

Die de-Broglie-Bohm-Theorie

Schriftliche Ausarbeitung des Vortrags vom 25. Mai 2011
im Seminar zur Theorie der Teilchen und Felder

Tilman Ehrenstein

1 Einleitung

Die vorliegende Ausarbeitung soll die de-Broglie-Bohm-Theorie vorstellen. Bei dieser handelt es sich um eine Deutung der nichtrelativistischen Quantentheorie, die 1952 von David Bohm als Alternative zur “Kopenhagener Deutung”, der damals wie heute allgemein vorherrschenden, üblichen Deutung, vorgeschlagen wurde^[1]¹. Bohm ging es dabei in erster Linie darum, zu zeigen, dass es sich bei der Kopenhagener Deutung nicht um die einzig denkbare Interpretation der Quantentheorie handelt, die in der Lage ist konsistente Ergebnisse hervorzubringen. Indem er eine Theorie vorstellte, die mit einem anderen Ansatz ebenso zum Erfolg führt, wollte er die alte Diskussion darüber, ob die übliche Deutung die Natur vollständig beschreibe, erneut anstoßen.

Gegner der Kopenhagener Deutung (allen voran Albert Einstein) sahen im indeterministischen Charakter der Kopenhagener Deutung ein Anzeichen für Unvollständigkeit. So macht die Kopenhagener Deutung lediglich Wahrscheinlichkeitsaussagen über den Ausgang von Messungen. Dabei wird weder der Wellenfunktion zugesprochen Teil der Realität zu sein, noch sollen sich die Wahrscheinlichkeiten auf etwas real Existierendes, dem Beobachter aber aufgrund von Unkenntnis “Verborgenes” beziehen. Stattdessen wird lediglich dem Ausgang von Messungen, den Messergebnissen, eine (nicht näher definierte) Form der Realität zugesprochen.

Bohm’s Ansatz für die de-Broglie-Bohm-Theorie ist es nun, die nichtrelativistische Quantenmechanik durch zusätzliche “verborgene” Variable so zu “vervollständigen”, dass sich die quantenmechanischen Wahrscheinlichkeiten auf etwas Reales beziehen. Dadurch gelingt es Bohm, die nichtrelativistische Quantenmechanik in deterministischer Weise zu interpretieren. Im Folgenden werden die Grundlagen dieser Theorie vorgestellt, wobei hier zunächst auf die Begriffe “Welle” und “Teilchen” eingegangen werden soll.

2 Welle und Teilchen

Zentraler Bestandteil der üblichen Deutung ist der sogenannte “Welle-Teilchen-Dualismus”. Im Welle-Teilchen-Dualismus werden “Welle” und “Teilchen” als komplementäres Paar inhärent unexakt definierter Begriffe angesehen. Je präziser die Eigenschaften eines Objektes durch eine Welle beschrieben werden können, desto mehr rücken seine Eigenschaften als Teilchen in den

¹Dass die Theorie unter dem Namen de-Broglie-Bohm-Theorie bekannt ist, hat historische Gründe. So hielt Louis de Broglie bereits 1927 auf dem 5. Solvay Kongress einen Vortrag, in dem er einen Ansatz für eine neue Theorie vorstellte, die hohe Ähnlichkeit mit der von Bohm hat. Allerdings dachte de Broglie seinen Ansatz damals nicht konsequent zu Ende und ließ diesen, nachdem Kritik an ihm geübt wurde, schließlich ganz fallen und verfolgte ihn nicht weiter.

Hintergrund und umgekehrt. Die Begriffe “Welle” und “Teilchen” beziehen sich in der üblichen Deutung also auf ein und die selbe Entität, schließen sich dabei jedoch gegenseitig aus.

