

Westfälische Wilhelms-Universität Münster  
Fachbereich Physik  
Seminar: Theorie der Teilchen und Felder  
Leitung: Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. O. Philipsen, Dr. Heitger

Thema der Arbeit:

# **Strukturbildung im Universum**

Vorgelegt von:

Markus Heide  
Möllmannsweg 47  
48161 Münster

Studienfächer:        Staatsexamen Sek. I/II  
                          Physik (7. Semester)  
                          Französisch (7. Semester)

**Gliederung**

	4
<b>I. Einleitung</b>	4
<b>II. Großräumige Strukturen im Universum</b>	4 - 5
a) Galaxien	5 - 6
b) Galaxienhaufen	6
c) Superhaufen	6 - 7
d) Beschreibung von Strukturen	7
<b>III. Experimentelle Strukturbestimmung</b>	7
a) Rotverschiebungs-Durchmusterung	8
b) Pekuliargeschwindigkeiten	9
c) Kosmische Hintergrundstrahlung	9 - 10
<b>IV. Theoretische Behandlung der Entwicklung von Fluktuationen</b>	10 - 12
a) Das Modell nach Jeans	13
b) Betrachtung der Entwicklung der Jeans-Masse nach der Zeit	13 - 14
c) Korrekturen des Jeans-Modells	14 - 16
d) Allgemeine Vorgehensweise zur Beschreibung von Fluktuationen	16 - 17
<b>V. Die Entstehung von Fluktuationen</b>	
	<b>VI. Strukturbildung</b>
	a) Folgerungen aus den bisherigen Überlegungen
	b) Dunkle Materie
<b>Seite</b>	

<b>c) Folgen der Existenz dunkler Materie für die Strukturformung</b>	<b>17 - 18</b>
	<b>18 - 19</b>
<b>d) Mögliche Alternativen</b>	<b>19 - 20</b>
<b>VII. Zusammenfassung</b>	<b>20 - 21</b>
	<b>21 - 22</b>
<b>IX. Quellenverzeichnis</b>	
	<b>23</b>

## **I. Einleitung**

Um die Entstehung des sich uns heute darbietenden Universums zu erklären, mussten in entsprechenden Modellen mehrere vereinfachende Grundannahmen gemacht werden. Eine dieser Annahmen ist die Voraussetzung der Friedmann-Robertson-Walker-Metrik, die ihre

Berechnungen auf eine Homogenität und Isotropie des Universums stützt. Dass eine solche Näherung ohne zusätzliche experimentelle Stützung einen recht gewagten Schritt darstellt, wird unmittelbar durch Betrachtung des mit bloßem Auge erkennbaren Ausschnitts unseres Universums deutlich: Die Existenz von Sternen, Galaxien und von Massenkonzentrationen übergeordneter Größe widerlegt die Annahme von Isotropie und Homogenität des Universums im strengen Sinne.

Wenn also die Materie eine ungleichmäßige Verteilung innerhalb unserer beobachtbaren Umgebung aufweist, so gibt dies Anlass zur Untersuchung der Ursachen dieses Phänomens. Dabei soll zunächst der heute bekannte Aufbau von großräumigen Strukturen und dessen experimentelle Erforschung thematisiert werden, um anschließend zur quantitativen Beschreibung der Entwicklung von Dichtefluktuationen und zur Diskussion von Bedingungen ihrer Entstehung überzugehen.

## II. Großräumige Strukturen im Universum

Bei der Beschreibung der heute vorhandenen großräumigen Strukturen des Universums soll mit der Charakterisierung verschiedener Galaxientypen als Gebilde auf den kleinsten hier betrachteten Skalen begonnen werden; anschließend wird der Zusammenschluss von Galaxien zu Galaxienhaufen und schließlich, auf den größten beobachtbaren Skalen, zu so genannten „Superhaufen“ („Cluster“) erörtert.

### a) Galaxien

Folgt man bei der Zuordnung von Galaxien zu verschiedenen Typen der „Hubble-Klassifikation“, so gibt es im Wesentlichen vier zu unterscheidende Galaxienklassen: *elliptische Galaxien*, *Spiralgalaxien*, *Linsengalaxien* und *irreguläre Galaxien*.

*Elliptische Galaxien* weisen wenig innere Struktur auf; sie bestehen aus zumeist alten Sternen, kaltem Gas und wenig Staub und sind vor allem im Zentrum von Galaxienhaufen (siehe b)) anzufinden. Entsprechend dem Grad ihrer Elliptizität werden solche Galaxien unter dem Kürzel „E<sub>n</sub>“ klassifiziert, wobei „E“ die Qualität als elliptische Galaxie bezeichnet, „n“ hingegen ein Maß für die Abweichung von einer sphärischen Distribution der Sterne ist: Mit a und b als den beiden Hauptachsen der elliptischen Galaxie und  $1 - b/a$  als ihrer Elliptizität gilt die Beziehung:

$$b/a = 1 - n/10.$$

*Spiralgalaxien* sind in vielerlei Hinsicht das Gegenstück zu elliptischen Galaxien: Sie besitzen die Form einer Scheibe aus jungen Sternen, Gas und Staub, deren Mitte sich zu einem Kern verdickt, deren Äußeres aber in Spiralarms strukturiert ist. Umgeben ist die Galaxienscheibe von einem sphärischen Halo aus alten Sternen. Im Gegensatz zu elliptischen treten Spiralgalaxien häufiger in weniger dichten Außenbereichen von Galaxienhaufen auf. Zudem findet in ihnen noch aktive Sternenproduktion statt.

Einen Zwischentyp der beiden genannten Galaxienklassen bilden die *Linsengalaxien*. Zwar sind sie wie Spiralgalaxien scheibenförmig und werden daher mit diesen im Begriff der „Scheibengalaxien“ zusammengefasst, doch weisen sie weder innere Struktur noch Gas oder Staub auf und sind innerhalb der Galaxienhaufen ähnlich verteilt wie elliptische Galaxien.

Bei *irregulären Galaxien* handelt es sich um sehr gasreiche Gebilde, die ihre geringe Leuchtkraft hauptsächlich aus massiven jungen Sternen und H-II-Regionen beziehen.

Erwähnt sei, dass es abgesehen von diesen vier Klassen durchaus andersartige Galaxienformen gibt, etwa *Zwerggalaxien* geringer Masse und Helligkeit, die bei der Strukturformung in Universumsmodellen mit kalter dunkler Materie eine gewisse Rolle spielen.

