

Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Institut für Theoretische Physik
Sommersemester 2005
Seminar zur Theorie der Teilchen und Felder
Prof. Dr. G. Münster, Prof. Dr. O. Philipsen, Dr. J. Heitger

Kosmologie und Teilchenphysik

Das inflationäre Universum

Lars Zeidlewicz

20. Juli 2005

Zusammenfassung des Seminarvortrags vom 13. Juli 2005

1 Einleitung

Die hier gegebene Zusammenfassung zum Modell des inflationären Universums folgt im Wesentlichen der Darstellung in [1, Kap. 8]. Dabei wird auf die Inhalte der vorherigen Vorträge zurückgegriffen. Die ersten Arbeiten zum inflationären Modell stammen von A. Guth [2], A. Linde [3] sowie A. Albrecht und P. Steinhardt [4]. Das inflationäre Universum ist eine Modifikation des klassischen Urknallmodells. Dabei bleibt zunächst die Robertson-Walker-Metrik als Grundlage erhalten. Während das Standardurknallmodell von einer anfänglichen strahlungsdominierten Epoche ausgeht, die dann in eine materie-dominierte übergegangen ist, fügt das inflationäre Modell zusätzlich eine vakuumdominierte Phase in das sehr frühe Universum – bei etwa 10^{-34} s nach dem Urknall – ein. Dadurch wird eine exponentielle Expansion des Raumes herbeigeführt. Es wird im Folgenden zuerst darum gehen, die Notwendigkeit des inflationären Modells zu motivieren und die Realisierung zu diskutieren.

2 Probleme im Standardurknallmodell

2.1 Das Horizontproblem

Ein großes Problem im Rahmen des Standardurknallmodells ist mit dem Begriff des Teilchenhorizonts verbunden. Der Teilchenhorizont gibt die Entfernung an, die ein Teilchen maximal seit dem Urknall zurückgelegt haben kann. Damit ist klar, dass kausale Prozesse nur innerhalb eines durch den Teilchenhorizont bestimmten sogenannten Horizontvolumens möglich sind.

Es sei daran erinnert, dass bei der Expansion des Universums sowohl im strahlungsdominierten als auch im vakuumdominierten Fall die Entropie innerhalb eines mitbewegten Volumens konstant bleibt. Als Konsequenz dieser Adiabatizität kann man Volumina durch die in ihnen eingeschlossene Entropie parametrisieren. Insbesondere gilt für das heute beobachtbare Universum:

$$S_{\text{Hor}}(\text{heute}) \approx 10^{88} \quad (1)$$

Ein Vergleich mit der Größe eines Horizontvolumens zur Zeit der Entstehung der Hintergrundstrahlung ($S(\text{CMBR}) \approx 10^{83}$) liefert folgendes Ergebnis:

$$\frac{S_{\text{Hor}}(\text{heute})}{S_{\text{Hor}}(\text{CMBR})} = 10^5 \quad (2)$$

Insofern spricht man davon, dass sich das heute beobachtbare Universum aus 10^5 kausal unverbundenen Regionen zur Zeit der Entstehung der Hintergrundstrahlung entwickelt hat. Deshalb ist es nicht denkbar, die Homogenität der Hintergrundstrahlung durch kausale Prozesse zu erklären. Dies wird als Horizontproblem bezeichnet.

Ein anderer Aspekt des Horizontproblems hängt mit der Strukturbildung zusammen. Im Rahmen des Standardurknallmodells kann die Entstehung der Strukturen im Universum (Galaxien, Cluster, ...) durch anfängliche Dichteinhomogenitäten erklärt werden.

Jedoch findet man bei einer Fourierzerlegung, dass die für die Strukturbildung relevanten Moden durch Wellenlängen gegeben sind, die den Horizontabstand weit übersteigen.

