Felder’’
 Westfälische Wilhelms-Universität Münster

Der Begriff Kosmologie ist dem altgriechisch entliehen und setzt sich zusammen aus *ο κοσμος* (Welt, Weltall) und *ο λογος* (Wort, Lehre). Kosmologie bezeichnet die Lehre vom Universum als Ganzes, insbesondere von seiner dynamischen Struktur.

Klassische Kosmologie

Seitdem Menschen die Erde bevölkern, haben die verschiedensten Schöpfungsmythen den Ursprung und die Form des Universums zu beschreiben versucht. Jedoch kann man in diesen, in religiösen Ansichten verwurzelten, Modellen bestenfalls effektive Erklärungsansätze erkennen. Mit einer exakten, auf empirischen Beobachtungen fußenden Wissenschaft hatten diese frühen Modelle nicht allzuviel gemein.

Eines der frühen Modelle des Altertums, welches Ptolemäus zugeschrieben wird, setzt die Erde in das Zentrum der Welt (geozentrisches Weltbild), während die Planeten und Sterne auf Kreisbahnen um Diese kreisen.

Im 16. Jahrhundert schließlich begründeten Kopernikus, Tycho Brahe und Kepler, von astronomischen Beobachtungen motiviert, ein heliozentrisches Weltbild. In diesem kreisten zwar die Planeten um die Sonne, jedoch befand sich diese nun, anstelle der Erde, im Zentrum des Weltalls.

Isaac Newton lieferte dann, im Jahre 1687, mit seiner Abhandlung über die Gravitation, die Grundlage für eine theoretische Beschreibung der Planetenbewegung. Bis zum Beginn der modernen Kosmologie sollten jedoch noch mehr als 340 Jahre vergehen.

¹Es sei angemerkt das in dieser Zusammenfassung nicht alle Teilaspekte des Vortrages ausführlich behandelt werden können und sollen. Insbesondere, da es sich bei dem Thema einzig um eine Übersicht über die Kosmologie handelt, sei an gegebener Stelle auf die nachfolgenden, spezialisierteren Vorträge verwiesen.

²ART

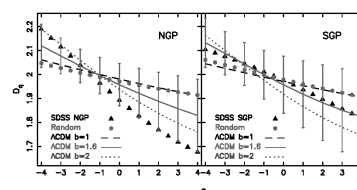
³CMX, X-Ray, Neutrinos

Die modernen Kosmologie

Die moderne Kosmologie, als wissenschaftlich anerkanntes Teilgebiet der Physik ist untrennbar verknüpft mit dem Namen Albert Einstein. Die Veröffentlichungen der speziellen (1905) und der allgemeinen Relativitätstheorie² (1915), schufen die Grundlage einer mathematischen Beschreibung des Kosmos. Aber um im Rahmen der ART überhaupt Rechnungen durchführen zu können, führte Einstein 1917 zwei vereinfachende Annahmen ein, die heute als das kosmologische Prinzip bezeichnet werden.

Das Kosmologische Prinzip

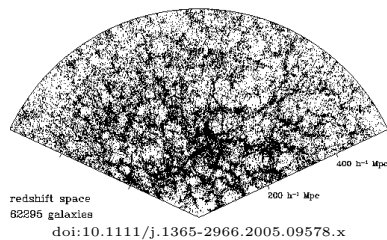
Das Kosmologische Prinzip besagt das, dass Universum auf großen Skalen homogen und isotrop ist. Daher, dass es keinen Punkt, sowohl in Struktur als auch Form, gibt, der gegenüber irgendeinem Anderen ausgezeichnet ist. Experimentelle Beweise hierfür liefern unter anderem die große Homogenität der uns aus den Tiefen des Weltalls erreichenden Hintergrundstrahlung³, als auch Messungen der Massenverteilungen auf großen Skalen.