## **b) Galaxienhaufen**

Die Existenz von Massenanhäufungen in Form von Galaxien ist ein deutliches Indiz für die Inhomogenität der Materieverteilung im Universum. Doch auch die Galaxien selbst sind keineswegs gleichmäßig im Raum verteilt, sondern schließen sich vielmehr zu übergeordneten Strukturen zusammen, die „Galaxienhaufen“ genannt werden.

Ein Galaxienhaufen kann sehr verschiedene Ausmaße annehmen; es gibt Systeme von einigen wenigen oder gar nur zwei Galaxien. Andererseits existieren so genannte „reiche Haufen“ tausender Galaxien mit Radien von 5 – 10 Mpc. Unter dem „Reichtum“ eines Haufens wird die Anzahl der in ihm enthaltenen Galaxien verstanden. Unsere Milchstraße, eine Spiralgalaxie, ist mit dem Andromedanebel die größte von etwa 30 Galaxien in der „Lokalen Gruppe“.

Auch Galaxienhaufen kann man nach ihrer Beschaffenheit grob in zwei Klassen unterteilen:

In *regulären Haufen* sind Galaxien sphärisch angeordnet und weisen eine Konzentration in Nähe des Zentrums auf. *Irreguläre Haufen* haben dagegen zumeist eine asymmetrische Form und bestehen oft aus mehreren Unterhaufen.

## **c) Superhaufen**

Bei der Betrachtung von Skalen, die noch weit über die bisher relevanten Größenordnungen hinausgehen, fällt wiederum eine übergeordnete Strukturierung in der Anordnung der Haufen

ins Auge. Nach neueren Erkenntnissen ordnen sich Galaxienhaufen großräumig zu wabenartigen Gebilden um riesige, fast leere Räume („Voids“) an. Diese bislang größten beobachtbaren Strukturen nennt man „Superhaufen“ bzw. „Cluster“.

Die Eigengeschwindigkeit einer Galaxie in einem solchen Cluster beträgt etwa 1000 km/s, ein Wert, mit dessen Hilfe man ihre Zeit für die Durchquerung eines Superhaufens mit ca.  $3 \cdot 10^{11}$  Jahren angeben kann. Da eine solche Zeitspanne aber das mögliche Alter von Clustern übertrifft, muss es sich hier um noch unrelaxierte Gebilde handeln, was eine Abschätzung ihrer Masse durch Anwendung des Virialsatzes unzulässig macht. Man geht aber davon aus, dass sie in der Größenordnung von  $10^{15} - 10^{16}$  Sonnenmassen liegt.

#### **d) Beschreibung von Strukturen**

Grundsätzlich können Strukturen, gleich welcher Skala, durch folgende Zweipunkt-Korrelationsfunktion beschrieben werden:

$$\xi_{mm}(r) = \langle \delta n(x+r) \delta n(x) \rangle$$

Dabei bezeichnet  $n(x)$  die Anzahldichte der betrachteten Objekte am Ort  $x$ . Die Korrelationsfunktion ist ein Maß dafür, mit welcher Wahrscheinlichkeit z. B. eine Galaxie im Abstand  $r$  von einer anderen, gegebenen Galaxie zu finden ist. Positive Werte geben eine Wahrscheinlichkeit größer als die nach der Zufallsverteilung bei gegebener Dichte  $n$  zu erwartende an, negative Werte dementsprechend kleinere Wahrscheinlichkeiten.

Nach den Beobachtungswerten zu urteilen ist die Funktion  $\xi_{gg}(r)$  für Galaxien positiv und fällt mit  $r^{-1,8}$  ab. Nimmt man nun an, dass Licht ein guter Masseindikator ist, so kann die genannte Korrelationsfunktion als allgemeine Massenkorrelationsfunktion angesehen werden und hat auch für größere Skalen, etwa für die Verteilung von Galaxienhaufen, Gültigkeit. Allerdings findet man für die tatsächlich vorliegende Funktion der Haufen einen Wert, der bei gleicher Abhängigkeit von  $r$  etwa 20mal höher ist als  $\xi_{gg}(r)$ .

Hieraus ergibt sich ein deutlicher Widerspruch zur Annahme, man könne anhand der Verteilung sichtbarer Himmelskörper auf die Massenverteilung im Universum schließen. Ein weiterer Mangel der bisherigen Betrachtungen ist noch grundsätzlicherer Art: Zweipunktkorrelationsfunktionen können nicht für das gesamte Universum positiv sein, wenn sie nicht im Widerspruch zu ihrer Definition stehen sollen, da ja bei einer durchgehend über dem Zufallswert liegenden Wahrscheinlichkeit, eine Galaxie im Abstand  $r$  von einer anderen vorzufinden, die zuvor definierte durchschnittliche Anzahldichte zwangsläufig überschritten werden muss. Auf Möglichkeiten für die somit nötig gewordenen Modifikationen unserer Grundannahmen wird im Einzelnen im Schlusskapitel eingegangen.

### **III. Experimentelle Strukturbestimmung**

Um grundlegende Daten für die oben angeführten Erkenntnisse zu gewinnen, waren verschiedene experimentelle Beobachtungen anzustellen. Drei grundlegende Methoden zur Ermittlung von Daten über Beschaffenheit und Entstehung von Strukturen im Universum sollen in diesem Kapitel vorgestellt werden.

#### **a) Rotverschiebungs-Durchmusterung**

Für ein dreidimensionales Bild der Galaxien- und Haufenverteilung müssen nicht nur die ohne weiteres erkennbaren Winkel der Deklination und Rektaszension, also die zweidimensionale Projektion einer Position am Himmel, bekannt sein; es muss ebenfalls die Entfernung des betrachteten Gebildes vom Beobachter ermittelt werden. Hierzu bedient man sich im Wesentlichen zweier Methoden, welche die Rotverschiebungen von Sternen und Galaxien aufgrund der Expansion des Universums messen. Weiter entfernte Gebilde haben dabei eine größere Rotverschiebung als näher gelegene.

Zum einen ist es möglich, weite Gebiete mit vergleichsweise geringer Rotverschiebung zu betrachten und dabei ein recht genaues Bild unserer näheren Umgebung im Weltall zu zeichnen. Zum anderen werden eng begrenzte Gebiete bis hin zu hohen Rotverschiebungen durchmustert (so genannte „pencil beams“), die vereinzelte Erhebungen über weit entfernte Regionen ermöglichen.