In der de-Broglie-Bohm-Theorie ist dies anders. Welle und Teilchen existieren hier voneinander getrennt. “Welle” und “Teilchen” bezeichnen also zwei verschiedene Dinge. Dabei wird die Wellenfunktion des Systems innerhalb der Theorie als ein skalares Feld im Raum interpretiert, in welchem sich die Teilchen des Systems fortbewegen. Den Teilchen wird dabei zugesprochen, zu jeder Zeit Teil der physikalischen Realität zu sein. Insbesondere bedeutet dies, dass sich alle Teilchen des Systems zu jeder Zeit an einem scharf lokalisierten Ort des Raumes aufhalten, und dies unabhängig davon, ob am System eine Ortsmessung durchgeführt wird oder nicht. Die de-Broglie-Bohm-Theorie vertritt also im Gegensatz zur üblichen Deutung einen Realismus in Bezug auf Welle und Teilchen.

Da die Teilchen Teil der Realität sind, ist ihre Position im Raum mit entscheidend für den Zustand des Systems. In dieser Theorie kann der Systemzustand also nicht mehr allein über die Wellenfunktion angegeben werden. Die Ortskoordinaten eines Teilchens i sollen im folgenden mit \mathbf{q}_i bezeichnet werden. Darüber hinaus sei Ψ die Wellenfunktion des Systems und Lösung der Schrödingergleichung. Ein System besitze N Teilchen. Dann erfolgt die vollständige Beschreibung des Systemzustand zum Zeitpunkt t_0 über die Angabe von sowohl $\Psi(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t_0)$ als auch $\mathbf{q}_1(t_0), \dots, \mathbf{q}_N(t_0)$. Bei den Ortskoordinaten $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N$ handelt es sich um die “verborgenen” Variablen der de-Broglie-Bohm-Theorie. Das Attribut “verborgen” bezieht sich dabei in erster Linie darauf, dass die Variablen in der üblichen Deutung der Quantenmechanik nicht auftauchen. Sollten diese Variablen tatsächlich existieren (wovon die de-Broglie-Bohm-Theorie ausgeht), so wären sie innerhalb der üblichen Deutung verborgen.

3 Die Postulate der de-Broglie-Bohm-Theorie

Im Folgenden sollen die Postulate der Theorie vorgestellt werden. Der Einfachheit halber wird sich die Betrachtung dabei zunächst auf ein Ein-Teilchen-System beschränken. Die Ortskoordinate des Teilchens wird mit \mathbf{q} bezeichnet. Die Verallgemeinerung auf ein N -Teilchen System wird dann in einem späteren Abschnitt wieder aufgegriffen werden.

Das erste von den drei zentralen Postulaten der de-Broglie-Bohm-Theorie besagt, dass die Wellenfunktion Ψ die Schrödingergleichung löst:

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{q}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{q}, t) + V(\mathbf{q}, t) \Psi(\mathbf{q}, t)} \quad (1)$$

Wie bereits im vorigen Abschnitt erwähnt, wird die Wellenfunktion in dieser Theorie als ein skalares Feld interpretiert, in welchem sich das Teilchen des Systems bewegt. Die Bewegung des Teilchens im Ψ -Feld wird dabei über eine Bewegungsgleichung (z.T. auch Führungsgleichung genannt) beschrieben (2. Postulat):

$$\boxed{\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \frac{\nabla S(\mathbf{q}, t)}{m}} \quad (2)$$

Dabei ist ∇ der Gradient nach den Ortskoordinaten \mathbf{q} und S die Phase der Wellenfunktion, wenn diese in Polardarstellung geschrieben wird:

$$\Psi(\mathbf{q}, t) = R(\mathbf{q}, t) \cdot \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S(\mathbf{q}, t) \right\}$$

Da die Schrödingergleichung eine kontinuierliche Entwicklung der Wellenfunktion in der Zeit gewährleistet, wird durch die Festlegung von Anfangsbedingungen auch die Trajektorie $\mathbf{q}(t)$ des Teilchens deterministisch festgelegt. Bei der Bewegungsgleichung (2) handelt es sich um eine Differentialgleichung erster Ordnung, so dass als Anfangsbedingung die Angabe des Teilchenorts \mathbf{q}_0 zum Zeitpunkt t_0 ausreicht.

