Überblick: Supersymmetrie und die Welt der Elementarteilchen

Enno E. Scholz*

24. November 1999

1 Das Standardmodell

1.1 Lagrangeformalismus

Grundlage für die Formulierung des Standardmodells ist der sogenannte Lagrangeformalismus. Hierbei geht man wie in der klassischen Mechanik zunächst von einer Lagrange-Dichte $\mathscr{L}$ aus, welche über die Lagrange-Funktion

$$L = \int d^3x\, \mathscr{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$$

definiert ist. Die Bewegungsgleichungen erhält man bekanntlich aus dem Variationsprinzip

$$\delta S = 0$$

$$S = \int dt L = \int d^4x \mathscr{L}$$

Die Bewegungsgleichungen lauten dann:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \phi} = 0$$

Als nächstes führt man das kanonisch konjugierte Moment

$$\Pi = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{\phi}} = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial(\partial_0 \phi)}$$

ein. Ein paar Beispiele für Lagrange-Dichten:

- Elektro-Dynamik: $\mathscr{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j^\nu A_\nu$ (setze $\phi = A_\nu \ldots$)
- Klein-Gordon Feld $\mathscr{L} = \frac{1}{2} \left((\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^2 \right)$
- Dirac-Feld $\mathscr{L} = \bar{\psi} \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - m \right) \psi$ wobei üblicherweise: $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0, \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}$

Der Übergang von der klassischen Feldtheorie zu einer Quantenfeldtheorie wird nun analog wie in der Quantenmechanik durchgeführt, die Felder werden zu Operatoren und die klassischen Felder deren Erwartungswerte.

*eMail: Enno.E.Scholz@uni-muenster.de

1.2 Globale Symmetrien und Erhaltungssätze

Genau wie in der klassischen Theorie kann man für jede globale Symmetrie, d.h. eine Symmetrietransformation, die nicht von den Koordinaten abhängt

$$\phi \to \phi' = e^{i\alpha}\phi$$

und die Lagrangedichte invariant läßt, eine Erhaltungsgröße zuordnen. Dies soll nun für Raum-Zeit-Symmetrien und danach für sogenannte Innere Symmetrien getrennt untersucht werden. Vorab sei aber noch bemerkt, daß sich die Änderung der Lagrangedichte schreiben läßt als:

$$\delta\mathscr{L} = \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} \delta\phi \right)$$

1.2.1 Globale Raum-Zeit-Symmetrien

Hier betrachtet man eine (infinitesimale) Koordinatenverschiebung ϵ der Gestalt, daß:

$$x_\nu \to x'_\nu + \epsilon_\nu$$

. Diese führt zu einer Änderung der Lagrangedichte

$$\delta\mathscr{L} = \epsilon_\nu \partial^\nu \mathscr{L}$$

weiter gilt:

$$\delta\phi = \epsilon_\nu \partial^\nu \phi$$

Hieraus folgt dann nach kurzer Rechnung:

$$\partial_\mu \underbrace{\left(\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} \partial^\nu\phi - \mathscr{L} g^{\mu\nu} \right)}_{\equiv T^{\mu\nu}} = 0$$

Dies kann als eine Kontinuitätsgleichung für den Tensor $T^{\mu\nu}$ angesehen werden. Hieraus ergeben sich dann die erhaltenen Ströme und Ladungen.

1.2.2 Globale Innere Symmetrien

Unter Inneren Symmetrien versteht man solche Symmetrien, die von inneren Freiheitsgraden, wie z. Bsp. der Ladung oder dem Isospin, abhängen, die also nicht aus den Raum-Zeit-Symmetrien gefolgert werden können. Eine solche Symmetrie läßt sich wie folgt beschreiben:

$$\phi_\alpha \to \phi'_\alpha = e^{-i\epsilon q_{\alpha\beta}} \phi_\beta$$

Daraus ergibt sich

$$\delta\phi_\alpha = -i\epsilon q_{\alpha\beta}\phi_\beta$$

Wiederum soll $\mathscr{L}$ invariant unter dieser Transformation sein, also $\delta\mathscr{L} = 0$. Dies führt zu einem erhaltenen Strom

$$j^\mu = \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} \delta\phi \frac{1}{\epsilon} = -i \frac{\partial\mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_\alpha)} q_{\alpha\beta}\phi_\beta$$

und weiterhin zu einer erhaltenen Ladung

$$Q = \int d^3x j^0(x) = -i \int d^3x \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial(\partial_0 \phi_\alpha)} q_{\alpha\beta}\phi_\beta$$

Auf diese Inneren Symmetrien wird bei der Behandlung der Elementarteilchen noch genauer eingegangen werden (s. 1.5)

1.3 Lokale Symmetrien und Kräfte

Nun wollen wir uns noch kurz den lokalen Symmetrien zuwenden. Unter lokalen Symmetrien versteht man lokale Transformationen - diese hängen explizit von den Raum-Zeit Koordinaten ab - welche die Lagrange-Dichte invariant lassen. Allgemein wird eine lokale Transformation durch

$$\phi(x) \to \phi'(x) = e^{i\alpha(x)}\phi(x)$$

beschrieben. Um die Lagrangedichte unter einer solchen Transformation invariant zu belassen, ist es erforderlich, die sogenannte Kovariante Ableitung anstelle der normalen Ableitung zu verwenden:

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$$

Dieses führt dann zu den sogenannten Eichtheorien (vgl. Minimale Kopplung zur Einführung der Elektrodynamik in die Quantenmechanik). Mit Hilfe dieses Formalismus gelingt es, über lokale Symmetrien Wechselwirkungen einzuführen. Dabei spricht man von e als Kopplungskonstante und A_μ als Eichfeld, welches die kraftvermittelnden Teilchen beschreibt. Es sei noch bemerkt, daß diese so eingeführten Teilchen stets masselos sind.