#### **b) Pekuliargeschwindigkeiten**

Bei Abschätzungen zur Massenverteilung anhand von Rotverschiebungsdurchmusterungen muss von der in II. d) bereits in Frage gestellten Grundannahme ausgegangen werden, Licht weise verlässlich Masse nach. Um zu Ergebnissen zu gelangen, die unabhängig von derart gewagten Prämissen sind, können Massenkonzentrationen durch die Berechnung von Pekuliargeschwindigkeiten nachgewiesen werden.

Unter der Pekuliargeschwindigkeit  $v_{\text{pec}}$  versteht man diejenige Geschwindigkeit, die ein Objekt relativ zu seinem durch die homogene Expansion des Universums vom irdischen Beobachter fortbewegten Umfeld hat, also eine Abweichung von dem aufgrund der Entfernung eines Objekts gegebenen Erwartungswert. Auch hier ist die zu messende Größe zunächst die Rotverschiebung  $cz$  z. B. von Galaxien, welche nach dem Zusammenhang

$$cz = H_0 r + v_{\text{pec}}$$

mit dem nur expansionsbedingten Anteil der Rotverschiebung in Beziehung gesetzt wird.

Die Methode der Pekuliargeschwindigkeiten stützt sich auf die Vermutung, dass die Ursache für eine Eigenbewegung von Himmelskörpern in jedem Falle im Vorhandensein eines Gravitationspotentials liegt. Demnach können leuchtende Objekte aufgrund ihrer Bewegung als Sonden für ein auf sie wirkendes Gravitationspotential genutzt werden, das somit (mit Ausnahme der Sonde) unabhängig von Licht emittierender Materie bestimmt wird.

Die Probleme, welche die Messung von Pekuliargeschwindigkeiten mit sich bringt, sind vor allem praktischer Natur: Da Geschwindigkeiten anhand von Rotverschiebungen gemessen werden, ist auf diese Weise nur die Geschwindigkeitskomponente in Beobachtungsrichtung zu bestimmen. Zudem benötigt man sichere Bezugspunkte in Nähe der betrachteten Objekte, um deren Entfernung genau einzuschätzen und somit den der Pekuliargeschwindigkeit geschuldeten Rotverschiebungsanteil berechnen zu können. Schließlich ergibt sich für Beobachtungen weit entfernter Strukturen ein größerer relativer Messfehler. Der Grund hierfür liegt in einem verschobenen Verhältnis von größerer Hubble-Geschwindigkeit weit entfernter Gebiete zu im Mittel gleich bleibender Pekuliargeschwindigkeit der in ihnen vorhandenen Gebilde. Bei insgesamt größeren Rotverschiebungen liegen also größere absolute Messungenauigkeiten vor, denen Geschwindigkeitswerte unverändert kleiner Größenordnung gegenüberstehen.

### **c) Kosmische Hintergrundstrahlung**

Während die bisher vorgestellten Methoden Blicke auf das Universum zu sehr verschieden weit zurückliegenden Zeitpunkten erlauben, liefert die kosmische Hintergrundstrahlung Informationen über die Anfangsbedingungen der Dichtefluktuationen beim Übergang von strahlungs- zu materiedominierter Phase, welche sich später zu den heute bekannten Strukturen entwickelten.

Fluktuationen in der kosmischen Hintergrundstrahlung werden durch fünf verschiedene Effekte verursacht, deren Auswirkungen für Betrachtungswinkel verschiedener

Größenordnungen unterschiedlich stark distribuiert sind. Darunter fallen zunächst Fluktuationen im Strahlungsfeld der "last scattering surface", also der streuenden Oberfläche, welche die noch ionisiert vorliegende Materie vor dem Rekombinationszeitpunkt darbot. Darüber hinaus sind Fluktuationen im Gravitationspotential der "last scattering surface", deren Pekuliargeschwindigkeit sowie die Pekuliargeschwindigkeit unserer Galaxie für Inhomogenitäten der Hintergrundstrahlung verantwortlich. Im Falle einer erneuten Ionisation des Universums nach dem Entkoppeln werden zudem bereits entstandene Anisotropien gedämpft.

Auswertungen von Messungen der kosmischen Hintergrundstrahlung beziehen ihre Bedeutung in Bezug auf die Frage nach der Strukturbildung im Universum aus der Annahme, dass weitgehend identische Effekte sowohl zu Hintergrundinhomogenitäten als auch zu anfänglichen Dichtefluktuationen führen. Aufgrund von wiederholten Messungen des Strahlungshintergrundes wird heute von einer starken Homogenität und Isotropie der Strahlung ausgegangen, so dass sich hieraus für anfängliche Dichteinhomogenitäten als Obergrenze ein Faktor  $10^{-4}$  ergibt.

#### IV. Theoretische Behandlung der Entwicklung von Fluktuationen

Damit nun modellhaft mögliche Entwicklungen von Dichtestörungen nachgezeichnet und mit Beobachtungsbefunden verglichen werden können, sind einige grundsätzliche Überlegungen und Definitionen notwendig.

Dichtefluktuationen werden allgemein wie folgt definiert:

$$\delta(\vec{x}) = \frac{\delta\rho(\vec{x})}{\langle\rho\rangle} = \frac{\rho(\vec{x}) - \langle\rho\rangle}{\langle\rho\rangle} .$$

Dabei ist  $\langle\rho\rangle$  die mittlere Dichte im Universum.

##### a) Das Modell nach Jeans

Eine erste Behandlung des Problems eines gravitationsbeeinflussten Fluktuationwachstums erfolgte durch Jeans im Jahre 1902. Mit Hilfe des einfachen Modells eines Universums als ideale Flüssigkeit waren bereits erstaunlich konkrete Vorhersagen möglich, die im Folgenden überprüft, vervollständigt und modifiziert werden sollen.