In der Praxis können die Anfangsbedingungen eines Systems allerdings nicht exakt kontrolliert werden. Stattdessen postuliert die de-Broglie-Bohm-Theorie, dass die Anfangsbedingungen einer bestimmten statistischen Verteilung ρ unterliegen (3. Postulat):

$$\boxed{\rho(\mathbf{q}, t) = |\Psi(\mathbf{q}, t)|^2} \quad (3)$$

Gleichung (3) wird dabei als Quantengleichgewichtsbedingung bezeichnet (z.T. auch Quantengleichgewichtshypothese). Sie entspricht formal der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation, hat hier jedoch eine andere Bedeutung. Im Falle der Born'schen Wahrscheinlichkeitsinterpretation gibt $|\Psi|^2$ an, mit welcher Wahrscheinlichkeit man bei einer Messung ein bestimmtes Messergebnis erhält. Damit aus einer Wahrscheinlichkeit ein definierter Zustand wird, ist es also erforderlich dass überhaupt eine Messung durchgeführt wird. Im Gegensatz dazu ist in der de-Broglie-Bohm-Theorie der Zustand eines Systems immer scharf und exakt definiert. $|\Psi(\mathbf{q}, t)|^2$ gibt hier die Wahrscheinlichkeit an, mit der sich das Teilchen zur Zeit t am Ort \mathbf{q} aufhält, und zwar unabhängig davon, ob gerade eine Messung an diesem Teilchen vorgenommen wird oder nicht.

Befindet sich ein System zu einem beliebigen Zeitpunkt im Quantengleichgewicht, so ist über die quantenmechanische Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} |\Psi|^2 + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

sichergestellt, dass sich das System zu jedem beliebigen Zeitpunkt davor im Quantengleichgewicht befunden hat und zu jedem beliebigen Zeitpunkt danach im Quantengleichgewicht befinden wird. Geht man davon aus, dass jedes beliebige System letztendlich in ein übergeordnetes Gesamtsystem des Universums eingebettet ist, so reicht es aus, zu postulieren, dass sich dieses zu Anbeginn der Zeit (bspw. zur Zeit des Urknalls) im Quantengleichgewicht befunden hat. Jedes daraus abgeleitete System muss sich dann aufgrund der Kontinuitätsgleichung wieder im Quantengleichgewicht befinden. Damit ist es aber auch unmöglich, ein Experiment so zu präparieren, dass sich dessen Anfangsbedingungen nicht im Quantengleichgewicht befinden. Das heißt die Genauigkeit mit der die Anfangsbedingungen eines Systems kontrolliert werden können ist durch die $|\Psi|^2$ -Verteilung begrenzt.

Aus diesem Grund ist es innerhalb der de-Broglie-Bohm-Theorie auch nicht möglich, die Heisenberg'sche Unschärferelation zu verletzen. Der genaue Aufenthaltsort eines Teilchens ist nicht bekannt (sondern es liegen lediglich Wahrscheinlichkeiten vor). Soll der exakte Ort des Teilchens in Erfahrung gebracht werden muss also eine Ortsmessung durchgeführt werden. Diese Messung stört die Wellenfunktion des Systems in unvorhersehbarer und unkontrollierbarer Art und Weise. Der Impuls des Teilchens wird aber gerade durch die Bewegungsgleichung (2) festgelegt, in die die Phase der Wellenfunktion einfließt. Da es aber unmöglich ist, sowohl die Wellenfunktion als auch den Teilchenort gleichzeitig exakt zu kontrollieren, können auch niemals Ort und Impuls eines Teilchens gleichzeitig scharf bestimmt werden, obwohl beide Größen zu jeder Zeit scharf definiert sind. Auch wenn die Unschärfe zwischen Ort und Impuls hier nur auf die Unkenntnis des Beobachters zurückgeführt wird, so handelt es sich doch um

eine prinzipielle Unkenntnis. Sie kann nicht durch präzisere Apparaturen oder geschicktere Versuchsanordnungen überwunden werden.