1.4 Spontane Symmetriebrechung

Von Symmetriebrechung wird dann gesprochen, wenn der Vakuum-Zustand eines Systems nicht dieselben Symmetrien wie die Lagrange-Dichte besitzt. Dies führt dann im Rahmen der Theorie einerseits dazu, daß kraftvermittelnden Teilchen eine Masse zugeordnet werden kann, und andererseits ermöglicht es, daß Teilchen, die eine gleiche Masse besitzen sollten, unterschiedliche Massen zugeordnet werden können.

1.5 Elementarteilchen

Wie wir oben gesehen hatten, führen Symmetrien zu einer Erhaltungsgröße. Umgekehrt kann man auch den Weg gehen, von beobachteten Erhaltungsgrößen auf die Symmetrien zu schließen. Auf diese Weise lassen sich dann Bedingungen an eine Lagrangedichte formulieren und man gelangt letztenendes zum sogenannten Standard-Modell. Einige Beispiele für diese Vorgehensweise sollen nun aufgeführt werden Als Erhaltugsgrößen sind unter anderem identifiziert:

- elektrische Ladung
- Baryonenzahl[1]

[1] Baryonen: Teilchen die letztenendes in Protonen zerfallen

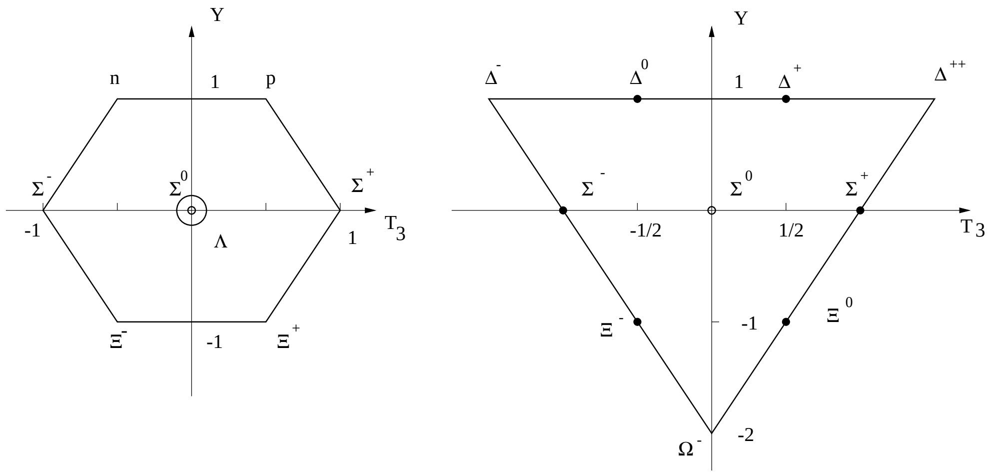

Abbildung 1: Baryonen Multipletts der $SU(3)$: Spin $\frac{1}{2}$ Oktett und Spin $\frac{3}{2}$ Dekuplett

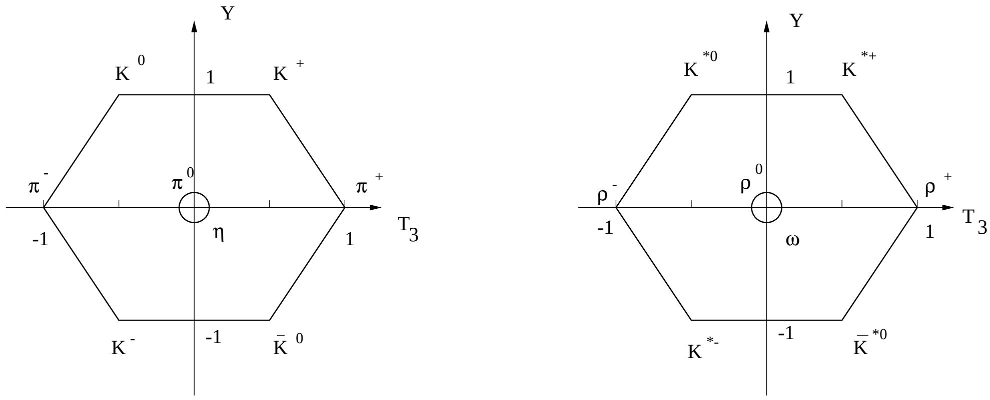

Abbildung 2: Mesonen Multipletts der $SU(3)$: Oktett der Pseudoskalaren und Oktett der Vektor Mesonen

- Leptonenzahl

Diese Erhaltungssätze kann man mit $U(1)$ Symmetrien in Verbindung setzen. Ein Beispiel für eine andere Symmetrieklasse, die $SU(2)$, ist der Isospin, also die Beschreibung von Protonen und Neutronen als ein Teilchen, welches in zwei verschiedenen Zuständen (Spin $\frac{1}{2}$) auftreten kann: das Nukeon. Wesentlich ist auch die $SU(3)$-Symmetrie. Hierdurch gelingt es, die Oktett- und Dekuplett-Strukturen der Mesonen und Baryonen zu erklären (s. Abb. 2 und 1). Weiter legt dies die Einführung der Quarks als Elementarteilchen nahe, die gerade den $SU(3)$-Tripletts entsprechen (s. Abb. 3). Aus diesen lassen sich dann die vorher erwähnten Oktett- und Dekuplettstrukturen konstruieren (s. Abb. 4).

Letztenendes verbleibt man im Standardmodell mit den Elementarteilchen laut der linken Hälfte von Abb. 5.