2.2 Das Flachheitsproblem

Ein weiteres Problem besteht in der Flachheit des Universums. Das Verhältnis aus Dichte und kritischer Dichte Ω liegt heute sehr nahe bei 1. Die zeitliche Entwicklung von Ω wird durch folgende Formel bestimmt:

$$\Omega(t) = \frac{1}{1 - x(t)} \quad (3a)$$

$$\text{mit} \quad x(t) = \frac{k/R^2}{8/3\pi G\rho} \quad (3b)$$

Damit erhält man für die Werte zu früheren Zeitpunkten:

$$|\Omega(t \sim 10^{-43} \text{ s}) - 1| \lesssim 10^{-60} \quad (4a)$$

$$|\Omega(t \sim 1 \text{ s}) - 1| \lesssim 10^{-16} \quad (4b)$$

Die Abweichung von $\Omega = 1$ war also außerordentlich klein. Damit sind die Anfangsbedingungen sehr speziell. Dies kann man auch durch das Alter des Universums veranschaulichen: Drückt man die Zeit in ihrer „natürlichen Einheit“, der Planck-Zeit $t_{\text{pl}} \approx 10^{-43} \text{ s}$, aus, so hat das Universum ein Alter von etwa $10^{60} t_{\text{pl}}$. Leicht andere Anfangsbedingungen hätten dazu geführt, dass sich die Entwicklung des Universums („Big Crunch“ bzw. „Wärmemod“) in nur einigen Planckzeiten vollzogen hätte.

2.3 Ungewollte Überbleibsel

Das dritte hier vorzustellende Problem, das das Standardurknallmodell mit sich bringt, ergibt sich aus den Eigenschaften der vereinheitlichten Theorien. Aufgrund dieser Theorien erwartet man die Bildung schwerer Teilchen, wie z. B. magnetischer Monopole, in der Frühphase des Universums, die aber aufgrund ihres kleinen Annihilationsquerschnitts auch heute noch einen wesentlichen Anteil an der Materiedichte haben müssten. Dies widerspricht natürlich der Beobachtung. Die Frage, wie diese schweren Teilchen wieder verschwinden, bleibt im Rahmen des klassischen Urknallmodells unbeantwortet.

2.4 Mögliche Antworten auf die Probleme

Die hier angesprochenen Probleme sind durch das Standardurknallmodell nicht zu erklären. Gerade dem Horizont- und dem Flachheitsproblem kann man durch Postulierung geeigneter Anfangsbedingungen aus dem Weg gehen. Dennoch wäre natürlich eine tieferliegende Begründung wünschenswert. Hierfür gibt es eine ganze Reihe von Ansätzen:

Einen eher philosophisch geprägten Erklärungsansatz liefert das anthropische Prinzip. In seiner einfachsten Form kann man es wie folgt wiedergeben: „Das Universum existiert mit diesen Anfangsbedingungen gerade deshalb, weil wir sonst gar nicht da sein könnten,

um danach zu fragen, warum es gerade so existiert.“ Eine andere mögliche Argumentation beruft sich auf unbekannte quantengravitative Effekte. Da diese aber in Unkenntnis der genauen Theorie nicht weiter zu spezifizieren sind, handelt es sich hierbei mehr oder weniger nur um eine andere Formulierung für die Einführung spezieller Anfangsbedingungen.

Die im folgenden zu diskutierende Inflation ist ein Ansatz, der sich als Modell im Bereich der bekannten Physik realisieren lässt.

3 Realisierung der Inflation

Beim inflationären Modell geht es darum, in der Frühphase des Universums eine vakuumdominierte Epoche einzuführen. Diese führt zu einem exponentiellen Anwachsen des Skalenfaktors. So wird es möglich, das Volumen des beobachtbaren Universums in ein einziges Horizontvolumen einzubetten und dadurch die oben diskutierten Probleme zu beseitigen.

3.1 Vakuumenergie und de Sitter-Lösung

In den Einsteingleichungen taucht die Vakuumenergie in Form der kosmologischen Konstanten Λ auf.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R = 8\pi G T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (5)$$

Durch Identifikation des Λ -Terms als dem Vakuumbeitrag zum Energie-Impulstensor gelangt man zu einem Ausdruck für die Vakuumenergiedichte:

$$\frac{\Lambda}{8\pi G} g^{\mu\nu} = T_{\text{Vak}}^{\mu\nu} \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{Vak}} = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (6)$$

Insbesondere ist zu beachten, dass die Vakuumenergiedichte ρ_{Vak} konstant ist. Die vakuumdominierte Lösung der Friedmann-Gleichungen, die auch als de Sitter-Lösung bezeichnet wird, liefert dann folgendes Ergebnis für eine vakuumdominierte Epoche:

$$\begin{aligned} R(t) &\sim e^{Ht} \\ H &= \left(\frac{8}{3}\pi m_{\text{pl}}^2 \rho_{\text{Vak}} \right)^{1/2} = \text{konst.} \end{aligned} \quad (7)$$