4 Motivation der Bewegungsgleichung

Die Bewegungsgleichung (2) muss postuliert werden und ist nicht herzuleiten. Ihre Form ist jedoch nicht willkürlich gewählt und kann auf verschiedene Art und Weise motiviert werden. Eine Möglichkeit dazu ist, von der quantenmechanischen Wahrscheinlichkeitsstromdichte \mathbf{j} auszugehen:

$$\mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi} \{\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*\} = \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \{\Psi^* \nabla \Psi\}$$

Unter Verwendung der Polardarstellung von $\Psi = R \cdot \exp\left\{\frac{i}{\hbar}S\right\}$ lässt sich \mathbf{j} umformen zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{j} &= \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \{\Psi^* \nabla \Psi\} \\ &= \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left\{ R \cdot \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}S\right\} \cdot \left(\nabla R + R \frac{i}{\hbar} \nabla S\right) \cdot \exp\left\{\frac{i}{\hbar}S\right\} \right\} \\ &= \frac{\hbar}{m} \operatorname{Im} \left\{ R \nabla R + i \frac{R^2}{\hbar} \nabla S \right\} \\ &= R^2 \frac{\nabla S}{m} \\ &= \rho \frac{\nabla S}{m} \end{aligned}$$

Dabei wurde im letzten Schritt die Quantengleichgewichtsbedingung $\rho = |\Psi|^2 = R^2$ eingesetzt. Zieht man nun die Analogie zur klassischen Physik und betrachtet die klassische Stromdichte

$$\mathbf{j}^{\text{klassisch}} = \mathbf{v} \cdot \rho^{\text{klassisch}}$$

und vergleicht die Ausdrücke, so erhält man für die Geschwindigkeit \mathbf{v} :

$$\mathbf{v} = \frac{\nabla S}{m}$$

Der letzte Ausdruck entspricht gerade der Bewegungsgleichung (2). Insbesondere folgen die Teilchen in ihrer Bewegung also der Wahrscheinlichkeitsstromdichte \mathbf{j} .

5 Beispiel: Das Doppelspaltexperiment

Ist die Wellenfunktion eines Systems bekannt, so kann unter Vorgabe der Anfangsbedingung die Trajektorie eines Teilchens mit Hilfe der Bewegungsgleichung (2) berechnet werden. Solche Teilchen-Trajektorien wurden u.A. für das Doppelspaltexperiment berechnet. Das System des Doppelspaltexperimentes kann näherungsweise als ein Ein-Teilchen-System beschrieben werden, bei dem Elektronen vereinzelt auf einen Doppelspalt geschossen werden. Auf einem hinter dem Doppelspalt befindlichen Schirm werden dann die Orte detektiert, an welchen die Elektronen "einschlagen" (Skizze zum Versuchsaufbau siehe Abbildung 1a).