Jeans ging von einem statischen Universum (also  $dR/dt = 0$ ) aus; sein Modell kann jedoch ohne weiteres auf ein expandierendes Universum übertragen werden. Ist  $\rho$  nun die Dichte,  $\mathbf{v}$

die Geschwindigkeit und  $\mathbf{p}$  der Druck unserer idealen Universums-Flüssigkeit, so können als Grundlagen des Jeans-Modells drei aus der klassischen Mechanik wohl bekannte Formeln gelten, nämlich die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \quad ,$$

weiterhin die Euler-Gleichung

$$\frac{\delta \vec{v}}{\delta t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} + \frac{\nabla \rho}{\rho} + \nabla \Phi = 0$$

und für das Gravitationspotential  $\Phi$  die Poisson-Gleichung

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho \quad .$$

Aus diesen Voraussetzungen folgt unter Annahme kleiner adiabatischer Störungen aller Größen (z. B.  $\rho = \rho_0 + \rho_1$ ) beim Lösungsansatz einer ebenen Welle die Beziehung

$$\delta^2 \rho / \delta t^2 - v_s^2 \Delta \rho_1 = 4\pi G \rho_0 \rho_1 \quad (*)$$

mit  $v_s = (\delta p / \delta \rho)^{1/2}$  als adiabatischer Schallgeschwindigkeit und

$$\omega^2 = v_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0$$

als Dispersionsrelation. Man sieht nun sofort, dass es einen kritischen Wert von  $k$  gibt, für den  $\omega = 0$  wird.

Dieser Grenzwert  $k_j = (4\pi G \rho_0 / v_s^2)^{1/2}$ , die so genannte Jeans-Wellenzahl, hat eine sehr konkrete physikalische Bedeutung: Für  $k > k_j$  ist  $\omega$  reell, was nach unserem Ansatz einer Wellenfunktion auf die Ausbreitung von Schallwellen führt, die keine dauerhafte Verstärkung von Dichtefluktuationen zulassen. Ist jedoch  $k < k_j$ , so wird  $\omega$  imaginär und es liegen exponentiell anwachsende bzw. abfallende Moden vor; es kommt zu einem Gravitationskollaps.

Um die Wellenzahl  $k$  mit der Entwicklung von Dichtefluktuationen sinnvoll in Verbindung zu bringen, ist es notwendig als Jean-Masse  $M_j$  die Masse zu definieren, die sich bei gegebener

Durchschnittsdichte  $\rho_0$  des Universums typischerweise in einem Gebiet des Radius  $\lambda/2 = \pi/k_j$  befindet:

$$M_j = \frac{4\pi}{3} \left( \frac{\pi}{k_j} \right)^3 \rho_0 = \frac{\pi^{5/2} v_s^3}{6G^{2/3} \rho_0^{1/2}} .$$

Nach dem bisher Gesagten muss gelten, dass innerhalb des Radius  $\lambda/2$  Massen größer als die Jeans-Masse aufgrund ihrer Eigengravitation kollabieren, da eine Schallwelle auf Skalen dieser Größenordnung den Auswirkungen der Gravitation nicht mehr schnell genug entgegenwirken kann.

Eine allgemeine Behandlung des Jeans-Modells unter Berücksichtigung der Expansion des Universums ist mit einfachen Mitteln möglich. Dennoch soll hier aus Gründen der Knappheit und Anschaulichkeit lediglich eine Betrachtung zweier Grenzfälle erfolgen, i.e. der Fälle von Universen mit  $\Omega = 1$  bzw.  $\Omega = 0$ .

Die oben mit (\*) gekennzeichnete Formel geht für ein expandierendes Universum über in

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + 2 \left( \frac{\dot{R}}{R} \right) \frac{d\delta}{dt} = \delta (4\pi G \rho_0 - v_s^2 k^2) .$$

1.)  $\Omega = 1$ :

In diesem Falle nimmt die Poisson-Gleichung die Form

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho = 2/3t^2$$

an; für den Faktor R gilt die Beziehung

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{2}{3t} .$$

Durch Einsetzen und anschließenden Potenzansatz für  $\delta$  ergibt sich als Lösung

$$\delta = At^{2/3} + B/t .$$

Der zweite Term ist aufgrund seiner Proportionalität zu  $1/t$  heute vernachlässigbar; im ersten Term zeigt sich, dass die Expansion des Universums auf die Selbstverstärkung von Dichtefluktuationen dämpfend wirkt: Die im Ansatz noch vorhandene exponentielle Abhängigkeit von  $t$  hat sich nun in ein Störungswachstum mit  $t^{2/3}$  umgewandelt. Eine

relativistische Behandlung verändert diese Tatsache nur quantitativ; es folgt ein Störungswachstum  $\sim t$ .

2.)  $\Omega = 0$ :

Hier gilt offensichtlich  $\rho = 0$  und somit

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{1}{t} .$$

Die Lösung der entsprechenden Differentialgleichung lautet in diesem Falle

$$\delta = At^0 + B/t ;$$

wiederum verschwindet der zweite Term, während der erste konstant bleibt. Es liegt also in diesem Grenzfall eine Mode konstanter Amplitude vor.

In Bezug auf die Entwicklung unseres Universums können die genannten Fälle als modellhafte Näherungen für das frühe Universum zu Beginn der materiedominierten Phase ( $\Omega = 1$ ) bzw. für das späte Universum ( $\Omega = 0$ ) interpretiert werden. Aus den bisherigen Überlegungen lässt sich also schließen, dass die Amplituden der Störungen im frühen Universum zunächst mit  $t^{2/3}$  anwachsen, sich dieses Wachstum dann verlangsamt und schließlich für sehr späte Zeiten gegen Null geht.

### **b) Betrachtung der Entwicklung der Jeans-Masse nach der Zeit**

Um die folgenden Berechnungen übersichtlich zu gestalten, soll angenommen werden, das Universum bestehe ausschließlich aus Photonen und Baryonen:

$$\rho = \rho_B + \rho_Y .$$

In der strahlungsdominierten Phase des Universums wurde aufgrund der Kopplung von Baryonen und Photonen der Druck nur durch Photonen übertragen. Die Schallgeschwindigkeit beträgt daher

$$v_s^2 = c^2/3 .$$

Die Jeans-Masse wächst zu dieser Zeit mit  $R^3$  an und ist stets größer als die innerhalb des Horizonts vorhandene Baryonenmasse. Gravitationsinstabile Moden sind somit zu solchen Zeiten nur auf Überhorizontskalen denkbar und einer newtonschen Behandlung nicht zugänglich.

Ab dem Zeitpunkt der Rekombination stehen jedoch nur noch die nichtrelativistischen H-Atome für einen Drucktransport zur Verfügung; die Schallgeschwindigkeit sinkt daher abrupt auf

$$v_s^2 = 5kT/3m_H .$$

Die Folge ist ein eben so rapider Abfall von  $M_J$  von  $10^{16}$  auf  $10^6$  Sonnenmassen; letzterer Wert liegt deutlich innerhalb des Horizonts, weshalb ein Gravitationskollaps ab dem Zeitpunkt der Rekombination erfolgen kann. In einer Größenordnung ähnlich der nun gültigen Jean-Masse liegen auch tatsächlich die Massen von Kugelsternhaufen – Gebilden, die zu den ältesten Strukturen des Universums gehören.