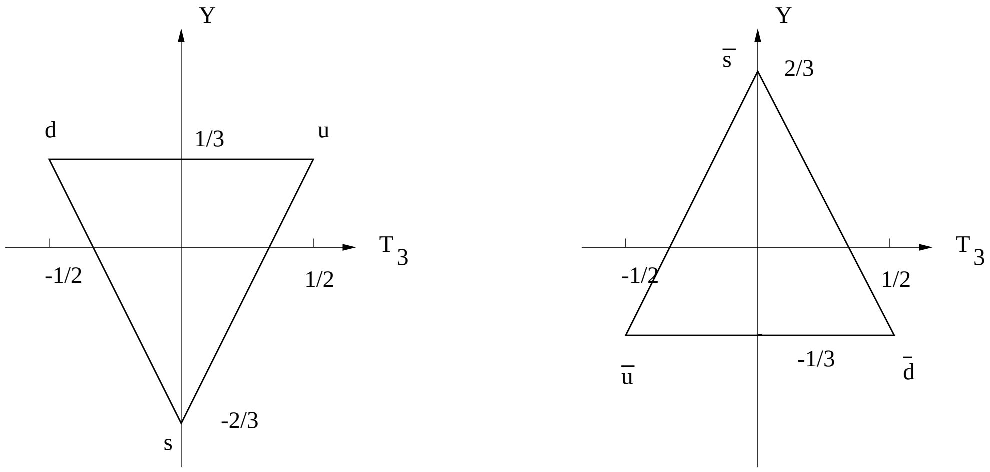

Abbildung 3: Fundamentale Tripletts der $SU(3)$, zur Beschreibung der Quarks und Antiquarks

2 Supersymmetrische Erweiterungen

2.1 Motivation

Das Standardmodell wie unter 1 besprochen wirft einige Probleme auf, die im folgenden kurz angedeutet werden sollen. Ein möglicher Lösungsansatz für diese Probleme ist die Supersymmetrie (im folgenden kurz: „SUSY“genannt), welche eine Verbindung zwischen Bosonen und Fermionen herstellt. Dieses wurde bereits in den beiden vorhergehenden Seminarvorträgen besprochen.

Ein Problem stellt die Vereinigung der Quantenfeldtheorie mit der Allgemeinen Relativitätstheorie dar. Daß hier Schwierigkeiten auftreten, kann man sich zunächst anschaulich dadurch erklären, daß in der Relativitätstheorie die Energie (oder äquivalent die Masse) die Quelle eines Gravitationsfeldes ist, in der Quantenmechanik jedoch aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation die Energie unbestimmt ist. Es können für infinitesimal kleine Zeiten unendliche Werte für die Energie angenommen werden. Somit entsteht auch eine unendliche Quelle für das Gravitationsfeld.

Genauer ist der Zusammenhang zwischen der Allgemeinen Relativitätstheorie, deren Symmetriegruppe die Poincaré Gruppe ist, und dem Standardmodell, welches von Inneren Symmetrien ausgeht, gerade im Zusammenhang mit der Vereinheitlichung dieser Symmetrien untersucht worden. Dabei stellte sich heraus, daß eine Vereinheitlichung nur möglich ist, wenn man auch Symmetriegruppen zuläßt, deren Algebra auf Antikommutatoren beruht. Dies wird gerade durch die Supersymmetrie ermöglicht. Dies soll nun vereinfacht dargestellt werden: Ähnlich wie in der Isospin-Symmetrie sind in der SUSY die Boson- und Fermionfelder miteinander verbunden. Beschreibe F das Fermionenfeld und B das Bosonenfeld. Eine SUSY-Transformation ϵ bewirkt nun folgendes:

$$\begin{aligned} F \longrightarrow F' &= F + B\epsilon \\ B \longrightarrow B' &= B + F\epsilon \end{aligned}$$

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Teilchen wird nun gerade durch den