3.2 Herstellung der vakuumdominierten Epoche

Zur Herstellung der vakuumdominierten Epoche benutzt man ein Skalarfeld ϕ in einem Potential $V(\phi)$ (vgl. Abb. 1). Es gibt einige spezifische Modelle zum Verhalten des Potentials. Ein Ansatz besteht in einem Phasenübergang erster Ordnung. Dann entspricht der in Abbildung 1 dargestellte Potentialverlauf einem Verlauf unterhalb der kritischen Temperatur. Nachdem das Feld die Barriere überwunden hat, beginnt die für die Inflation eigentlich interessante Phase. Das Feld bewegt sich langsam vom Punkt ϕ_i zum neuen globalen Minimum hin. Dies ist die Periode der Vakuumdominanz, die auch als slow-roll Phase bezeichnet wird. Hat das Feld den harmonischen Teil des Potentials um

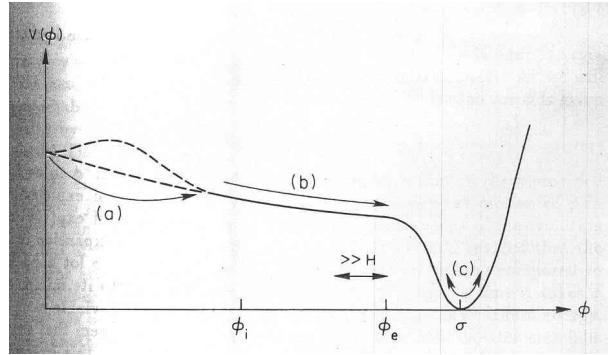


Abbildung 1: Verlauf des Potentials $V(\phi)$; aus [1]

das globale Minimum erreicht, beginnt es gedämpft zu schwingen. Dies entspricht einem ϕ -Zerfall in andere Teilchen und damit letztlich einem Wiederaufheizen.

3.3 Lösung der Standardmodellprobleme

Dass mithilfe der Inflation die oben diskutierten Probleme gelöst werden können, soll an einem Zahlenbeispiel verdeutlicht werden. Die Vakuumenergiedichte sei gegeben durch M^4 , wobei der Parameter $M = 10^{14}$ GeV durch die vereinheitlichten Theorien motiviert ist. Für die Inflationsdauer Δt werden 100 Hubblezeiten (H^{-1}) angesetzt, wobei sich die Hubble-Konstante mit Gleichung (7) berechnen lässt. Für das Anwachsen des Skalenfaktors erhält man dann:

$$\frac{R(t_i + \Delta t)}{R(t_i)} = e^{H\Delta t} = e^{100} \approx 3 \cdot 10^{43} \quad (8)$$

Unter Berücksichtigung der Entropiezunahme während des Wiederaufheizens wächst ein Horizontvolumen ($R \approx H^{-1}$) mit $S_i \approx 10^{14}$ auf einen Wert $S_f \approx 10^{144}$ an. In ein Volumen dieser Größe passt das heute beobachtbare Universum ohne weiteres hinein – vgl. Gleichung (1). Damit ist das Horizontproblem gelöst.

Was das Flachheitsproblem angeht, so erkennt man mithilfe der Gleichungen (3a) und (3b), dass Ω nach der Inflation exponentiell nah an 1 liegt:

$$\Omega_f = \frac{1}{1 - x_i e^{-200}} \quad (9)$$

Genauso wird die Dichte der schweren Teilchen exponentiell gedämpft, sodass man heute nicht erwarten kann, diese Teilchen zu beobachten. Hierbei ist natürlich klar, dass diese Argumentation nicht nur auf die unerwünschten Teilchen anwendbar ist. Deshalb müssen relevante Teilchenproduktion und auch die Erzeugung der Baryonenasymmetrie postinflationäre Prozesse sein.