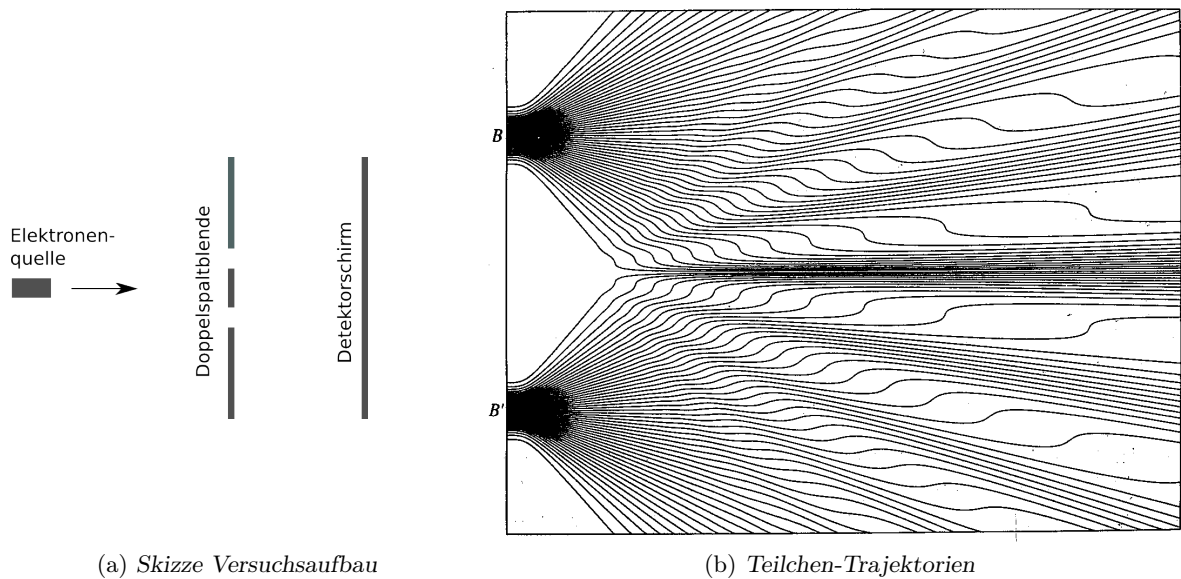


Abbildung 1: *Das Doppelspaltexperiment. (a) Skizze zum Versuchsaufbau. (b) Trajektorien der Teilchen für verschiedene Startpositionen. Der Ausschnitt zeigt den Bereich zwischen den beiden Spalten (mit B und B' gekennzeichnet) und dem Schirm (entspricht rechtem Seitenrand der Zeichnung). Abbildung entnommen aus [3].*

In Abbildung 1b sind einige Teilchen-Trajektorien aufgezeichnet (schwarze Linien). Die beiden Spalte sind in der Abbildung mit B und B' beschriftet (linker Rand). Der rechte Rand der Abbildung entspricht dem Schirm. Obwohl der klassische Teilchenbegriff in der de-Broglie-Bohm-Theorie aufrecht erhalten wird, unterscheidet sich die Dynamik der Teilchen, wie man in der Abbildung auf Anhieb sehen kann, elementar von der der klassischen Mechanik. So kann die Mitte der Abbildung im klassischen Sinne als (näherungsweise) feldfrei angesehen werden, dennoch bewegen sich die Teilchen hier nicht geradlinig, sondern in geschwungenen Bahnen.

Es wurde nur eine begrenzte Anzahl von Teilchen-Bahnen berechnet, dennoch bildet sich auf der rechten Seite der Abbildung bereits das aus den Experimenten erwartete Interferenzmuster heraus. Dass dies der Fall ist liegt daran, dass die Anfangsbedingungen (also die Startpunkte der Teilchen) so gewählt wurden, dass sie sich im Quantengleichgewicht befinden (d.h. einer $|\Psi|^2$ Verteilung entsprechen). In der Abbildung beginnen die Teilchenbahnen links in den beiden Spalten B und B'. Innerhalb dieser Spalten entspricht $|\Psi|^2$ (bei dem hier verwendeten Modellsystem) einer Gaußverteilung. Die Anfangsbedingungen wurden entsprechend gewählt.