In der Folgezeit wachsen die Dichtestörungen proportional zu  $R$  an, bis  $\Omega z$  etwa den Wert 1 erreicht hat. Hieraus kann geschlossen werden, dass seit der Rekombinationsepoche Störungen etwa um einen Faktor  $10^3$  verstärkt wurden.

### c) Korrekturen des Jeans-Modells

Das bislang unseren Überlegungen zugrunde liegende Modell einer idealen Flüssigkeit besticht durch seine konzeptionelle Einfachheit. Dennoch bedarf es zumindest zweier Ergänzungen, um nicht in Widerspruch zum grundsätzlichen Verhalten des realen Universums zu stehen. Es handelt sich hierbei um zwei verschiedene Dämpfungseffekte, die zum Ausgleich anfänglicher Inhomogenitäten führen.

Der erste Prozess wird als "kollisionsfreie Dämpfung" bezeichnet, da er im ungehinderten Ausströmen schwach wechselwirkender Teilchen (z. B. Neutrinos) aus Gebieten höherer in solche niedrigerer Dichte besteht. Dieses so genannte "freie Strömen" erfolgt noch vor Wirksamkeit der Jeans-Instabilität und hat das Auswaschen von Massenskalen bis zu einer bestimmten Grenze zur Folge, unterhalb welcher keine Strukturbildung beginnen kann.

Ein weiterer Mechanismus ist die auch unter dem Namen "Silk-Dämpfung" bekannte Kollisionsdämpfung. Sie ist darauf zurückzuführen, dass während der Rekombination den Photonen plötzlich eine sehr große freie Weglänge zur Verfügung steht, so dass sie ebenfalls in Gebiete geringerer Dichte strömen können. Der Unterschied zum erstgenannten Prozess liegt in der Eigenschaft von Photonen, mit anderen Teilchen wechselwirken und somit auch kollidieren zu können. Das Ausströmen von Photonen ist demnach im Sinne einer Diffusion

zu verstehen. Der Effekt besteht jedoch auch hier in einem Auswaschen von Inhomogenitäten im Photon-Baryon-Plasma auf kleinen Skalen.

#### **d) Allgemeine Vorgehensweise zur Beschreibung von Fluktuationen**

Um Berechnungen für ein Fluktuationsspektrum verschiedener Wellenlängen durchzuführen, werden Störungen allgemein im Fourierraum dargestellt:

$$\delta(t) = \frac{V}{2\pi^3} \int \delta_k e^{-ikr} d^3k \quad .$$

Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die Darstellung in mitbewegten Koordinaten erfolgt, d. h. die physikalische Wellenzahl ist nicht etwa  $k$ , sondern  $k/R$ ; ähnliche Umformungen gelten für andere Größen.

Die Bedingungen des Wachstums von unterschiedlichen Moden  $\delta_k$  sollen nun anhand eines Skalenvergleichs zwischen dem Modenwachstum einerseits und der Expansion des Universums andererseits plausibel gemacht werden. Anders formuliert: Das Verhalten der Wellenlänge  $\lambda(t)$  einer Dichtestörung wird mit der Entwicklung des Hubble-Radius  $c/H(t)$  verglichen.

Aufgrund von Gravitationsinstabilitäten oder expansionsbedingter Streckung der Wellenlänge

$$\lambda = 2\pi R(t)/k$$

wachsen die Moden  $\delta_k(t)$  an. Verbunden mit  $\lambda$  ist eine charakteristische Skala

$$\frac{\lambda_0 R(t)}{R_0} \sim t^n \quad .$$

Letztere Proportionalität gilt streng genommen nur dann, wenn auch  $R \sim t^n$  ist; dies ist aber für alle gängigen Modelle gegeben.

Andererseits gilt bei der Expansion des Universums für den Hubble-Radius:

$$\frac{c}{H} = \frac{c}{n} t \quad .$$

Da nun in Universumsmodellen, die als realistisch angesehen werden können,  $n$  stets kleiner als 1 ist, erhält man ein mit der Zeit kleiner werdendes Verhältnis von Wellenlänge zu

Hubble-Radius. Umgekehrt bedeutet dies, dass für kleine  $t$  der Term  $\lambda(t)$  größer wird als  $c/H(t)$ . Außerhalb des Hubble-Radius sind jedoch keine physikalischen Prozesse möglich.

Um die sich hieraus ergebenden Konsequenzen besser zu verstehen, definiert man zunächst - ganz analog zur Jeans-Masse – eine charakteristische Masse  $M(\lambda)$ , welche sich typischerweise in einem Raumgebiet des Durchmessers  $\lambda$  befindet, sofern keine Nichtlinearitäten auftreten:

$$M(\lambda) = \frac{4\pi}{3} \rho(t) \left( \frac{\lambda(t)}{2} \right)^3 .$$

[Als „Nichtlinearität“ bezeichnet man in diesem Zusammenhang die Entwicklung von

Inhomogenitäten nach  $\frac{\delta\rho}{\rho} \sim R^n$  mit  $n \geq 3$  sowie einem Dichtekontrast  $\frac{\delta\rho}{\rho} \geq 1$  . Dementgegen

sind lineare Entwicklungen durch  $\frac{\delta\rho}{\rho} \sim R$  sowie  $\frac{\delta\rho}{\rho} \leq 1$  gekennzeichnet.]

Typische Größenordnungen von Galaxienmassen liegen um ca.  $10^{12}$  Sonnenmassen; sie sind nach oben angeführter Definition charakteristische Massen für Skalen von etwa 2 Mpc. Die tatsächliche Größe heute beobachtbarer Galaxien beträgt aber nur ca. 30 – 50 kpc – ein klarer Hinweis dafür, dass die betreffenden Skalen bereits nichtlinear sind. Im Gegensatz zu linearen Entwicklungen haben sich solche Systeme von der allgemeinen Expansion des Universums abgekoppelt und bildeten fortan in sich geschlossene Gravitationssysteme.