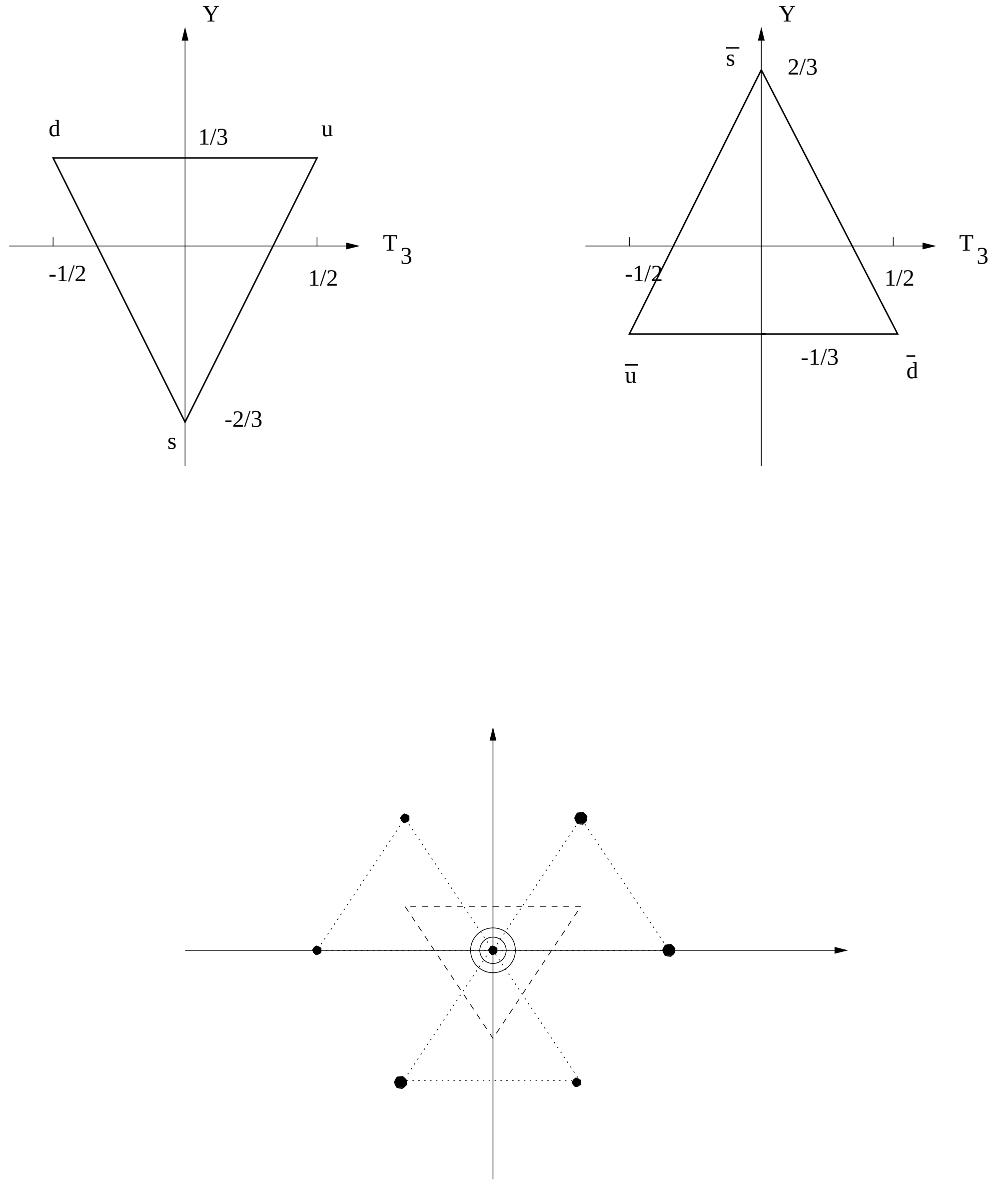

Abbildung 4: Konstruktion eines Oktetts und Singuletts aus den Fundamentalen Tripletts

Wert des Feldes beschrieben. Daraus ergibt sich sofort $[F,F]_+ = 0$ (da $FF = 0$ gelten muß: die Aufenthaltswahrscheinlichkeit zweier Fermionen am selben Ort ist null.) Für das Bosonenfeld muß dies nicht notwendig gelten, B darf kommutieren. Allerdings muß gefordert werden:

$$F'F' \;=\; (F\,+\,B\epsilon)\,(F\,+\,B\epsilon)\;=0$$

Dies wird durch

$$\begin{aligned} [F,F]_+ &= 0 \quad & [B,B]_- &= 0 \\ [F,\epsilon]_+ &= 0 \quad & [B,\epsilon]_- &= 0 \\ [\epsilon,\epsilon]_+ &= 0 \quad & [F,B]_- &= 0 \end{aligned}$$

gewährleistet.

Somit ist die geforderte Formulierung durch Antikommutatoren gewährleistet. Um dies noch etwas genauer zu betrachten, führen wir zunächst den Begriff der **Graduierten Algebra** ein (vgl. hierzu und dem folgenden [Kal97], Kap. 9). Eine $\mathbb{Z}_n$ Graduierte Algebra besteht aus einem Vektorraum $\mathbb{L}$, der als direkte Summe aus n Unterräumen $\mathbb{L}_i$ gechrieben werden kann:

$$\mathbb{L} \;=\; \mathbb{L}_0 \oplus \mathbb{L}_1 \oplus \ldots \oplus \mathbb{L}_{n-1}$$

und einem Produkt $\circ$ mit den Eigenschaften:

$$u_i \circ u_j \in \mathbb{L}_{j+k \bmod n} \quad \text{, mit: } u_i \in \mathbb{L}_i$$

Für unsere Betrachtungen erweisen sich gerade $\mathbb{Z}_2$ graduierte Algebren als nützlich. Deshalb wird noch speziell die $\mathbb{Z}_2$ **graduierte Liealgebra** definiert. Hierbei gelten für das Produkt $\circ$ die folgenden Eigenschaften:

$$\begin{array}{rc} \text{Graduierung:} & x_i \circ x_j \in \mathbb{L}_{i+j \bmod 2} \\ \text{Supersymmetrie:} & x_i \circ x_j = -(-1)^{i\cdot j} x_j \circ x_i \\ \text{Jacobi-Identität:} & x_k \circ (x_l \circ x_m)(-1)^{km} + x_l \circ (x_m \circ x_k)(-1)^{lk} + \\ & +x_m \circ (x_k \circ x_l)(-1)^{ml} = 0 \end{array}$$

wobei $x_i \in \mathbb{L}_i$ und $i,j,k \in \{0,1\}$. Das besondere hierbei ist, daß das Produkt wegen der Forderung der sogenannten Supersymmetrie sowohl symmetrisch als auch antisymmetrisch sein kann. Die Elemente aus $\mathbb{L}_1$ werden als SUSY-Generatoren bezeichnet. Deren Anzahl N ist definiert als

$$N \;=\; \dim \mathbb{L}_1$$

Nun wollen wir uns die Superalgebra, d.h. die $\mathbb{Z}_2$-Graduierung, der Poincaré-Gruppe (diese Gruppe wird noch in einem späteren Vortrag des Seminars behandelt) ansehen. Die Poincaré-Gruppe spanne mit ihren 10 Generatoren P^μ (Translationen) und $M^{\mu\nu}$ (Lorentzgruppe) den Unterraum $\mathbb{L}_0$ auf, dieser werde durch $N = 4$ SUSY-Generatoren Q_a erweitert. Diese Generatoren sollen nun die Eigenschaften einer graduierten Liealgebra erfüllen. Dazu müssen die Verknüpfungen

$$\begin{aligned} &\mathbb{L}_0 \times \mathbb{L}_1 \to \mathbb{L}_1 \\ &\mathbb{L}_1 \times \mathbb{L}_1 \to \mathbb{L}_0 \end{aligned}$$

entsprechend definiert werden. Eine mögliche Wahl liefert dann die Poincaré-Algebra:

$$
\begin{aligned}
[P^\mu, Q_a]_- &= 0 \\
[M^{\mu\nu}, Q_a]_- &= -\Sigma^{\mu\nu}_{ab} Q_b \\
\left[Q_a, \bar{Q}_b\right]_+ &= 2\gamma^\mu_{ab} P_\mu
\end{aligned}
$$

(die Definitionen sind im einzelnen in [Kal97] nachzulesen um den Rahmen dieses Überblickes nicht zu sprengen.) Das überraschendste Ergebnis hierbei ist wohl die letzte der obigen Relationen. Danach führen nämlich zwei SUSY-Transformationen nacheinander durchgeführt zu einer Translation in der Raum-Zeit! Somit ist also ein Zusammenhang zwischen der Supersymmetrie und der Allgemeinen Relativitätstheorie zu erwarten, da diese gerade die Poincaré-Invarianz als Eichsymmetrie enthält.