Es wäre an dieser Stelle möglich noch ausführlicher auf die Eigenschaften und Besonderheiten der Bohm'schen Teilchenbahnen einzugehen. Die Bedeutung dieser Teilchenbahnen sollte jedoch nicht überschätzt werden. Auf der einen Seite ist es durchaus wichtig, die theoretische Möglichkeit zu besitzen, die Teilchenbahnen über die Bewegungsgleichung (2) berechnen zu können, denn dies erlaubt letztendlich der de-Broglie-Bohm-Theorie die Quantenmechanik deterministisch zu interpretieren. Auf der anderen Seite kommt dem konkreten Verlauf der Bahnen jedoch kaum eine praktische Bedeutung zu, denn in der Realität sind niemals sowohl die Wellenfunktion als auch die Teilchenorte gleichzeitig exakt bekannt, sodass die realen Teilchenbahnen dem Beobachter immer verborgen bleiben werden. In der Praxis wird so

auch in der de-Broglie-Bohm-Theorie mit Wahrscheinlichkeiten gerechnet, und nicht mit Teilchenbahnen.

Zum Schluss soll an dieser Stelle am Beispiel des Doppelspaltexperiments noch kurz auf den Messprozess eingegangen werden. Aus Sicht der Kopenhagener Deutung durchquert das Elektron die beiden Spalte (gleichzeitig) in Form einer Welle. Eine Messung des Aufenthaltsortes des Elektrons am Schirm liefert allerdings immer ein einzelnes und konkretes Messergebnis. Um zu erklären, wie aus reiner Wahrscheinlichkeit (Welle) ein reales Messergebnis wird, postuliert die Kopenhagener Deutung den Kollaps der Wellenfunktion. Bei diesem kollabiert die Wellenfunktion auf einen einzelnen Eigenzustand zusammen. Dieser Kollaps geschieht dabei instantan und stellt einen diskontinuierlichen Übergang in der Zeitentwicklung des Systems dar.

Innerhalb der de-Broglie-Bohm-Theorie tritt das Problem der diskontinuierlichen Zeitentwicklung hingegen nicht auf. Wird ein Teilchen an einem bestimmten Ort gemessen, so deshalb, weil es sich zuvor (auf kontinuierlicher Art) dorthin bewegt hat. Natürlich wird auch in der de-Broglie-Bohm-Theorie das System durch den Messvorgang in unvorhersehbarer und unkontrollierbarer Art und Weise gestört. Da sich das System aber auch ohne Messung in einem definierten Zustand befindet, und somit eine Messung lediglich den aktuellen Zustand (auf kontinuierliche Art) beeinflusst, nimmt der Begriff der "Messung" innerhalb der de-Broglie-Bohm-Theorie, anders als in der üblichen Deutung, keine besondere und herausgehobene Stellung innerhalb der Theorie ein.

6 Mehrteilchensysteme

Die Schrödingergleichung eines Systems mit N Teilchen lautet:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t) = \left\{ -\frac{\hbar}{2} \left(\frac{1}{m_1} \nabla_1^2 + \dots + \frac{1}{m_N} \nabla_N^2 \right) + V(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t) \right\} \Psi(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t)$$

mit $\Psi(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t) = R(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t) \cdot \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t) \right\}$. Die Bewegungsgleichung für Teilchen i lautet dann:

$$\frac{d\mathbf{q}_i}{dt} = \frac{\nabla_i S(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t)}{m_i}$$

Dabei steht ∇_i für den Gradienten nach den Ortskoordinaten \mathbf{q}_i und m_i für die Masse von Teilchen i . Da S eine Funktion auf dem $3N$ -dimensionalen Konfigurationsraum ist, der durch die $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N$ aufgespannt wird, ist die Bewegung eines Teilchens über die Bewegungsgleichung mit der Konfiguration des Gesamtsystems verknüpft. Die Ortsänderung eines Teilchens wirkt sich somit instantan auf die Bewegung aller anderen Teilchens des Systems aus, und dies vollkommen unabhängig von der Entfernung der Teilchen untereinander. Die de-Broglie-Bohm-Theorie ist also eine nichtlokale Theorie. Aus den von John Bell 1964 aufgestellten Bell'schen Ungleichungen lässt sich folgern, dass eine Theorie, die die experimentell beobachteten Quantenphänomene korrekt beschreiben will, nicht deterministisch und lokal zugleich sein kann. Da es sich bei der de-Broglie-Bohm-Theorie um eine deterministische Theorie handelt, ist die Eigenschaft der Nichtlokalität hier also von besonderer Bedeutung.

