

Dekohärenz Teil 2

Thomas Schulze-Trautmann

30.02.02 (Universität Münster)

1 Einführung

Im ersten Teil zur Dekohärenz wurden folgende Punkte beobachtet:

Nimmt man zwischen einem System S mit der Basis $|n\rangle$ und einem Apparat A mit der Basis $|\Phi\rangle$ eine Wechselwirkung der Form

$$H_{ww} = \sum_n |n\rangle\langle n| \otimes \hat{A}_n \quad (1)$$

an, so bedeutet dies zunächst, daß sich nur der Apparat abhängig vom Systemzustand ändert. Betrachtet man jedoch die zeitliche Entwicklung eines faktorisierten System-Apparatzustandes mit obiger Wechselwirkung, so verschränken sich System und Umgebung *alleine* durch die unitäre Zeitentwicklung $\exp(-iH_{ww}t)$, so daß der nichtlokale Charakter der Quantenmechanik dafür sorgt, daß sich auch das System verändert und sogar nicht mehr durch eine eigene Wellenfunktion beschrieben werden kann:

$$\left(\sum_n c_n |n\rangle \right) |\Phi_0\rangle \xrightarrow{t} \sum_n c_n |n\rangle |\Phi_n(t)\rangle \quad (2)$$

Dies führt zusammen mit der Annahme orthogonaler Apparatzustände $\langle \Phi_m | \Phi_n \rangle = \delta_{nm}$ auf die Tatsache, daß das System nach Ablauf der Zeit t und Aussparen des Apparates eine Dichtematrix aufweist, die dem eines Gemisches entspricht:

$$\rho_S = \text{Tr}_A(\rho_{SA}) = \sum_{m,n} c_m^* c_n \langle \Phi_m | \Phi_n \rangle |n\rangle\langle n| = \sum_n |c_n|^2 |n\rangle\langle n| \quad (3)$$

In den folgenden Abschnitten soll untersucht werden, wie sich die Dichtematrix ρ_S dynamisch im Verlaufe der Zeit t in das Gemisch entwickelt und welche physikalischen Konsequenzen sich daraus ergeben.

2 Streuprozess als Modell einer Wechselwirkung

Das System S wird nun betrachtet als abgegrenzt gegen eine Umgebung U . U kann im weitesten Sinne ein Apparat und der Rest der Welt sein. Für die Dynamik eines vollständig isoliertes Systems wäre die von Neumann Gleichung gültig:

$$\rho_S = \text{Tr}_U(\rho_{SU}) \quad \text{mit} \quad i\frac{\partial\rho_S}{\partial t} = [H_S, \rho_S] \quad (4)$$

Die Wechselwirkung von System und Umgebung führt im allgemeinen auf nicht-lineare Integro-Differentialgleichungen. Sie vereinfachen sich unter folgenden Annahmen:

1. Streuung als einzige Wechselwirkung mit Umgebung
2. Dauer eines Streuvorganges klein gegen typische Zeitskala des isolierten Systems
3. Einzelner Streuprozess rückstoßfrei (wie ideale Messung)

Asymptotisch wäre das System also eine Bowlingkugel, die durch ein einzelnes aus der Umgebung streuendes Photon nicht beeinflusst wird. Wohl aber nimmt das Photon Information mit in die Umgebung. Der Ansatz für eine Bewegungsgleichung ist dann:

$$i\frac{\partial\rho_S}{\partial t} = [H_S, \rho_S] + i\frac{\partial\rho_S}{\partial t}|_{\text{Streu}} \quad (5)$$

Wegen (3) verändern sich die Matrixelemente der Systemdichtematrix nach der Streuung *eines einzelnen* Photons gemäß

$$\begin{aligned} \rho_S^{nm} &\xrightarrow{\text{Streuung}} \rho_S^{nm} \langle \Phi_m | \Phi_n \rangle \\ &= \rho_S^{nm} \langle \Phi_0 | \underbrace{S_m^+ S_n}_{\approx 1 - \varepsilon A} | \Phi_0 \rangle \\ &= \rho_S^{nm} (1 - \varepsilon) \end{aligned}$$

Nach der Zeit t und Stoßrate Γ wird dies

$$\rho_S^{nm} \xrightarrow{t} \rho_S^{nm} (1 - \varepsilon)^{\Gamma t} \quad (6)$$

$$\approx \rho_S^{nm} \exp(-\Gamma \varepsilon t) \quad (7)$$

$$\text{mit} \quad \varepsilon = 1 - \langle \Phi_0 | S_m^+ S_n | \Phi_0 \rangle \quad (8)$$