4 Skalarfelddynamik

Im Folgenden wird die der Inflation zugrunde liegende Skalarfelddynamik genauer betrachtet. Dazu wird ein räumlich homogenes, schwach gekoppeltes Skalarfeld ϕ (das Inflatonfeld) vor dem Hintergrund der Robertson-Walker-Raumzeit betrachtet. Für dieses Feld existiere ein Potential $V(\phi)$, von dem nur verlangt werden muss, dass es ein globales Minimum bei $\sigma \neq 0$ hat und durch einen flachen Teil die Möglichkeit für eine slow-roll Phase bietet (vgl. Abb. 1). Die Existenz der slow-roll Phase erfordert ferner, dass der Anfangswert ϕ_i des Feldes außerhalb des globalen Minimums liegen muss. Dies lässt sich z. B. im Rahmen eines Phasenüberganges erster Ordnung realisieren. Zunächst wird das Feld klassisch behandelt, später werden die Quantenfluktuationen als kleine Korrekturen hinzugefügt. Für die Lagrangedichte gilt dann:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - V(\phi) \quad (10)$$

Aus dieser Lagrangedichte lässt sich die folgende Bewegungsgleichung herleiten, wenn man berücksichtigt, dass alle räumlichen Ableitungen wegen der geforderten Homogenität wegfallen:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \Gamma_\phi\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (11)$$

Der Term $3H\dot{\phi}$ ist durch die Expansion des Universums bedingt. Da in der obigen Lagrangedichte keine Kopplungen berücksichtigt wurden, muss der Term $\Gamma_\phi\dot{\phi}$, der den ϕ -Zerfall beschreibt, nachträglich hinzugefügt werden.

4.1 slow roll

Für die slow-roll Phase (Phase b in Abbildung 1) vereinfacht sich die Bewegungsgleichung (11). Zum einen ist der Zerfallsterm nicht aktiv, zum anderen ist das Feld nur langsam veränderlich, d. h. $\ddot{\phi} \ll 1$. Damit ergibt sich:

$$3H\dot{\phi} = -V'(\phi) \quad (12)$$

Wichtig für weitere Abschätzungen sind in diesem Zusammenhang zwei Konsistenzbedingungen:

$$|V''(\phi)| \ll 9H^2 \quad (13a)$$

$$\left|V'(\phi)\frac{m_{\text{pl}}}{V(\phi)}\right| \ll (48\pi)^{1/2} \quad (13b)$$

Gleichung (13a) ist ein anderer Ausdruck für die Forderung $\ddot{\phi} \ll 1$, während Gleichung (13b) die Vernachlässigbarkeit der kinetischen Energie gegenüber dem Potential sichert.

Als Zeiteinheit führt man folgende Größe ein:

$$N(\phi_1 \rightarrow \phi_2) = \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) = \int_{t_1}^{t_2} Hdt \quad (14)$$

Unter Verwendung der slow-roll Bewegungsgleichung (12) und von Gleichung (7) gelangt man zu folgendem Ausdruck:

$$N(\phi_1 \rightarrow \phi_2) = -\frac{8\pi}{m_{\text{pl}}^2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi \quad (15)$$

Damit lässt sich also die Inflationsdauer N_{tot} allein aus der Kenntnis des Potentials berechnen:

$$N_{\text{tot}} = N(\phi_i \rightarrow \phi_f) \quad (16)$$

ϕ_i ergibt sich aus dem speziellen verwendeten Modell und ϕ_f folgt aus der Konsistenzbedingung (13a).

4.2 Wiederaufheizen

Für das Wiederaufheizen (Phase c in Abbildung 1) ist die vollständige Bewegungsgleichung (11) zu berücksichtigen. Man formt sie um, indem man mit $\dot{\phi}$ multipliziert und zeitlich mittelt. Das harmonische Potential verschwindet unter diesem Mittelungsprozess. Verwendet man noch $\langle \dot{\phi}^2 \rangle = \rho_\phi$, so gilt:

$$\frac{1}{2}\dot{\rho}_\phi + (3H + \Gamma_\phi)\rho_\phi = 0 \quad (17)$$

Diese Gleichung beschreibt den Zerfall einer massiven Teilchenart. Das Ergebnis ist in Abbildung 2 zusammengefasst. Wichtig ist hier, dass nach einiger Zeit der Übergang in eine strahlungsdominierte Epoche erfolgt, in der die Entropie in einem mitbewegten Volumen wieder konstant ist. Hierfür muss natürlich die Wiederaufheiztemperatur groß genug sein, um die Strahlungsdominanz sicherzustellen.