Die heutige Trennskala zwischen linearem und nichtlinearem Bereich liegt bei ca.  $10 h^{-1}$  Mpc. Beim Übergang vom strahlungs- zum materiedominierten Universum lag diese Skala jedoch noch außerhalb des Hubble-Radius, was eine weiterführende Behandlung nur im Rahmen einer relativistischen Betrachtung möglich macht. Die Einbeziehung dieser Thematik würde den Rahmen der vorliegenden Arbeit überschreiten und soll deshalb unterbleiben.

## V. Die Entstehung von Fluktuationen

In Bezug auf die Anfangsbedingungen der Strukturentstehung werden im Wesentlichen zwei mögliche Formen von Unregelmäßigkeiten innerhalb des anfänglichen Dichtefeldes erwogen – gaußverteilte Dichtefluktuationen innerhalb der Baryonen oder kosmische Strings. An dieser Stelle soll nur erstere Möglichkeit näher erläutert werden.

Man definiert zunächst als „Leistungsspektrum“ die Fourier-Transformierte der Zweipunkt-Korrelationsfunktion, so dass gilt:

$$\xi(r) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int |\delta_k|^2 = e^{-ikr} d^3 k$$

Beobachtungen zufolge handelt es sich dabei um ein breites, gleichmäßiges Spektrum, was einen Potenzansatz der Form  $|\delta_k|^2 = k^n$  rechtfertigt. Durch Integration erhält man nun den Zusammenhang

$$\xi(r) \sim r^{-(n+3)} \sim M^{-(n+3)/3}$$

mit M als Masse der Fluktuation.

Man sieht, dass auf großen Skalen das Universum demnach tatsächlich als homogen und isotrop gelten kann, sofern nur  $n > -3$  und damit  $\xi$  monoton abfallend mit r ist.

Grundsätzlich gibt es für den Wert von n – je nach angenommenem Modell und den Berechnungen zugrunde liegenden Beobachtungen – verschiedene Vorhersagen. Im Folgenden soll daher lediglich vorausgesetzt werden, dass ein zu einem früheren Zeitpunkt inflationäres Universum vorliegt, ohne n festzulegen.

Nach den Forderungen des inflationären Modells entstehen die anfänglichen Dichtestörungen als Quantenstörungen entweder während der inflationären Phase oder schon zur Planck-Zeit. Der mittlere quadratische Dichtekontrast beim Überqueren des Horizonts ist bei diesen Störungen für alle Skalen gleich und erzeugt ein Spektrum mit skaleninvarianter Amplitude, ein so genanntes „Harrison-Zeldovich-Spektrum“.

Dass dies der Fall ist, ist a priori keinesfalls offensichtlich, denn für das inflationäre Modell beginnen die Störungsskalen innerhalb des Horizonts als Quantenfluktuationen, überqueren ihn dann während der inflationären Phase und „frieren ein“, sobald sie sich außerhalb des physikalisch relevanten Bereiches befinden. Später erfolgt eine Rückkehr nach innerhalb des Horizontes als Dichtestörungen. Überquerung und Rückkehr erfolgen jedoch keinesfalls für alle Skalen gleichzeitig; größere Skalen überqueren den Horizont früher und kehren später zurück als kleinere Skalen. Daher sollte man annehmen, dass die durch den Zeitpunkt ihres Horizontaustritts bestimmte Größe der Fluktuationen (etwa  $1/H$ ) aufgrund ihrer Kopplung an den Hubble-Parameter für unterschiedliche  $\lambda$  durchaus verschieden ist. Da aber H sich während der inflationären Phase im Vergleich zum zeitlichen Unterschied der Überquerungen

nur sehr langsam ändert, sind solche Differenzen zu vernachlässigen; die Annahme eines annähernd skaleninvarianten Spektrums ist also gerechtfertigt.

Es sei angemerkt, dass für den Skalenbereich außerhalb des Horizonts grundsätzlich zwischen „adiabatischen“ und „isothermen“ („isocurvatorischen“) Anfangsfluktuationen unterschieden wird, welche innerhalb des Horizonts aber identische physikalische Effekte haben.

## **VI. Strukturbildung**

### **a) Folgerungen aus den bisherigen Überlegungen**

Wie oben soll zunächst weiterhin von einem Universum ausgegangen werden, das nur aus Baryonen und Photonen besteht.

Im Rahmen der bereits diskutierten Korrekturen des Jeans-Modells wurde gezeigt, dass aufgrund von Dämpfungsprozessen kurz nach dem Zeitpunkt der Rekombination Dichtestörungen auf kleinen Skalen ausgewaschen werden; die übrigen Störungen befinden sich in der Größenordnung von Superhaufen (ca.  $10^{15}$  Sonnenmassen), von denen Zeldovich behauptet, sie nähmen in der Folgezeit eine „pfannkuchenähnliche“ Struktur an („Pancake-Theorie“). Kleinere Gebilde wie Galaxienhaufen und Galaxien können sich erst später entwickeln. Solche Theorien, in denen die chronologische Abfolge der Strukturbildung von den größten zu den kleinsten Strukturen hin verläuft, nennt man „Top-down-Theorien“.

Ein derartiges Szenario bringt aber ein sehr entscheidendes Problem mit sich, sobald man seine Vorhersagen mit den Beobachtungen bezüglich unseres heutigen Universums vergleicht: Um mit den bisher diskutierten Voraussetzungen die zum heutigen Zeitpunkt vorliegenden Dichtestörungen der Ordnung 1 zu erreichen, wären zum Rekombinationszeitpunkt bereits Störungen der Größe  $10^{-3}$  erforderlich. Wie wir gesehen haben, ist ein solcher Wert jedoch keinesfalls mit der hochgradigen Homogenität der kosmischen Hintergrundstrahlung vereinbar. Folglich muss nach Modifikationen des bislang gezeichneten Bildes unseres Universums gesucht werden. Besonders die eingangs erwähnte Annahme, die Masse des Universums sei im Wesentlichen durch Photonen und Baryonen bestimmt, soll dabei einer Prüfung unterzogen werden. Ein diesbezüglich viel versprechender Ansatz ist die Suche nach dunkler Materie.