Nun soll, bevor einige Ansätze zur Erweiterung des Standardmodells vorgestellt werden, noch kurz angemerkt werden, wie Lagrange-Dichten supersymmetrisch formuliert werden können. Dies ist sicherlich in einem SUSY-Modell erforderlich, will man den beim Standardmodell bisher so erfolgreichen Formalismus auch hier anwenden. Zunächst ist die Einführung sogenannter Superzahlen erforderlich (dies ist noch als Vortragsthema für einen späteren Vortrag vorgesehen, deshalb wird hier nur kurz über den Ansatz referiert, nachzulesen in [Kal97], Kap. 4):

$$z \;=\; c_1 \;+\; \zeta c_2 \;\; \text{mit: } \zeta^2 = 0, c_1, c_2 \in \mathbb{C}$$

Hierbei wird ζ als Generator bezeichnet (i.a. existieren mehrere Generatoren, die dann einer sogenannten Grassmann-Algebra genügen). Im Superraum-Konzept werden nun den normalen Dimensionen Superraumdimensionen hinzugefügt, ein Feld besteht dann aus normalen Feldern und Superfeldern:

$$(x_0, x_1, x_2, x_3) \longrightarrow (x_0, x_1, x_2, x_3, \theta_1, \ldots)$$

$$\phi(t, \theta) = q(t) + i\theta\psi(t)$$

$$\phi(t, \theta, \bar{\theta}) = q(t) + \theta\psi(t) + \bar{\psi}(t)\bar{\theta} + \theta\bar{\theta}h(t)$$

(Anm.: das erste Beispiel kann als Taylor-Entwicklung des Superfeldes nach θ angesehen werden, die exakt nach dem 2. Term abbricht.) Mit diesen Superfeldern wird dann die Lagrangedichte zu formulieren sein.

2.2 SUSY-Modelle

2.2.1 Supergravitaitonstheorien

Wie im vorhergehenden Abschnitt dargelegt wurde, besteht eine Möglichkeit, die Gravitation mittels Supersymmetrie mit dem Standard-Modell zu verbinden. Ansätze, die von der Gravitation ausgehen, werden als Supergravitationstheorien („SUGRA“)bezeichnet. Hier beginnt man zunächst mit einem Spin

	Spin 0	Spin $\frac{1}{2}$	Spin 1	Spin $\frac{3}{2}$	Spin 2
$N = 1$				1	1
$N = 2$			1	2	1
$N = 3$		1	3	3	1
$N = 4$	2	4	6	6	1
$N = 5$	10	11	10	5	1
$N = 6$	30	26	16	6	1
$N = 7$	70	56	28	7	1
$N = 8$	70	56	286	8	1

Tabelle 1: Anzahl der vorhergesagten Teilchen einer SUGRA-Theorie mit N SUSY-Generatoren (aus:[Fre78])

2-Graviton[2] und konstruiert davon ausgehend mittels SUSY-Transformationen die weiteren Fermionen und Bosonen. Die Zahl der verschiedenen Generatoren legt dabei die Anzahl der einzelnen Teilchen fest: s. hierzu Tabelle 1 (aus [Fre78]). Hierbei handelt es sich um vollständig vereinheitlichte Theorien, an die weitere Einschränkungen geknüpft werden. Insbesondere ist $N \leq 8$.

Ein großer Vorteil dieser Theorien liegt darin, daß sie im Idealfall mit nur einer Konstanten auskommen, da ja alle Elementarteilchen (und somit auch die Kraftvermittelnden Teilchen) aus dem Graviton durch SUSY-Transformationen erzeugt werden können. Beim bisherigen Standardmodell sind 18 Parameter frei wählbar.

2.2.2 Weitere SUSY-Modelle

Ein anderer Ansatz (vgl. [Hab86]) geht von den bekannten Elementarteilchen des Standardmodells aus (s. 1.5) und fügt ein Spin 2 Graviton hinzu sowie zu jedem Teilchen einen sogenannten SUSY-Partner (siehe hierzu Abb. 5), der dieselben Eigenschaften bis auf einen um den Betrag $\frac{1}{2}$ geänderten Spin besitzt. Die Namensgebung hierbei ist wie folgt geregelt: die neuen Bosonen (aus den bekannten Fermionen hervorgegangen) erhalten ein „S“ vorangestellt (Quark $\rightarrow$ Squark etc.), an die Namen der bisherigen Bosonen (die neuen Fermionen) wird die Endung „ino“ angehängt (Photon $\rightarrow$ Photino etc.).

Mit Ansätzen dieser Art gelingt es auf besonders elegante Art und Weise, die sonst in der Quantenfeldtheorie durch die Selbstenergie der Teilchen auftretenen Divergenzen zu beheben. Dies wird durch Feynman-Diagramme mit sogenannten „Loops“ (Schleifen) beschrieben (s. z. Bsp. Abb.6 für ein Higgs-Boson). Bisher waren diese Divergenzen durch sogenannte Renormierung teilweise zu beheben. Hierbei wird der Begriff der „nackten“ Masse (in der Literatur üblicherweise als „bare mass“ bezeichnet) eingeführt, die eine nicht zu beobachtende Größe darstellt, die das Teilchen ohne die Selbstwechselwirkung hätte. Die wirklich beobachtete Masse ist dann die Summe der bare mass und der Selbstenergie und kann im günstigten Falle endlich werden. Durch Einführung der SUSY-

[2] Mit folgender einfachen Analogie kann plausibel gemacht werden, warum es sich bei dem Graviton um ein Spin 2 Objekt handeln muß: In der elektromagnetischen Wechselwirkung ist der erhaltene Strom ein Vektorstrom, das zugehörige Teilchen, das Photon, also ein Spin 1 Objekt. In der Gravitation ist der erhaltene Strom allerdings der Energie-Impuls-Tensor, also handelt es sich bei dem Graviton um ein Spin 2 Objekt.