4.3 Bedingung für die Inflationsdauer

Aus dem Horizontproblem kann man eine Bedingung für die minimale Inflationsdauer bestimmen. Für ein durch $H^{-1} \approx \frac{m_{\text{pl}}}{M^2}$ – vgl. Gl. (7) – bestimmtes Anfangsvolumen ergibt sich für die Endentropie nach exponentieller Expansion und Wiederaufheizen:

$$S_f \approx e^{3N_{\text{tot}}} \frac{m_{\text{pl}}^3}{M^2 T_H} \quad (18)$$

Zur Lösung des Horizontproblems muss diese Entropie größer als 10^{88} sein:

$$N_{\text{tot}} > N_{\text{min}} = 53 + \frac{2}{3} \ln \left(\frac{M}{10^{14} \text{ GeV}} \right) + \frac{1}{3} \ln \left(\frac{T_H}{10^{10} \text{ GeV}} \right) \quad (19)$$

Die Parameter M und T_H (Wiederaufheiztemperatur) sind modellspezifisch.

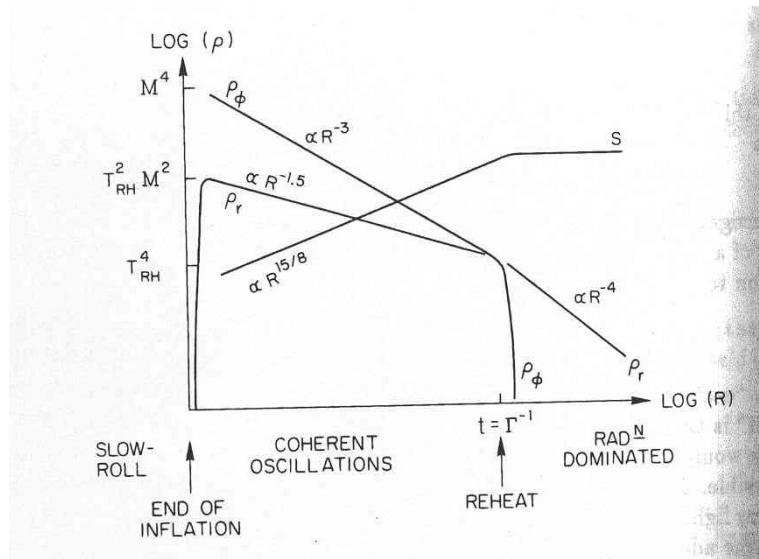


Abbildung 2: Verhalten der Dichten und der Entropie in der Wiederaufheizphase nach der exponentiellen Expansion; aus [1]

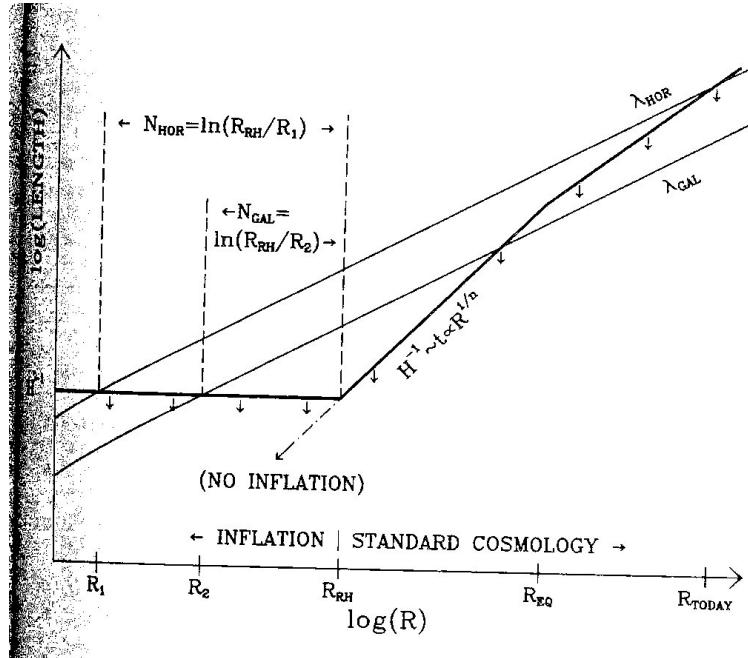


Abbildung 3: Entwicklung der Fluktuationen im inflationären Modell; aus [1]

5 Fluktuationen

5.1 Quantenfluktuationen

Die bisherige Betrachtung ist von einem homogenen Skalarfeld ϕ ausgegangen. Damit lassen sich aber die Dichteinhomogenitäten, die zur Strukturbildung benötigt werden, nicht erklären. Für diesen Zweck werden jetzt die Quantenfluktuationen als kleine Korrekturen mit einbezogen. Deren Entwicklung zeigt ein Verhalten, das als „goodbye and hello again“ bezeichnet wird und in Abbildung 3 illustriert ist.