doi:10.1111/j.1365-2966.2005.09578.x

SDSS⁴-Messung: Vergleich des Homogenitätspostulats mit

theoretischen Vorhersagen
 $r' < 17.55$, $d > 2'$, 6'slice



SDSS-Messung der Masseverteilung auf großen Skalen

Einstein selbst favorisierte ein statisches Universum und führte daher in seinen Gleichungen einen zusätzlichen Parameter Λ ein, die sogenannte Kosmologische Konstante. In den Jahren nach 1920 gelangen Friedmann und Lemaitre ,unabhängig voneinander, die dynamische Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen.⁵ Die Lösung legt nahe, dass das Universum zu einem bestimmten Zeitpunkt in der Vergangenheit den Radius Null besessen haben muss und sich seitdem ausgedehnt. Neben der singulären Gestalt des Universums beinhaltet die Lösung der Gleichung, dass zu diesem initialen Zeitpunkt die Temperatur unendlich hoch gewesen ist, weshalb man auch in diesem Zusammenhang von einem hot big bang, also einem heißen Urknall spricht. Diese Modell eines heißen Urknalls lässt sich, wie im folgenden tabellarisch zusammengefasst, in verschiedene Epochen unterteilen, die im Wesentlichen durch ihre, mit fortschreitender Zeit fallende, Temperatur charakterisiert sind:

- 10^{-43} s: Planck Epoche: Alle vier Wechselwirkungen sind vereint
- 10^{-43} s bis 10^{-36} s: GUT: Gravitation entkoppelt
- 10^{-36} s bis 10^{-12} s: Elektroschwache Wechselwirkung entkoppelt
- 10^{-36} s bis 10^{-32} s: Inflation
- 10^{-12} s bis 10^{-6} s: Weitere Expansion, Abkühlung;

- 10^{-6} s bis 1s: Abkühlung, Bildung von Hadronen
- 1s bis 180s: Nukleosynthese
- 180s bis 380.000y: Photonen dominieren, Photonen im thermischen Gleichgewicht mit Protonen und Elektronen. endet mit Entkoppung der Photonen (Ursprung des Mikrowellenhintergrundes)

Beobachtbare Grundlagen des Urknall-Modells

Eine Theorie die keinen Bezug zur Realität hat, mag sie mathematisch noch so elegant formuliert sein, ist nichts wert, wenn sie nicht mittels experimenteller Belege verifiziert werden kann. Nicht anders im Falle der Urknalltheorie. Hier sind es die messbare Expansion des Universums, die uns erreichende kosmische Hintergrundstrahlung, insbesondere im Mikrowellenbereich, und die relative Häufigkeit leichter Elemente die uns an die Korrektheit der Hypothese glauben lassen.

Die Expansion des Universum

Im Jahre 1912 beobachtete der amerikanische Astronom Vesto Melvin Slipher am Lowell Observatory, dass die Spektrallinien weit entfernter Galaxien im Vergleich zu Näherliegenden, ins Rote verschoben worden sind. Analog zum Dopplereffekt in der Akustik lässt sich dieses Phänomen über den optischen Dopplereffekt erklären. So wird das Spektrum eines sich auf den Beobachter zubewegenden Objekts zu niedrigeren Wellenlängen hin, das eines sich vom Beobachter Entfernenden, zu höheren Wellenlängen hin verschoben.

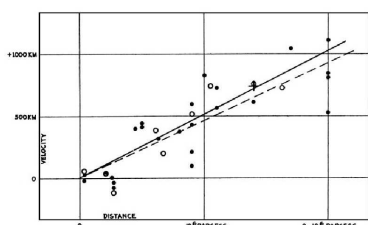
$$\lambda_r = \lambda_s \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}} \quad (1)$$

Somit konnte aus Sliphers Messungen die Fluchtgeschwindigkeit der jeweiligen Galaxien berechnet werden. Edwin Hubble kombinierte

⁴Sloan Digital Sky Survey

⁵Siehe Vortrag über Friedmann-Gleichungen und Robertson-Walker-Metrik

diese daraufhin mit den Entfernungsdaten mehrerer Galaxien, welche er bei der periodisch modulierte Leuchtkraft spezieller Sterne (Cepheiden) bestimmen konnte ⁶ und erkannte, dass ein in guter Näherung linearer Zusammenhang zwischen Fluchtgeschwindigkeit und Entfernung besteht.