Man beobachtet am Ergebnis:

1. Nebendiagonalen verschwinden exponentiell
2. Diagonalterme unverändert, da $\varepsilon = 0$ für $m = n$

3. Der zusätzliche Term in der Bewegungsgleichung lautet:

$$\frac{\partial \rho_S^{nm}}{\partial t} \Big|_{\text{Streu}} = -\Gamma \varepsilon \rho_S^{nm}(t)$$

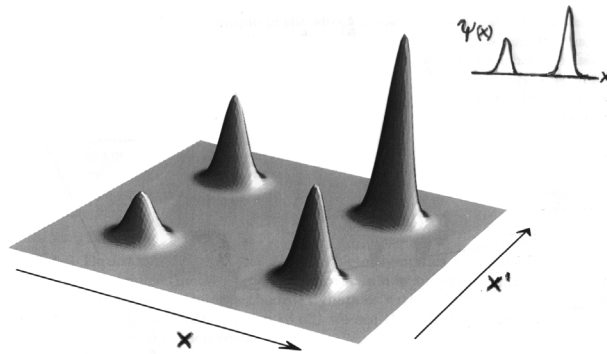
Es ist das exponentiell Verschwinden der Nebendiagonalen, welches den Übergang des Systems von einer reinen Superposition hin zu einem (scheinbar statistischen, siehe weiter unten) Gemisch bedeutet.

3 Lokalisierung klassischer Objekte

Das obige Ergebnis soll am Beispiel des Problems der Lokalisierung klassischer Objekte näher beleuchtet werden. Zwar wird in den Lehrbüchern argumentiert, daß große Massen ein verschwindend langsam zerfließendes Gaußpaket haben, dies ist jedoch bei Staub nicht mehr der Fall. Vor allem aber ist die Superposition zweier verschieden lokalisierter Gaußpakete

$$\Psi_S(x) = N_1 e^{-(x-a_1)^2} + N_2 e^{-(x-a_2)^2} \quad (9)$$

als Lösung der Schrödingergleichung prinzipiell erlaubt, klassisch aber nicht zu erwarten. Der reine Zustand (9) wird durch die folgende Dichtematrix beschrieben:



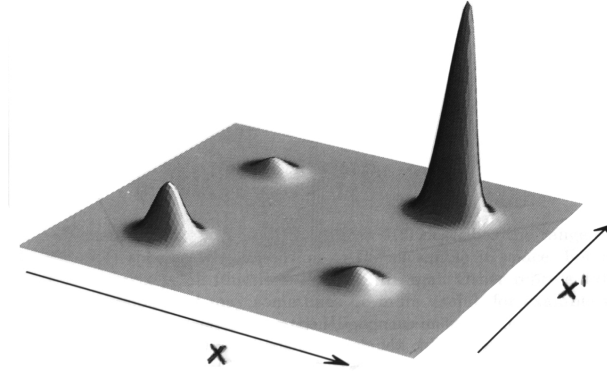
$$\rho_S(x, x', 0) = \Psi_S(x) \Psi_S^*(x') \quad \text{reiner Zustand} \quad (10)$$

Durch Wechselwirkung mit der Umgebung geht dies im Verlaufe der Zeit t nach dem oben beschriebenen Mechanismus der Dekohärenz in ein Gemisch über:

$$\rho_S(x, x', 0) \xrightarrow{\text{Dekohärenz}} \rho_S(x, x', t) \quad (11)$$

$$= \rho_S(x, x', 0) \exp(-\Lambda t(x - x')^2) \quad (12)$$

$$\rightarrow \text{Gemisch} \quad (13)$$



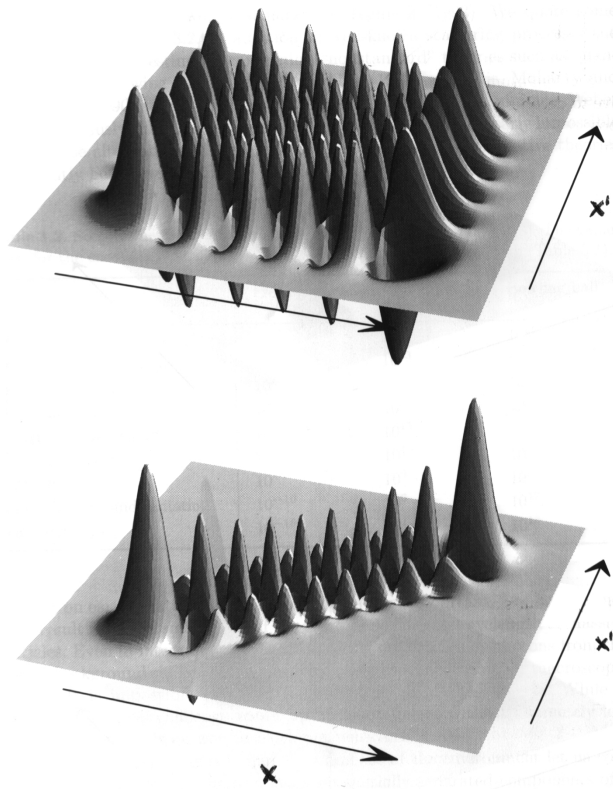
Die Nebendiagonalen verschwinden exponentiell und die Wechselwirkung mit der Umgebung überführt einen reinen makroskopischen Zustand irreversibel in ein statistisches Gemisch möglicher Zustände. Beispiele für Lokalisierungsraten Λ sind

Lokalisierungsrate $\Lambda/\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$
(Streuprozeß auf Erde)

	<i>Freies Elektron</i>	<i>Großes Molekül</i>	<i>10μm Staub</i>	<i>Bowlingkugel</i>
Sonnenlicht	10^1	10^{13}	10^{20}	10^{28}
Sonnen-Neutrinos	10^{-15}	—	10^1	10^{13}

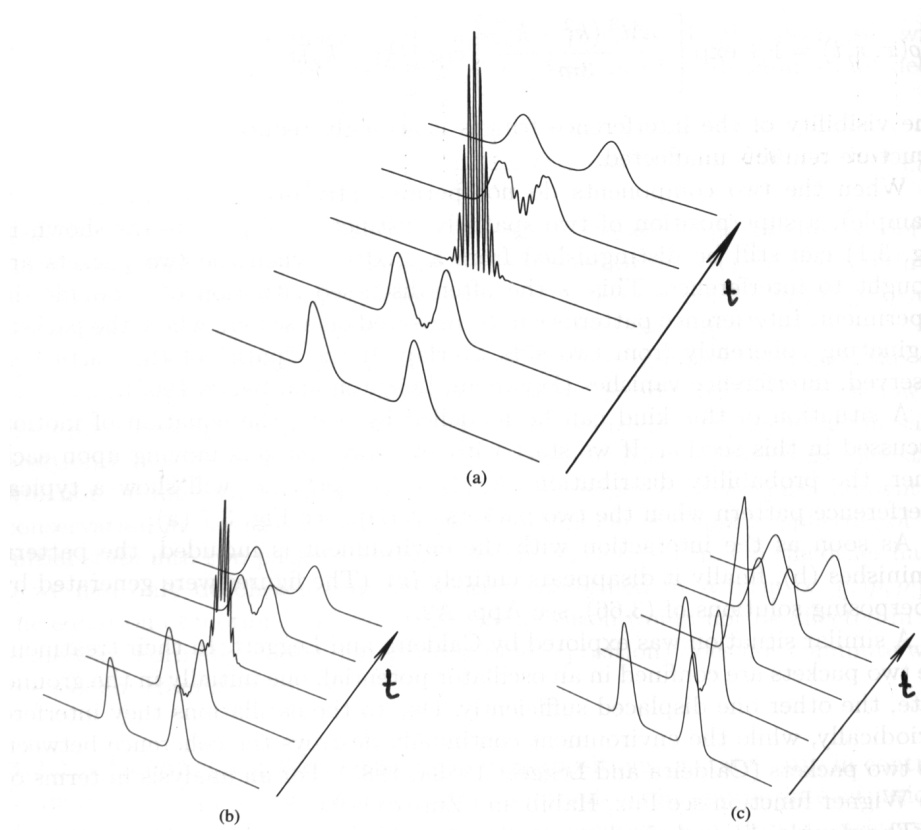
Schon die kaum abzuschirmenden Neutrinos reichen also für die hinreichende Lokalisierung einer Bowlingkugel.