Die mit Pfeilen versehene Linie zeigt den Verlauf des Horizontabstands. Unterhalb dieser Linie sind kausale Prozesse möglich. Die Quantenfluktuationen entstehen innerhalb dieses Horizontvolumens, wachsen mit der Zeit über den Horizontabstand hinaus („goodbye“) und frieren dort ein, d. h. ihre Entwicklung ist rein kinematisch. Nach der Inflation werden die Fluktuationsmoden wieder vom Horizontabstand eingeholt („hello again“). Bei Wiedereintritt in das Horizontvolumen treten die ursprünglichen Quantenfluktuationen als Dichteinhomogenitäten auf, die für die Strukturbildung verantwortlich sind.

Die Charakterisierung der einzelnen Moden erfolgt über die Zeitspanne, die zwischen dem „goodbye“ und dem Ende der Inflation liegt. Diese Zeitspanne wird mit N_λ bezeichnet.

5.2 Vorhersagen in Bezug auf die Fluktuationen

Eine wichtige Vorhersage in Bezug auf die Dichteinhomogenitäten ist, dass sie durch die Fluktuationen beim Verlassen des Horizontvolumens bestimmt sind:

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho} \right)_{\text{zurück}} \sim \left(\frac{\delta\rho_\phi}{\rho_\phi} \right)_{N_\lambda} \approx \left(\frac{H^2}{\dot{\phi}} \right)_{N_\lambda} \quad (20)$$

H ist während der Inflation eine Konstante, ϕ nur langsam veränderlich. Außerdem haben alle für die heutigen Strukturen maßgeblichen Moden das Horizontvolumen während der relativ kurzen Zeitspanne von $\Delta N \approx 8$ verlassen. Dies bedeutet, dass das Spektrum der Dichteinhomogenitäten, wie es im inflationären Modell erzeugt wird, skaleninvariant ist. Ein Spektrum dieses Typs nennt man Harrison-Zeldovich-Spektrum.

Eine weitere Vorhersage aus dem inflationären Modell ergibt sich, wenn man bedenkt, dass alle schwach gekoppelten Felder in ähnlicher Weise wie das Inflatonfeld angeregt werden. Deren Fluktuationen propagieren beim Wiedereintritt in das Horizontvolumen als Teilchen. So erwartet man insbesondere ein stochastisches Spektrum von Gravitationswellen.

6 Modelle

Das Skalarfeld ϕ und das Potential $V(\phi)$ wurden ad hoc eingeführt, um die Bedingungen für die Inflation bereit zu stellen. Wünschenswert wäre natürlich, wenn sich Feld und Potential aus einer übergeordneten Teilchentheorie ableiten ließen. Obwohl das bisher nicht gelungen ist, sind einige spezielle Modelle formuliert worden, die als Ansätze dienen können. Jedes dieser Modelle bringt jedoch ein paar neue Probleme mit sich.

6.1 Coleman-Weinberg-Potential

Der erste Ansatz für $V(\phi)$ bestand in einem Coleman-Weinberg-Potential, mit dem sich ein Phasenübergang erster Ordnung realisieren lässt. Für $T = 0$ hat dieses Potential die Form

$$V(\phi) = B \frac{\sigma^4}{2} + B\phi^4 \left(\ln \left(\frac{\phi^2}{\sigma^2} \right) - \frac{1}{2} \right) \quad (21)$$

Der Parameter $B = \frac{24\alpha_{\text{GUT}}^2}{16} \approx 10^{-3}$ ist durch die Kopplungsstärke bestimmt. Mit diesem Potential lassen sich die oben diskutierten Probleme lösen. Insbesondere ist die Inflationsdauer lang genug.

Das Modell hat seine Grenzen bei der Einbindung der Quantenfluktuationen, die hier von derselben Größenordnung sind wie das Feld selbst. Deshalb wird das Feld durch die Fluktuationen sehr schnell in das Minimum geschoben, ein slow-roll ist nicht möglich. Man hat also das Problem, die Quantenfluktuationen nicht als kleine Korrekturen behandeln zu können.

Ein möglicher Lösungsansatz bestünde darin, den Faktor B stark zu verkleinern, wodurch das Potential flacher würde. Da B aber durch die Kopplungsstärke bestimmt wird, ist eine Änderung des Wertes kaum mit der restlichen Theorie zu vereinbaren.