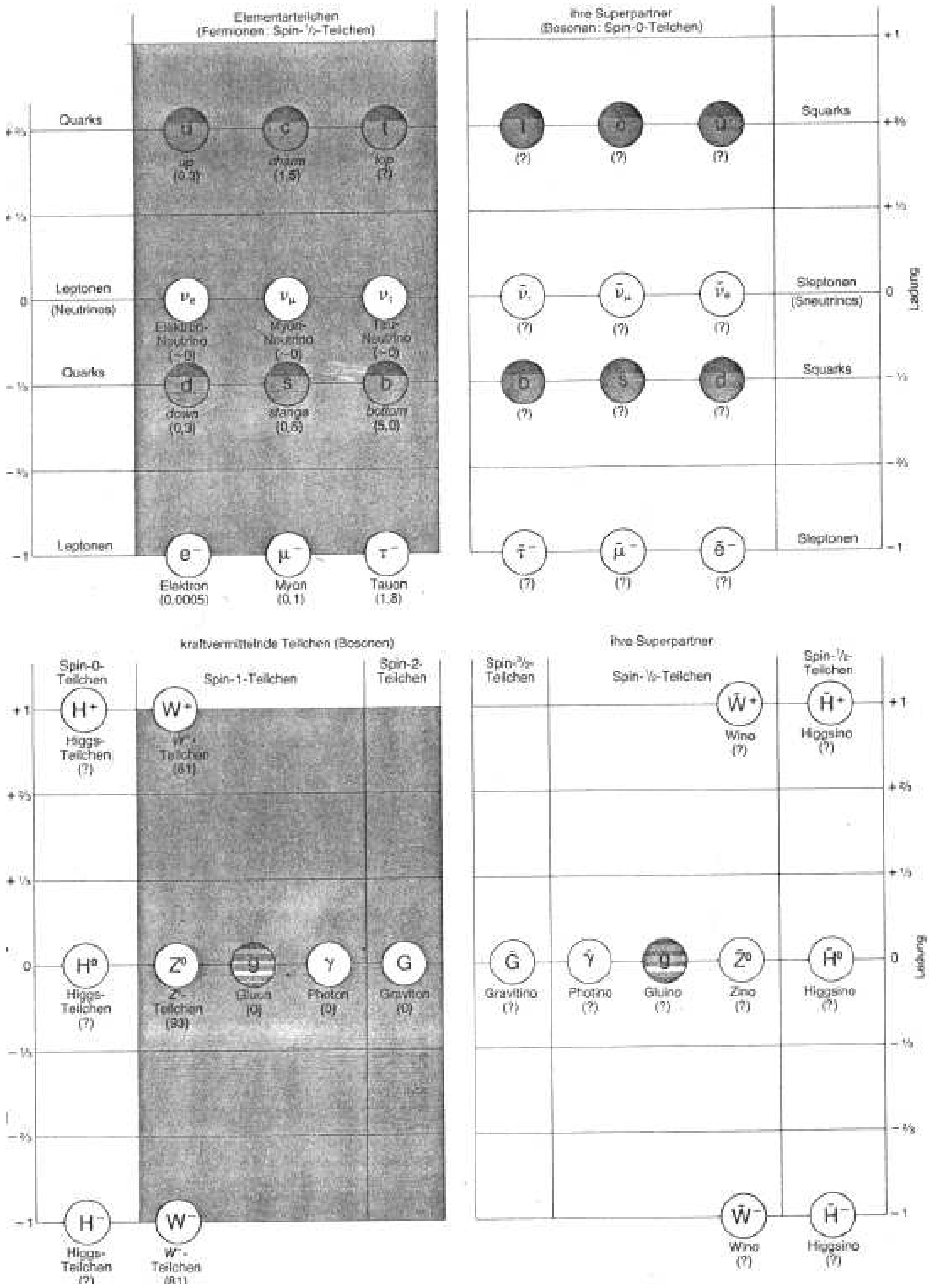

Abbildung 5: Elementarteilchen und deren SUSY-Teilchen (aus [Hab86])

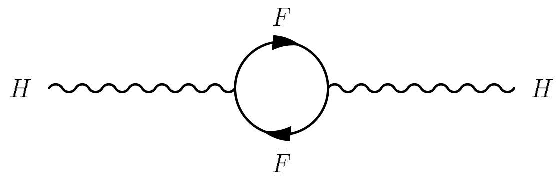

Abbildung 6: Beitrag zur Selbstenergie eines Higgs-Bosons

Teilchen existiert nun zu jedem divergenten Diagramm ein weiteres mit den entsprechenden SUSY-Teilchen, so daß sich die Divergenzen gerade wegheben. Dies wird durch die Forderung gewährleistet, daß die SUSY-Teilchen mit der gleichen Kopplungskonstanten aneinander koppeln wie ihre „normalen“ Partner. Also wird die Divergenz des Diagramms aus Abb. 6 durch das Diagramm aus Abb. 7 behoben. Eine Forderung der SUSY-Modelle ist die sogenannte R-Parität, welche besagt, das die Gesamtzahl der beteiligten SUSY-Teilchen erhalten bleiben muß. Dies wird insbesondere noch bei den experimentellen Nachweisen von Bedeutung sein (s. 2.3). Somit erhält man die SUSY-Vertices durch Ersetzung zweier Teilchen durch ihre SUSY-Partner. Beispiele hierfür sind in Abb. 8 angegeben.