Die Nichtlokalität ist, wie oben gezeigt, der allgemeine Fall. Sie verschwindet nur, wenn die Wellenfunktion in die Ortsanteile der einzelnen Teilchen faktorisiert, also die Zustände

der Teilchen nicht untereinander verschränkt sind. Ist es möglich die Wellenfunktion in einen Produktzustand der Form

$$\Psi = \Psi_i(\mathbf{q}_i, t) \Psi_{\text{Rest}}(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{i-1}, \mathbf{q}_{i+1}, \dots, \mathbf{q}_N, t)$$

zu zerlegen, so lässt sich die Bewegungsgleichung für Teilchen i auf folgende Form vereinfachen:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{q}_i}{dt} &= \frac{\nabla_i S(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N, t)}{m_i} \\ &= \frac{\nabla_i [S_i(\mathbf{q}_1, t) + S_{\text{Rest}}(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_{i-1}, \mathbf{q}_{i+1}, \dots, \mathbf{q}_N, t)]}{m_i} \\ &= \frac{\nabla_i [S_i(\mathbf{q}_i, t)]}{m_i} \end{aligned}$$

In dieser letzten Gleichung ist die Bewegung nur von \mathbf{q}_i und t abhängig.

7 Das Quantenpotential

Innerhalb der Anhängerschaft der de-Broglie-Bohm-Theorie gibt es Uneinigkeit über die Rolle von Gleichung (2). Im Laufe der Zeit haben sich deshalb zwei Schulen unterschiedlicher Auffassung herausgebildet. Die “modernere” Version der de-Broglie-Bohm-Theorie postuliert Gleichung (2) als Bewegungsgleichung (so wie es auch hier in dieser Ausarbeitung getan wurde) und sieht sie als die zentrale Errungenschaft der de-Broglie-Bohm-Theorie.

Im Gegensatz dazu maß Bohm selbst Gleichung (2) nur eine untergeordnete Rolle zu. Er stellt stattdessen eine andere Gleichung als zentrales Element der Theorie in den Mittelpunkt. Bohm erhält diese, indem er zunächst die Polardarstellung der Wellenfunktion in die Ein-Teilchen-Schrödingergleichung einsetzt. Anschließend trennt er den real- und imaginär-Anteil voneinander und teilt die vormals komplexe Gleichung in zwei reale Gleichungen auf. Eine dieser Gleichungen entspricht bis auf einen zusätzlichen Term $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R(\mathbf{q}, t)}{R(\mathbf{q}, t)}$ gerade der Hamilton-Jacobi-Gleichung. Bohm interpretiert nun den Term $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R(\mathbf{q}, t)}{R(\mathbf{q}, t)}$ als zusätzliches Potential und nennt es das “Quantenpotential”. Die hergestellte Analogie zum Hamilton-Jacobi-Formalismus erlaubt ihm dann, den Ausdruck $\frac{\nabla S}{m}$ mit der Geschwindigkeit v zu identifizieren (was wiederum Gleichung (2) entspricht). Die Bewegungsgleichung schreibt Bohm dann schließlich als Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$m \frac{d^2 \mathbf{q}}{dt^2} = -\nabla [V(\mathbf{q}, t) + U(\mathbf{q}, t)] \quad \text{mit} \quad U(\mathbf{q}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R(\mathbf{q}, t)}{R(\mathbf{q}, t)} \quad (4)$$

Dabei bezeichnet hier V das gewöhnliche und U das Quantenpotential.