6.2 Supersymmetrie

Was supersymmetrische Theorien angeht, so sei hier nur erwähnt, dass auch in ihnen Inflation denkbar ist. Viele mögliche Potentiale zeigen zwar keinen Phasenübergang erster Ordnung; dies war aber auch keine notwendige Bedingung für Inflation. Das wesentliche Problem auf Supersymmetrie beruhender Modelle besteht in der möglichen Produktion neuer Teilchen während der inflationären Phase – z. B. Gravitinos. Diese Produktion hätte Einfluss auf die Elementhäufigkeiten im heutigen Universum. Da aber die durch das Standardurknallmodell im Rahmen der Nukleosynthese vorhergesagten Elementhäufigkeiten mit der Beobachtung sehr gut übereinstimmen, sollte die Inflation in diesem Zusammenhang keine Veränderung mit sich bringen.

6.3 Chaotische Inflation

Ein Modell, das nicht explizit auf einer Teilchentheorie beruht, ist die sogenannte chaotische Inflation. Hier wird eine sehr einfache Form des Potentials angenommen:

$$V(\phi) = \lambda\phi^4 \quad (22)$$

Dabei muss $\lambda \lesssim 10^{-14}$ gelten, um einen slow-roll realisieren zu können. Die Anfangsverteilung des Feldes in den verschiedenen Raumregionen soll zufällig sein – daher die Bezeichnung chaotische Inflation. Für genügend Inflation muss $\phi_i \approx 4m_{\text{pl}}$ gelten.

Es stellt sich nun die Frage, wie groß die Regionen sein müssen, in denen ϕ_i seinen Wert nicht ändert, um die geforderte Homogenität zu erreichen. Da die Vernachlässigung räumlicher Ableitungen ein wesentliches Merkmal der Homogenität des ϕ -Feldes

ist, kann man dies für eine Abschätzung der typischen Größe L einer homogenen Region verwenden.

$$(\nabla\phi)^2 \sim \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2 \ll \lambda\phi_i^2 \quad (23a)$$

$$\Rightarrow L \gg \frac{\phi_i}{\sqrt{\lambda}\phi_i^2} \approx H^{-1} \quad (23b)$$

D. h. trotz der zufälligen Anfangswertverteilung muss das Feld in Gebieten, die ein Horizontvolumen übersteigen, homogen sein. Dieser widersprüchliche Zusammenhang stellt das wesentliche Manko des chaotischen Modells dar.

6.4 Forderungen an Modelle

Zusammenfassend können einige Forderungen an spezielle Modelle gemacht werden. Man benötigt ein Skalarfeld, das in genügend großen Bereichen homogen ist – vgl. Gl. (23b) – und ein Potential, das hinreichend flach verläuft, um eine slow-roll Phase sicherzustellen – vgl. Gl. (19). Ferner müssen die auftretenden Quantenfluktuationen als kleine Korrekturen behandelt werden können.

Um den Anschluss an das Standardurknallmodell herzustellen, muss die Wiederaufheiztemperatur hoch genug sein, um wieder ein strahlungsdominiertes Universum zu haben. Nur dann kann insbesondere die Nukleosynthese wie im klassischen Urknallmodell beschrieben ablaufen. Die Wiederaufheiztemperatur muss sogar noch höher sein, wenn kein zum Bosonenzerfall alternativer Mechanismus zur Herstellung der Baryonenasymmetrie durch das Modell gegeben ist.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist, dass nicht neue Überbleibsel (wie z. B. Gravitinos) während der Inflation erzeugt werden, nachdem ursprünglich das Verschwinden von Teilchen wie etwa den Monopolen erklärt werden sollte.

7 No Hair-Theorem

Da die Flachheit während der Inflation exponentiell herbeigeführt wird – vgl. Gl. (9) – ist das inflationäre Modell in weiten Grenzen unabhängig von der ursprünglichen Krümmung. Genauso kann man sich fragen, inwieweit Anisotropien oder Inhomogenitäten in der raumzeitlichen Entwicklung von Bedeutung sind.