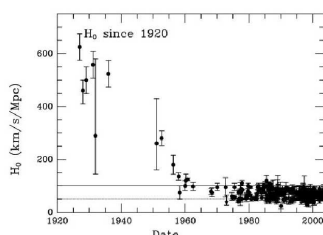


Quelle:

http://zebu.uoregon.edu/2004/a321/images/hubble_fig1.gif

$$v = H_0 \cdot d \quad (2)$$

Dieser lineare Zusammenhang ist auch als *Hubble-Gesetz* bekannt.



Quelle: <http://www.cfa.harvard.edu/huchra/hubble/h1920.jpg>

Die *Hubble-Konstante* H_0 hat nach aktuellen Messung heute den Wert

$$H_0 = (71.9^{+2.6}_{-2.7}) \frac{\text{km}}{\text{sMpc}} (\text{WMAP}(2008))$$

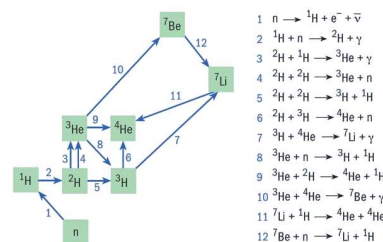
Hierbei ist anzumerken, dass die Hubble-Konstante in Wirklichkeit keine Konstante ist, sondern sich das Universum beschleunigt ausdehnt. Im Rahmen einer kosmologischen Interpretation lässt sich die Rotverschiebung als Folge der Expansion des Raumes selbst ansehen. So vergrößert sich die Wellenlänge dadurch, dass sich der Raum in dem sie sich bewegt vergrößert. (Für eine exakte, mathematische

Behandlung sei auf den zweiten Vortrag dieses Seminars verwiesen.)

Alles in allem stützen die Beobachtungen somit das Bild eines expandierenden Universums und somit die Vorstellung des Urknallmodells.

Die Häufigkeit leichter Elemente ⁷

Die zweite wichtige Stütze des Urknallmodells ist die relative Häufigkeit leichter Elemente. Die Synthese leichter Elemente ist eng verknüpft mit den vorherrschenden Bedingungen des frühen strahlungsdominierten Universums bei Temperaturen $T \leq 1 \text{ MeV}$. Zu früheren Zeiten, daher höheren Temperaturen, waren die schwachen Wechselwirkungen im thermischen Gleichgewicht und das Verhältnis von Neutronen zu Protonen einzig durch $\frac{n}{p} = e^{-\frac{Q}{T}}$ ⁸ festgelegt. Mit sinkender Temperatur sank die Umwandlungsrate ($\Gamma_{p \leftrightarrow n}$) schneller als die Expansionsrate des Universums. Damit kam es zu einem Ausfrieren der Neutronen aus dem chemischen Gleichgewicht. Zu diesem Zeitraum lag das Neutronen-zu-Protonen Verhältnis bei etwa $\frac{1}{6}$. β -Zerfall sankte das Verhältnis weiter auf etwa $\frac{1}{7}$. Die Rate dieser mit der diese Prozesse auftreten ist dabei stark von der Baryonendichte abhängig. Diese wird in der Regel relativ zur Photonendichte angegeben ($\eta \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} = 10^{-10} \cdot \eta_{10}$) wobei die Photonendichte über die Mikrowellenhintergrundstrahlung sehr genau festgelegt werden kann.



- 1 $n \rightarrow {}^1\text{H} + e^- + \bar{\nu}$
- 2 ${}^1\text{H} + n \rightarrow {}^2\text{H} + \gamma$
- 3 ${}^2\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$
- 4 ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + n$
- 5 ${}^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{H} + {}^1\text{H}$
- 6 ${}^2\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + n$
- 7 ${}^3\text{H} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$
- 8 ${}^3\text{He} + n \rightarrow {}^3\text{H} + {}^1\text{H}$
- 9 ${}^3\text{He} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^1\text{H}$
- 10 ${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$
- 11 ${}^7\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He}$
- 12 ${}^7\text{Be} + n \rightarrow {}^7\text{Li} + {}^1\text{H}$

Quelle: http://images.iop.org/objects/physicsweb/world/20/8/3/PWfea4_08-07.jpg

⁶Hubbles Entfernungsleiter war fehlerhaft, da zwei verschiedene Arten von Cepheiden existieren, von denen damals jedoch nur eine einzige bekannt war.