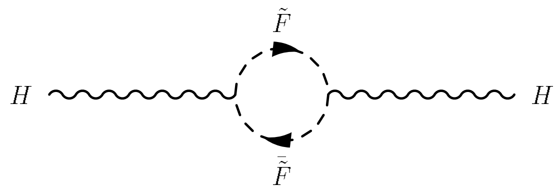

Abbildung 7: Diagramm zur Behebung der Selbstenergie aus Abb. 6

Eine weitere Anforderung an die Supersymmetrie ist, daß es sich dabei um eine gebrochene Symmetrie handeln muß. Die SUSY-Teilchen können nicht die gleichen Massen wie ihre „normalen “Partner haben, dann müßten sie ebenso wie diese auftreten und ein Atom, welches anstatt Elektronen Selektronen enthielte, würde aufgrund des bosonischen Charakters der Teilchen ein völlig anderes Termschema zeigen; alle Teilchen könnten gleichzeitig den energetisch niedrigsten Zustand besetzen. Dies wurde aber nie beobachtet, also müssen die Massen der SUSY-Teilchen erheblich höher liegen als die der bekannten Elementarteilchen.

Aus der oben schon erwähnten R-Symmetrie folgt zwangsläufig die Existenz eines *stabilen* leichtesten SUSY-Teilchen (LSP, Lightest-SUSY-Particle). In den Zerfallsprodukten eines SUSY-Teilchens muß mindestens ein weiteres SUSY-Teilchen enthalten sein, um die R-Symmetrie zu erfüllen. Das Teilchen mit der kleinsten (nicht notwendig von Null verschiedenen) Masse kann dann nicht mehr weiter zerfallen, da alle Zerfälle in andere SUSY-Teilchen bereits energetisch ver-

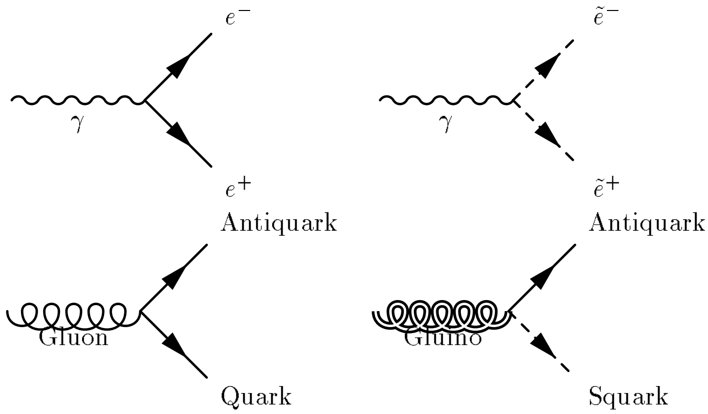

Abbildung 8: Zwei Beispiele für Prozesse mit SUSY-Teilchen

boten sind. Aus anderen Überlegungen schließt man, daß dieses LSP elektrisch neutral sein muß, sonst hätte man es längst über eine Wechselwirkung beobachtet, und eine Masse $< 5GeV$ besitzen muß, um nicht zu viel elektrisch neutrale, stabile Materie zuzulassen (s. [Wes87]) Einige Theorien gehen von dem Photino (z. Bsp. [Hab86]) andere von einem Neutralino (z. Bsp. [Wag98]) als LSP aus.

Weitere Vorteile einer SUSY-Theorie gegenüber dem bisherigen Standardmodell sind die Konvergenz der Kopplungskonstanten und eine Möglichkeit zur Lösung des sogenannten Hierachieproblems. Das Schlagwort „Konvergenz der Kopplungskonstanten " ist wie folgt zu verstehen: Die Kopplungskonstanten für die einzelnen Wechselwirkungen (elektromagnetische, schwache, starke) sind Energieabhängig, so gilt z. Bsp. für die elektro-magnetische Kopplung: $\alpha_{EM}(0) \approx \frac{1}{137}$ allerdings bei Energien von $90GeV$, wie sie heute bereits in Beschleunigern erreicht werden, gilt: $\alpha_{EM}(90) \approx \frac{1}{128}$ (s. [Wag98]). Für eine vereinheitlichte Theorie sollte man nun erwarten, daß diese Kopplungen gegen ein und denselben Wert konvergieren. Wie sich jedoch zeigt, ist dies durch SUSY-Modelle wesentlich besser gegeben als durch das Standard Modell (s. Abb. 9 aus [Wag98]). Mit dem Hierachie-Problem ist gemeint, daß im Standard Modell die beiden Higgs-Bosonen gebraucht werden um zwei Symmetrie-Brechungen zu bewirken: bei $10^{15}GeV$ die GUT und bei $100GeV$ das Standard Modell. Beide Bosonen sind unendlichen Strahlungskorrekturen unterworfen, es ist allerdings eine feste Differenz der Massen zwischen beiden erforderlich, um diese Symmetriebrechungen zu bewirken. Wie oben schon erwähnt, hilft die SUSY bei der Behebung dieser Strahlungskorrekturen.

Ebenfalls erfreulich ist, daß es im Rahmen eines SUSY-Modelles möglich ist, sowohl die Massen der Higgs-Bosonen als auch die Plancksche Masse [3] zu beschreiben. Dies stellt ein besonderes Problem, weil diese sich um den Faktor 10^{17} unterscheiden.

2.3 Experimentelle Tests für SUSY-Modelle

Abschließend soll nun noch diskutiert werden, welche experimentelle Hinweise es für SUSY-Modelle gibt. Ein solcher Hinweis läßt sich aus der Existenz des LSP ableiten. Hierdurch wäre die Möglichkeit gegeben, bei Kollisionsexperimenten

[3] Plancksche Masse: ab dieser Masse überwiegen gravitative Kräfte zwischen Elementarteilchen, $M = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 1,2\,10^{19} GeV/c^2$, G: Gravitationskonstante