Ein weiteres Beispiel sind hochangeregte Oszillator-Zustände, welche gerne für den Übergang zur klassischen Welt zitiert werden. Die Analyse der Dichtematrix zunächst ohne, dann mit Wechselwirkung zeigt jedoch:



- Hohe Quantenzahl genügt nicht für klassisches Verhalten
- Erst Dekohärenz läßt Interferenzen lokal verschwinden
- System erscheint lokal als Gemisch

Auch das Verschwinden der Interferenzmuster am Doppelspalt bei steigender Kopplung eines Spaltes an die Umgebung ((a) bis (c)) läßt sich durch Dekohärenz beschreiben:



- Isolierter Doppelspalt zeigt Interferenz
- Kopplung eines Spaltes an Umgebung läßt Phasenbeziehungen lokal verschwinden

4 Zum Meßproblem

Interpretierte man die Dichtematrix ρ_S in einer klassischen Ensemble-Theorie, so läge bei verschwindenden Interferenztermen ein Gemisch vor. Das Meßproblem wäre dann gelöst. Zwar wäre das Ergebnis nach wie vor nicht vorhersagbar, dies läge jedoch an dem statistischen Ansatz der Theorie. Zumindest existierten klassisch nur noch wohldefinierte Zeigerpositionen.

Es ist aber bei ρ_S von einem *uneigentlichen* Gemisch zu sprechen, da die lokale System-Dynamik

$$\rho_S = \text{Tr}_U(\rho_{SU})$$

betrachtet wurde. Die Analyse des EPR-Paradoxons hat gezeigt, daß hierfür gar keine eigene Wellenfunktion existiert. Eine klassische Ensemble-Interpretation würde also verbotener Weise entgegen (2) eine lokale System-Wellenfunktion postulieren. Die Dekohärenz-Theorie zeigt nur, daß die Interferenzterme *lokal* nicht mehr beobachtbar sind. Das System muß aber beim Meßvorgang immer noch kollabieren (oder nach Everett verzweigen...). Das Meßproblem bleibt also ungelöst.

5 Überblick

Die folgenden Punkte geben stichwortartig an, welche Bereiche weiter im Rahmen der Dekohärenz diskutiert werden:

- Kopplung des Systems an Wärmebad (Dissipation) für makroskopische Objekte irrelevant, da andere Zeitskala
- Herleitung der im Kopenhagener Korrespondenzprinzip *postulierten* klassischen Observablen
- Herleitung von Superauswahlregeln (verbotene Superpositionen) durch genaue Analyse der irreversiblen System-Dynamik
- Erklärung eingefrorener Systemdynamik (Quanten Zeno Effekt)
- Ausweitung des Formalismus auf klassische Erscheinungen in
 - Quantenelektrodynamik
 - Quanten-Gravitation

6 ... und zum Schluß...

Zum Abschluß kann nun auch die Frage nach Schrödingerskatze wenigstens teilweise geklärt werden:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left| \begin{array}{c} \text{🐱} \\ \text{👁} \end{array} \right\rangle \pm \left| \begin{array}{c} \text{🐱} \\ \text{👁} \end{array} \right\rangle \right)$$

Die Wechselwirkung von Katze und Umgebung lassen kohärente Superpositionen auf sehr kurzer Zeitskala durch Dekohärenz verschwinden. Bei lokaler Betrachtung der Katze erscheint ein uneigentliches Gemisch von klassischen Zuständen. Wohin sie kollabiert, verzweigt oder einer Pilotwelle gefolgt ist, bleibt offen...

7 Zusammenfassung

Es wurde der Dekohärenzmechanismus beschrieben als die Verschränkung von System und Umgebung mit einhergehender Zerstörung der kohärenten Phasenbeziehungen im System. Für makroskopische Systeme verläuft dieser Prozeß auf sehr kurzer Zeitskala und ist damit die Ursache einer klassischen Welt. Das Meßproblem bleibt jedoch offen, da für ein mit seiner Umgebung verschrenktes System keine eigene Wellenfunktion existiert.

Literatur

- [1] D. Giulini, E. Joos, C. Kiefer, J. Kupsch, I. -O. Stamatescu und H. Zeh **Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory**, Springer, 1996
- [2] E. Joos **Elements of Environmental Decoherence**, www.decoherence.de
- [3] C. Kiefer und E. Joos **Decoherence: Concepts and Examples**, www.decoherence.de
- [4] E. Joos und H. Zeh **The Emergence of Classical Properties Through Interaction with the Environment** Z. Phys. B - Condensed Matter 59, 223-243 (1985)