### **b) Dunkle Materie**

Neben den aus Messungen der kosmischen Hintergrundstrahlung gewonnenen Daten liegen noch andere Hinweise darauf vor, dass es Materie geben muss, die weder sichtbar noch

baryonisch ist. In II. d) wurde bereits erwähnt, dass die Werte für Korrelationsfunktionen von Galaxien und Haufen erhebliche Zweifel an der Annahme aufkommen lassen, Licht sei ein verlässlicher Indikator für Materie. Zudem legt das inflationäre Modell für die Dichte des Universums das Verhältnis  $\Omega_0 = 1$  nahe; Berechnungen zur primordialen Nukleosynthese beschränken den Anteil baryonischer Materie hingegen auf  $\Omega_B = 0,15$ . Dennoch wird von Theoretikern ein baryonendominiertes Universum noch nicht völlig ausgeschlossen. Es bedürfte jedoch zu einer Rechtfertigung derartiger Modelle vieler theoretischer Kunstgriffe, weshalb zur Zeit eindeutig Modelle mit dunkler Materie bevorzugt werden.

Die Frage, aus welchen Arten von Teilchen sich dunkle Materie zusammensetzen könnte, wird aktuell noch lebhaft diskutiert. Die beiden populärsten Ansätze zu diesem Thema sind die gegensätzlichen Modelle von heißer und kalter dunkler Materie.

Heiße dunkle Materie bestünde aus relativistischen Teilchen mit Massen von ca. 10 eV, die kaum mit anderen Teilchen wechselwirken. In der einschlägigen Fachliteratur werden sie auch als „WIMPS“ („weakly interacting massive particles“) bezeichnet. Die einzigen bisher nachgewiesenen Partikel dieser Gruppe sind Neutrinos, die daher auch in Berechnungen und Simulationen zu solchen Modellen einen zentralen Platz einnehmen. Modellvorstellungen von kalter dunkler Materie gehen dagegen von der Existenz sehr schwerer Teilchen mit Massen im GeV-Bereich aus, die schon früh nichtrelativistisch werden.

Der Vorteil einer Einbeziehung von dunkler Materie in die bisherigen Modelle besteht in der Möglichkeit, dass durch das frühere Anwachsen von anfänglichen Fluktuationen die Störungen zum heutigen Zeitpunkt genügend groß werden könnten um die von uns beobachteten Strukturen zu erzeugen. Die Ursache hierfür ist, dass Fluktuationen der dunklen Materie bereits vor dem Zeitpunkt des Entkoppelns, mit Beginn der materiedominierten Epoche, anwachsen und somit bereits ein Gravitationspotential erzeugen könnten, in welches die Baryonen nach dem Entkoppeln fallen.

### **c) Folgen der Existenz dunkler Materie für die Strukturformung**

Die Implikationen von Theorien für heiße und dunkle Materie sind in vielerlei Hinsicht unterschiedlich, weshalb sie im Folgenden getrennt betrachtet werden sollen.

Da die für heiße dunkle Materie charakteristischen Neutrinos oder sonstige „WIMPS“ kleinere Störungen sehr bald auswaschen würden, ist ein Modell mit heißer Dunkler Materie zwingend ein Top-down-Modell. Computersimulationen zeigen, dass sich für ein solches (allerdings in diesen Fällen nur aus Neutrinos bestehendes) Universum zu späten Zeiten auf großen Skalen eine zellenartige Struktur bilden würde. Um die heute beobachtete Galaxie-Galaxie-Korrelationsfunktion rechtzeitig zu erreichen, müsste eine Superhaufenbildung allerdings erst bei einer Rotverschiebung von  $z < 1$  geschehen. In jedem anderen Falle läge für

die heutige Zeit eine Überentwicklung der Superhaufen im Vergleich zu den real gegebenen Strukturen vor. Andererseits wurden bereits zahlreiche Galaxien mit Rotverschiebungen größer als 1 beobachtet. Aufgrund des Verzichts auf die Einbeziehung von Baryonen in die Simulationen müssen diese Ergebnisse aber mit aller gebotenen Vorsicht behandelt werden.

Ein deutlicher Vorteil eines durch heiße dunkle Materie dominierten Universums läge in der Eigenschaft von Neutrinos, auf kleinen Skalen keine Neigung zu größeren Dichtefluktuationen aufzuweisen. Da sie auf diese Weise kaum in Galaxien oder Galaxienhaufen gebunden würden, böte sich hierin eine mögliche Erklärung für die Beobachtungen, dass die Massen von Galaxien bzw. Galaxienhaufen nur einen Anteil von  $\Omega = 0,2 \pm 0,1$  aufbringen können.

Da hingegen in einem Universum mit kalter dunkler Materie keine Auswaschung kleiner Skalen erfolgen kann, formen sich hier als kleinste Strukturen zunächst die Galaxien; Modelle mit kalter dunkler Materie sind daher „Bottom-up-Modelle“. Die Jeans-Masse für diesen Fall läge in der Größenordnung von Kugelsternhaufen oder Zwerggalaxien, was, wie schon im Zusammenhang mit dem Jeans-Modell erwähnt, gut mit den Annahmen über deren hohes Alter vereinbar ist. Darüber hinaus scheinen die Vorhersagen des Kalte-dunkle-Materie-Modells anhand von Simulationen recht gut mit Beobachtungen großräumiger Strukturen und Messungen der Hintergrundstrahlung übereinzustimmen. Es entbehrt nicht einer gewissen Ironie, dass letzteres nur dann behauptet werden kann, wenn sich dunkle Materie hauptsächlich in den gleichen Bereichen wie sichtbare Materie befindet, da ansonsten die diesbezüglichen Simulationen kaum mit den beobachtbaren kosmischen Strukturen vergleichbar sind.

Nachteile ergeben sich auch hier durch zeitliche Differenzen der Strukturformung im Modell zu den tatsächlich beobachteten Verhältnissen. Kalte dunkle Materie produziert offensichtlich nicht schnell genug die heute vorliegenden Strukturen auf großen Skalen. Ein weiterer Mangel der Theorie ist das Fehlen eines beträchtlichen Anteils an Masse zum Erreichen des gewünschten  $\Omega = 1$ . Die errechneten Werte liegen in diesem Falle lediglich bei  $\Omega_0 h \approx 0,2$ , wobei  $h$  zwischen 0,4 und 1 liegt. Im Übrigen müsste für Theorien mit kalter dunkler Materie von einem offenen anstelle eines flachen Universums ausgegangen werden.

Zusammenfassend lässt sich demnach feststellen, dass sowohl heiße als auch kalte dunkle Materie allein nicht die Entstehung der Strukturen in unserem Universum erklären können. Während heiße dunkle Materie nicht schnell genug kleine Strukturen erzeugt, benötigt kalte dunkle Materie für die Formung größerer Gebilde zu viel Zeit. Insgesamt scheint aber das Modell für kalte dunkle Materie die beobachtbaren Verhältnisse im heutigen Universum deutlich besser zu beschreiben.