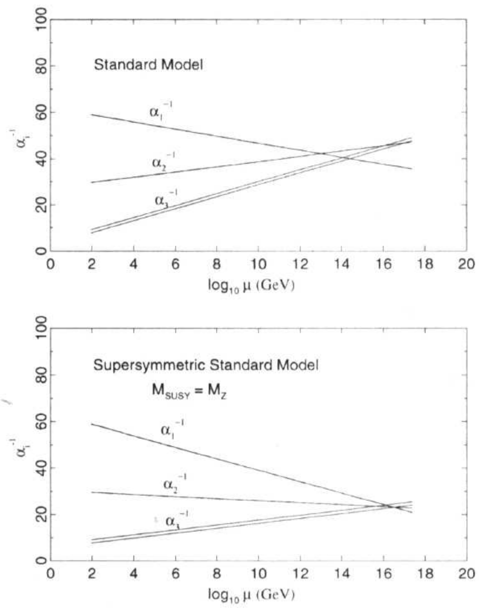

Abbildung 9: Konvergenz der Kopplungsstärken, aus [Wag98]

(z. Bsp. hochenergetische e^+e^--Streuung in Speicherringen) unentdeckt Energie wegzutragen. Wäre die Energie der beiden Kollisionspartner hoch genug, um ein Selektronen-Paar zu erzeugen (vgl. Abb. 10), und wird angenommen, daß diese sehr kurzlebig sind und schnell wieder in Elektronen und Photinos zerfallen, so würden die Photinos nicht nachgewiesen werden können, und die Energiebilanz wäre allein mit dem Elektron/Positron-Paar nicht erfüllt. Weiter wird in solchen Experimenten nicht nur nach einer unstimmigen Energiebilanz gesucht, sondern ein weiteres Indiz könnte beobachtet werden: Die beiden Selektronenzerfälle sind unkorrelierte Ereignisse, also muß speziell nicht die Ausbreitungsrichtung des Elektrons in der Ebene der einlaufenden Teilchen und des auslaufenden Positrons liegen, wie es aufgrund der Impulserhaltung bei einem Prozeß ohne Selektronen („normale“ e^+e^--Streuung) der Fall ist. Allerdings gibt es bis heute noch keine eindeutigen Daten, die dieses Verhalten zeigen und nicht auch durch andere Prozesse, die schon im Standard Modell enthalten sind, erklärt werden können. Hieraus läßt sich zumindest schließen, daß die Energien der zur Zeit betriebenen Beschleuniger noch nicht ausreichen, um SUSY-Teilchen zu erzeugen. (Siehe hierzu Tab. 2) Nach dem Stand von 1986 läßt sich die Existenz von Selektronen mit einer Masse $\leq 23m_p$ ausschliessen. Auch Experimente mit Proton-Antiproton-Kollisionen wurden durchgeführt, um die Existenz von Squarks zu untersuchen. Diese verlaufen analog zu dem besprochenen Experiment, wenn man sich das Proton nach dem Partonen-Modell aus Quarks und Gluonen aufgebaut denkt. Prinzipiell lassen sich mit solchen Beschleunigern höhere Energien erreichen, jedoch sind diese dann grob gesagt auf 6 Teilchen verteilt (3 Quarks, 3 Gluonen). Bessere Chancen für Hinweise erhofft man sich jedoch vom sogenannten NLC-Programm („Next Linear Collider “), bei dem für e^+e^--Kollisionen bis zu $1,5TeV$ angestrebt werden (s. [Wag98]) Damit erhofft

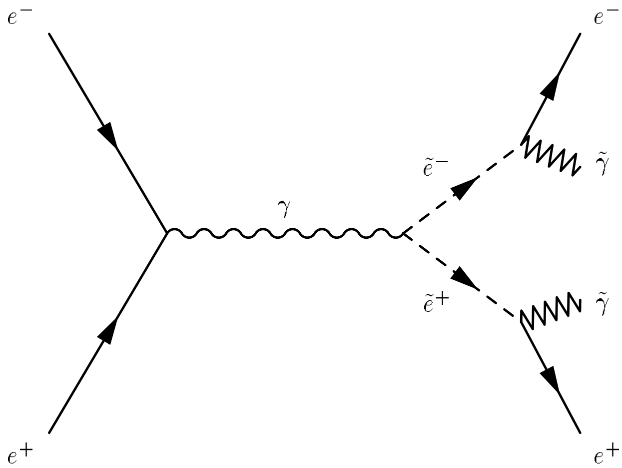

Abbildung 10: Experimenteller Hinweis auf SUSY-Teilchen

	SLC SLAC	LEP CERN	$Sp\bar{p}S$ CERN	TEVATRON Fermilab	LHC[4] CERN
E/GeV	50	92[5]	315	1.000 [6]	7.000
Typ	e^+e^-	e^+e^-	$p\bar{p}$	$p\bar{p}$	$p\bar{p}$

Tabelle 2: Hochenergie-Beschleuniger (aus: [PPB98])

man sich auch Hinweise auf andere SUSY-Teilchen zu erhalten.

Literatur

[Mos99] U. Mosel, *Fields, symmetries and quarks*, 2. rev. and enl. ed., Springer 1999

[Kal97] H. Kalka, G. Soff, *Supersymmetrie*, Teubner 1997

[Wes87] J. Wess, *Symmetrie, Supersymmetrie, Supergravitation*, Physikalische Blätter **43** (1) 1987

[Hab86] H. E. Haber, G. L. Kane, *Ist die Natur supersymmetrisch?*, Spektrum der Wissenschaft **8** 1986

[Wag98] D. Wagner, *Introduction to Supersymmetry at the NLC*, gefunden auf der das Seminar begleitenden Internet-Seite: http://pauli.uni-muenster.de/Seminare/teilchen_ws99/wagner.ps

[Fre78] D. Z. Freedmann, P. van Nieuwenhuizen, *Supergravitation und die Einheit der Naturgesetze*, erschienen in: Teilchen, Felder und Symmetrien, Spektrum Akad. Verlag 1995, erstmals in Scientific American **2** 1978

[PPB98] C. Caso et al., *Particle Physics Booklet*, extracted from the Review of Particle Physics, Particle Data Group, Springer, July 1998

[4] Start voraussichtlich 2005
[5] in 1997 erreicht, maximal angestrebt $100 GeV$
[6] beabsichtigt für 2000