⁷Dieser Abschnitt hält sich sehr eng an dem unter <http://pdg.lbl.gov/2006/reviews/bigbangnucrp.pdf> veröffentlichten Paper.

⁸ $Q = 1.293 \text{ MeV} = m_p - m_n$

Die Nukleosyntesekette beginnt mit der Bildung von Deuterium ($p(n, \gamma)D$). Doch erst als die Temperatur auf ungefähr $T \simeq 0,1 \text{ MeV}$ und damit unterhalb der Bindungsenergie des Deuteriums ($\Delta_D = 2,23 \text{ MeV}$) lag, konnten sich Kerne bilden ohne, durch Photo-Dissoziation, wieder gespalten zu werden. Aufgrund der recht geringen Baryonendichte sind einzig 2-Teilchen-Prozesse, wie sie in obiger Abbildung aufgetragen sind, von Relevanz. Den Anteil an ^4He Y_p lässt sich in diesem Modell recht genau abschätzen⁹:

$$Y_p = \frac{2(n/p)}{1 + n/p} \simeq 0.25 \quad (3)$$

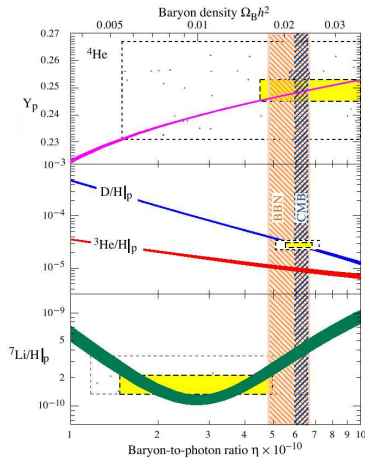
Ähnliches gilt für die Verhältnisse der übrigen leichten Elemente ^7Li , ^3He , D . Astronomische Messungen zeigen dabei eine gute Übereinstimmung, wenn man von einem Photonen-zu-Baryonen Verhältnis von $\eta_{10} \simeq 4.7 - 6.5$ ausgeht, welches mit den Messungen des Mikrowellenhintergrundes konsistent ist.

Messungen:

$$Y_p = 0.249 \pm 0.009^{10}$$

$$^7\text{Li}/\text{H}|_p = (1.23 \pm 0.06) \cdot 10^{-10}^{11}$$

$$D/\text{H}|_p = (2.84 \pm 0.26) \cdot 10^{-5}^{12}$$

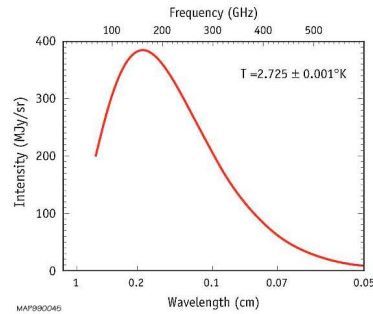


Quelle: <http://pdg.lbl.gov/2006/reviews/bigbangnucpp.pdf>

Alles in allem decken sich die Vorhersagen in einem Bereich der 9 Größenordnungen umfasst mit den astronomischen Messungen.

Der kosmische Mikrowellenhintergrund

Das frühe Universum war undurchsichtig, da sich Photonen und Materie im thermischen Gleichgewicht befanden. Erst als sich das Universum auf eine Temperatur von etwa 4000 K abgekühlt hatte, was ungefähr 380.000 Jahre nach dem der Urknall eintrat, rekombinierten die zuvor freien Elektronen. Dies reduzierte den Wirkungsquerschnitt für Comptonstreuung deutlich und die Photonen entkoppelten. Die uns heute, von diesem Zeitpunkt, erreichende Strahlung ist aufgrund der Rotverschiebung im Mikrowellenbereich zu finden und besitzt ein charakteristisches Schwarzkörperspektrum mit einem Peak bei 2.7K. Bereits 1948 von George Gamow, Ralph Alpher und Robert Herman vorhergesagt, fanden schließlich Arno Penzias und Robert Wilson 1965, während früher Experimente zur Satellitenkommunikation, durch Zufall ein Rauschen, welches als eben jenes Echo des Urknalls identifiziert werden konnte.