#### **d) Mögliche Alternativen**

Zur Verbesserung der Voraussagen von Modellen mit dunkler Materie wird ein Gemisch aus 70 % kalter und 30 % heißer dunkler Materie vorgeschlagen, das annähernd die Ergebnisse der Beobachtungen wiedergibt. Darüber hinaus gibt es zahlreiche andere Ansätze, die zum Teil ohne die Forderung nach dunkler Materie auskommen und die Erfüllung der Bedingung  $\Omega = 1$  ermöglichen sollen.

Hierunter fallen u. a. die Annahme eines nicht verschwindenden kosmologischen Terms  $\Lambda$ , der entweder teilweise oder vollständig für die in den oben beschriebenen Modellen erwähnten Differenzen zur kritischen Dichte aufkommen soll, verschiedene String-Theorien sowie die Einbeziehung nicht-primordialer relativistischer Teilchen aus instabilen WIMPs (dies vor allem, um eine Übereinstimmung in der zeitlichen Entwicklung von Theorie und beobachtetem Universum zu erreichen). Einen weiteren interessanten Ansatz bietet überdies die Theorie der „biased galaxy formation“. Sie geht davon aus, dass die Dichteverteilung im Universum analog zu einer Überlagerung langer und kurzer Wellen mit gaußverteilter Amplitude darstellbar ist, so dass auf den Wellenbergen der größeren Skalen eine stärkere Materiekonzentration an Orten von Wellenbergen überlagernder kleinerer Skalen möglich ist als in vergleichbaren Gebieten von Wellentälern der größeren Skalen. Eine solche Überlegung könnte die abweichenden Werte für die Galaxie-Galaxie-Korrelationsfunktionen von der Massenkorrelation in II. d) angemessen erklären und gleichzeitig durch die Existenz nur schwach oder überhaupt nicht leuchtender Galaxien eine kritische Dichte im Universum erreichbar machen.

## **VII. Zusammenfassung**

In den für uns beobachtbaren räumlichen Größenordnungen ist die Materie des Universums keinesfalls homogen verteilt; sie schließt sich auf verschiedenen Skalen zu Strukturen zusammen, die wir als Galaxien, Galaxienhaufen und Superhaufen bezeichnen. Deren Verteilung kann mit Hilfe von Zweipunkt-Korrelationsfunktionen quantitativ beschrieben werden. Die Tatsache, dass Beobachtungen an sichtbaren Objekten auf verschiedene Werte der Funktionen für Galaxien und Galaxienhaufen schließen lassen, begründet erhebliche Zweifel an der Annahme, Licht sei ein verlässlicher Masseindikator.

Experimentell lassen sich dreidimensionale Strukturen sichtbarer Materie vor allem durch Rotverschiebungsdurchmusterungen bestimmen; Aufschluss über Masseverteilungen unabhängig von deren Sichtbarkeit können Berechnungen zu Pekuliargeschwindigkeiten

geben, die wiederum auf Rotverschiebungsmessungen basieren. Durch Messungen der kosmischen Hintergrundstrahlung gewinnt man darüber hinaus Informationen über die Anfangsbedingungen der Dichtefluktuationen.

Über weite Strecken bietet das in IV. a) besprochene Jeans-Modell einer idealen Flüssigkeit eine gute Näherung für die Entwicklung von Dichtestörungen. Es muss allerdings durch Einbeziehung von Dämpfungsprozessen (Kollisionsdämpfung/kollisionsfreie Dämpfung) modifiziert werden, um den verschiedenartigen Eigenschaften der vorliegenden Materiekomponenten gerecht zu werden.

Eine theoretische Beschreibung der Entwicklung von Fluktuationen erfolgt allgemein durch deren Zerlegung in Fourier-Komponenten:

$$\delta(t) = \frac{V}{2\pi^3} \int \delta_k e^{-ikr} d^3k$$

und durch einen Skalenvergleich zwischen den Wellenlängen der Störungsmoden und der Expansion des Universums. Hieraus resultiert die Erkenntnis, dass sich Störungen von der allgemeinen Expansion abkoppeln, sobald ihre Entwicklung eine nichtlineare Qualität erreicht, die durch

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim R^n \quad ; \quad (n \geq 3) \quad \text{und} \quad \frac{\delta\rho}{\rho} \geq 1$$

gekennzeichnet ist.

Die anfänglichen Fluktuationen im Dichtefeld entstehen entweder durch kosmische Strings oder durch Quantenfluktuationen in den Baryonen selbst. Beobachtungen sprechen im Zusammenhang mit dem inflationären Modell für ein auf allen Skalen annähernd gleichmäßiges Spektrum („Harrison-Zeldovich-Spektrum“) zum Zeitpunkt der Rückkehr von Störungen in den Bereich innerhalb des Horizonts.

Zur Erklärung der heutigen großräumigen Strukturen im Universum genügen jedoch die bisherigen Betrachtungen nicht. Daher wird aktuell nach dunkler Materie gesucht, die Diskrepanzen zwischen den Vorhersagen verschiedener Universumsmodelle und den tatsächlichen Beobachtungen an sichtbarer Materie nivellieren könnte. Nach bisherigen Theorien und Simulationen zu urteilen erscheint dabei eine Dominanz von kalter dunkler Materie am plausibelsten. Die Gültigkeit alternativer Ansätze wie in VI. d) oder einer Überlagerung mehrerer verschiedenartiger Einflüsse können jedoch als Ursachen für die Unzulänglichkeiten bisheriger Modelle nicht ausgeschlossen werden.

## VIII. Quellenverzeichnis

### Literatur:

- Klapdor-Kleingrothaus, H. V./Zuber, K.: Teilchenastrophysik, Stuttgart 1997. S. 176-209
  
- Kolb, E./Turner, M.: The Early Universe, Reading, Massachusetts 1990. S. 321-398

### Internetquellen:

- [www.astro.uni-bonn.de/~deboer/pdm/pdmdmtxt.html](http://www.astro.uni-bonn.de/~deboer/pdm/pdmdmtxt.html)
  
- [www.astro.ubc.ca/people/scott/faq\\_intermediate.html](http://www.astro.ubc.ca/people/scott/faq_intermediate.html)