Hierfür kann man die sogenannten Bianchi-Modelle betrachten. Sie werden durch eine beliebige Funktion F bestimmt, sodass gilt:

$$H^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho + F(X_1, X_2, X_3) \quad (24)$$

Dabei sind die X_j die Skalenfaktoren für die drei Hauptachsen des Universums, d. h. in diesen Modellen expandiert das Universum in verschiedene Richtungen verschieden schnell. Die einzige Bedingung an F ist, dass die Funktion mindestens so schnell abfällt wie \bar{R}^{-2} . Dabei ist $\bar{R} = (X_1X_2X_3)^{1/3}$ der mittlere Skalenfaktor. Man kann F als

Anisotropie-Energiedichte interpretieren, indem man die Identifikation $F = \frac{8\pi}{3}G\rho_{\text{an}}$ in die obige Gleichung einsetzt.

Es zeigt sich, dass die verschiedenen Bianchi-Modelle unter denselben Bedingungen an $V(\phi)$ wie die reine Robertson-Walker-Raumzeit in eine inflationäre Phase übergehen. Eine Ausnahme bilden nur ein paar sehr stark positiv gekrümmte Typen, die schnell wieder in sich zusammenfallen. Während der exponentiellen Expansion würden die Anisotropien weggedämpft und wären bis heute (und in die ferne Zukunft) nicht zu beobachten.

Eine ähnliche Argumentation lässt sich auch für inhomogene Raumzeiten durchführen. Damit kann man insgesamt die weitgehende Unabhängigkeit des inflationären Modells von der ursprünglichen Metrik festhalten.

8 Tests für die Inflation

Bei der Inflation handelt es sich um ein sehr allgemeines Modell ohne viele spezifische Vorhersagen. Insbesondere sind noch viele verschiedene Ausgestaltungen je nach gewähltem Potential möglich. Dennoch gibt es ein paar überprüfbare Voraussagen:

Das inflatonäre Modell führt zu $\Omega_0 = 1,000\dots$, was sich mit der heutigen Beobachtung $\Omega_0 = 1,02 \pm 0,02$ (vgl. [6]) sehr gut deckt.

Das von der Inflation vorhergesagte Harrison-Zeldovich Spektrum für die Dichteinhomogenitäten deckt sich ebenfalls gut mit der Beobachtung.

Der aktuellste Test betrifft den stochastischen Gravitationswellenhintergrund, der durch die anstehenden interferometrischen Experimente (LIGO-Projekt) gemessen werden könnte.

9 Konsequenzen der Inflation

Das inflationäre Modell beschreibt die Entwicklung des heute beobachtbaren Universums aus einem kleinen Bereich innerhalb eines Horizontvolumens. Das bedeutet insbesondere, dass das Universum sehr viel größer sein kann als der Teil, den wir beobachten.

Wie in Abschnitt 7 deutlich gemacht wurde, braucht man Isotropie und Homogenität der Raumzeit nicht als Bedingung zu stellen. Diese Eigenschaften werden vielmehr durch die Inflation selbst aus viel allgemeineren Anfangsbedingungen erzeugt. Das bedeutet aber auch, dass das gesamte Universum, das mehr als eine Inflationsregion umfassen kann, durchaus anisotrop und inhomogen sein kann. Außerdem kann in jeder der Inflationsregionen die Symmetriebrechung auf einen anderen Vakuumzustand geführt haben.

Literatur und Internetquellen

- [1] E.W. Kolb, M.S. Turner, *The Early Universe*, Addison Wesley (1991).
- [2] A.H. Guth, *Phys. Rev. D* **23**, 347 (1981).
- [3] A.D. Linde, *Phys. Lett.* **108B**, 389 (1982).
- [4] A. Albrecht, P.J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1220 (1982).
- [5] S. Eidelman et. al. (PDG), *19. Big-Bang Cosmology*, in: *Phys. Lett.* **B592**, 1 (2004)
- [6] S. Eidelman et. al. (PDG), *21. Cosmological Parameters*, in: *Phys. Lett.* **B592**, 1 (2004)
- [7] A.H. Guth, P.J. Steinhardt, *Das inflationäre Universum*, in: Kosmologie und Teilchenphysik, Heidelberg: Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft (1990).
- [8] A.D. Linde, *Particle Physics and Inflationary Cosmology*, arXiv:hep-th/0503203 v1 26 Mar 2005.
- [9] <http://www.stanford.edu/~alinde/> (29.06.2005)
- [10] http://web.mit.edu/physics/facultyandstaff/faculty/alan_guth.html
(29.06.2005)
- [11] <http://wwwphy.princeton.edu/~steinh/webbrief/> (29.06.2005)
- [12] <http://www.physics.ucdavis.edu/Cosmology/albrecht/> (29.06.2005)