Quelle: <http://map.gsfc.nasa.gov/media/ContentMedia/990015b.jpg>

Neben der exakten Vermessung des Schwarzkörperspektrums gelang es mittels satellitengestützten Messungen (COBE - Cosmic Microwave Background Explorer, WMAP - Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) auch Anisotropien im Promille-Bereich zu kartographieren. Um zu verstehen welche Informationen in diesen Fluktuationen verborgen sind ist zunächst die Frage nach ihrem Ursprung zu klären.

⁹C. Amsler et al., Physics Letters B667,1 (2008)

¹⁰K.A. Olive and E. Skillman, Astrophys. J. 617,29(2004)

¹¹S.G. Ryan et al., Astrophys. J. Lett. 530,L57 (2000)

¹²C. Amsler et al., Physics Letters B667,1 (2008)

CMB-Anisotropien

Vor der Entkopplung konnte jede Ansammlung von Materie als lokaler, gedämpfter, gravitativ getriebener harmonischer Oszillator aufgefasst werden. Wobei der Photonendruck des Plasmas der Gravitation entgegenwirkte.



Modellvorstellung eines gravitativ getriebenen Oszillators ¹³

Zum Zeitpunkt der Entkopplung sank der Photonendruck auf nahezu Null, wodurch ein Fingerabdruck der damaligen Dichteverteilung entstand. Photonen aus dichteren und somit aus heißeren Regionen tragen eine höhere Energie als jene aus weniger Dichten. Hier spricht man vom sogenannten Sachs-Wolfe Effekt.

$$\underbrace{\frac{\Delta \rho}{\rho}}_{t=380.000y} \propto \underbrace{\frac{\Delta T}{T}}_{heute}$$

Zur Beschreibung und systematischen Analyse empfiehlt sich die Charakterisierung der Anisotropien mittels Kugelflächenfunktionen:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{l,m} Y_{l,m}(\theta, \phi)$$

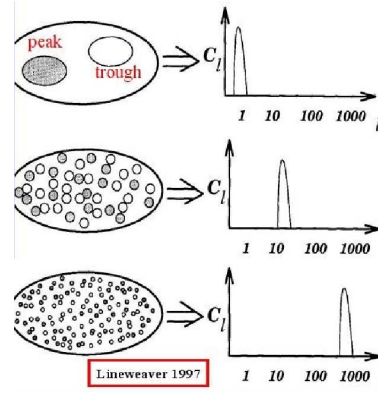
$$Y_{l,m} = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\phi}$$

Hierbei ist T die gemessene Temperatur, l die Zahl der Knoten zwischen Äquator und Pol und m die Zahl der longitudinalen Knoten. Weiter definiert man im Allgemeinen:

$$C_l = \langle |a_{l,m}|^2 \rangle$$

Das Energie-Winkelspektrum ist dann proportional zu $l(l+1)C_l$.

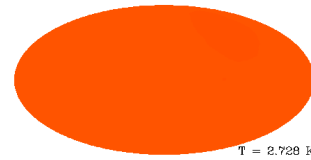
¹³Quelle: [http://tellus.ssec.wisc.edu/outreach/teach/ideas/Jatila_van_der_veen/Intro_to_CMB.pdf\(modifiziert\)](http://tellus.ssec.wisc.edu/outreach/teach/ideas/Jatila_van_der_veen/Intro_to_CMB.pdf(modifiziert))



Zur Verdeutlichung der Bedeutung des Parameters l
Quelle: <http://tellus.ssec.wisc.edu/outreach/teach/ideas/>

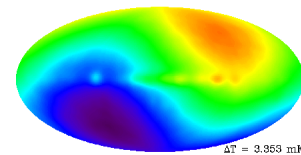
Jatila_van_der_veen/Intro_to_CMB.pdf

Der Mikrowellenhintergrund weist eine mittlere Temperatur von $T = (2.725 \pm 0.001)\text{K}$ auf, welche als Monoploterm ($l=0$) aufgefasst werden kann.



Quelle: FIRAS, COBE

Die größte Anisotropie findet sich im Dipolterm der Entwicklung ($l=1$) und kann als Ergebnis der Dopplerverschiebung interpretiert werden, welche durch die Relativbewegung unseres Sonnensystems zum fast isotropen Strahlungshintergrund hervorgerufen wird. Die gemessene Anisotropie impliziert eine Relativgeschwindigkeit von $v = 368 \pm 2 \text{ km s}^{-1}$.

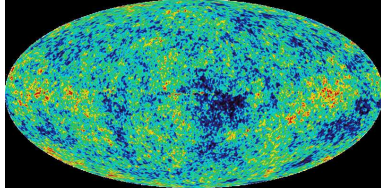


Quelle: FIRAS, COBE

Höhere Multipolmomente geben nun Aufschluss auf die frühen Dichtefluktuationen und damit über die Physik des frühen Universums. Hierbei ist die Ordnung l direkt verknüpft mit der Winkelausdehnung $\Delta\theta$ einer gemessenen

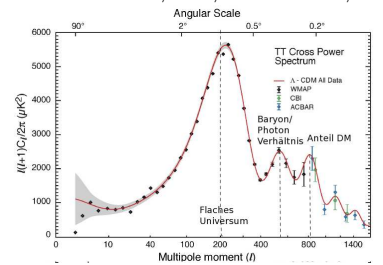
Anisotropie:

$$\Delta\Theta \simeq \frac{\pi}{l}$$



Aufnahme des Mikrowellenhintergrundes (WMAP), 2008

Quelle:
<http://www.astro.wisc.edu/~dalit/RevisedWebsite/WMAP.jpg>



Energiewinkelspektrum des CMB, WMAP, 2008

Quelle:

http://map.gsfc.nasa.gov/media/080999/080999_PowerSpectrumL.jpg

(modifiziert)

Aus dem Umstand das wir heute das 1. Maximum bei $l_{1, \text{Maximum}} = 200 \Rightarrow \Theta = 1^\circ$ beobachten, lässt sich dabei, in Verbindung mit der allgemeinen Relativitätstheorie, folgern dass wir in einem flachen Universum leben und somit gilt¹⁴ $\Omega = 1$

Die Höhe der geraden Peaks ist mit der Verdünnung der lokalen Oszillationen und somit mit dem Photonen-zu Baryonen Verhältnis verknüpft. Berechnungen mit verschiedenen Werten für η liefern schließlich einen Wert für η ¹⁵ und damit einen Anteil an baryonischer Materie $\Omega_B = 0.04$

Ebenso kann aus der absoluten Höhe aller Peaks der Gesamtanteil an Materie bestimmt werden. Dieser liegt bei: $\Omega_M = 0.25$.

Hieraus bestimmt sich der Anteil an dunkler Materie zu $\Omega_M - \Omega_B = 0.21$. Über die verbleibenden 75% kann an dieser Stelle nur spekuliert werden. Es sei jedoch auf die Vorträge zu dunkler Materie und dunkler Energie verwiesen, welche sich eingehender mit dieser Thematik beschäftigen werden.

Zum Abschluss bleibt festzustellen, dass die experimentellen Ergebnisse in guter Übereinstimmung mit dem Modell eines heißen Urknalls stehen und somit die Theorie eine sinnvolle Form der Beschreibung unseres Universums darstellt.

¹⁴siehe Vortrag über Robertson-Walker-Metrik

¹⁵siehe Nuklesynthese

(Interessante) Literatur

- Kolb, E. W., and M. S. Turner, 1990, Early Universe (Addison-Wesley, Redwood City).
- S. Weinberg, The first three Minutes, Basic Books Inc.,1990
- <http://pdg.lbl.gov/2006/reviews/bigbangnucrpp.pdf>
- <http://pdg.lbl.gov/2004/reviews/microwaverpp.pdf>
- Jaswant Yadav, Somnath Bharadwaj, Biswajit Pandey, T. R. Seshadri, Testing homogeneity on large scales in the Sloan Digital Sky Survey Data Release One, DOI: 10.1111/j.1365-2966.2005.09578.x, 2005
- Paolo de Bernardis, Silvia Masi, CMB cosmology: current status and experimental trends, Mem. S.A.It. Suppl. Vol. 2, 32, 2003