Gleichung (4) hat die Form der klassischen Newton’schen Bewegungsgleichung für ein erweitertes Potential $V + U$ und suggeriert das Einwirken von klassischen Kräften auf die Teilchen des Systems. Diese Vorstellung ist in zweifacher Hinsicht problematisch: Erstens ist durch die Randbedingung $\frac{\nabla S}{m} = \mathbf{v}$ der Impuls der Teilchen bereits (in Abhängigkeit vom Ort) festgelegt, so dass das Konzept von “Kraft” und “Beschleunigung” hier redundant erscheint. Und zweitens besagt das 3. Newton’sche Gesetz, dass Kräfte immer paarweise auftreten. Dies ist in der de-Broglie-Bohm-Theorie aber nicht der Fall. Zwar kann die Wellenfunktion als

Quelle einer “Kraft” angesehen werden, die auf die Teilchen wirkt, umgekehrt üben die Teilchen selbst aber keinerlei Einfluss auf die Wellenfunktion aus.²

Da ansonsten Gleichung (4) auch weder einen neuen Informationsgewinn gegenüber Gleichung (2) bietet, noch in der praktischen Anwendung von Vorteil ist, verzichten Befürworter der “modernen” Schule auf die Analogie zur Newton’schen Mechanik und beschränken ihre Theorie auf Gleichung (2).

8 Die Debatte

Die de-Broglie-Bohm-Theorie ist in sich konsistent, ermöglicht im Gegensatz zur Kopenhagener Deutung eine kontinuierliche Zeitentwicklung des Systems auch während des Messprozesses (kein Quantenkollaps) und erlaubt eine deterministische Interpretation der nichtrelativistischen Quantenmechanik. Dennoch fand die Theorie seit ihrer Veröffentlichung 1952 nur geringe Zustimmung und konnte sich gegenüber anderen Interpretationen nicht durchsetzen. Größter Segen und Fluch zugleich ist für die de-Broglie-Bohm-Theorie dabei, dass sie zwar alle Vorhersagen der Kopenhagener Deutung reproduziert, aber andererseits nicht zu neuen Vorhersagen führt. Dies gilt, aufgrund des Quantengleichgewichtspostulats, per Definition. Insbesondere ist es also unmöglich, die Theorien auf einer rein experimentellen Ebene voneinander zu unterscheiden.

Diese Ununterscheidbarkeit der Theorien bildet die Grundlage für eine breite und teils heftige Debatte, in deren Verlauf von Anhängern und Widersachern viele Argumente für oder gegen die de-Broglie-Bohm-Theorie vorgebracht wurden³. Unter anderem werden Überlegungen angestellt, die die Ästhetik und Symmetrie betreffen (so fällt z.B. in der de-Broglie-Bohm-Theorie die Symmetrie zwischen Orts- und Impulsraum weg), es werden Einwände erhoben, die sich auf die Verallgemeinerbarkeit der Theorie auf den relativistischen Fall beziehen, und auch der Einfluss sozialer Faktoren wird diskutiert. So geriet Bohm in den USA zu Zeiten der McCarthy-Ära in Verdacht, dem Kommunismus nahe zu stehen. Als er sich 1950 weigerte diesbezüglich vor einem Untersuchungsausschuss auszusagen wurde er kurzzeitig inhaftiert und fand anschließend keine Anstellung innerhalb der USA mehr. Bohm wanderte daraufhin nach Brasilien aus, wo ihm eine Professur an der Universität von São Paulo angeboten worden war.

Der wohl häufigste und offensichtlichste Einwand stützt sich aber auf ein heuristisches Prinzip, welches als “Ockham’s razor” bekannt ist. Bieten zwei Theorien den selben Erklärungsgehalt, sei diejenige vorzuziehen, die mit weniger Annahmen auskommt. Der Einwand ist nun, dass die de-Broglie-Bohm-Theorie über die verborgenen Variablen neue Elemente zur Quantenmechanik hinzufügt, ohne dass mit Hilfe dieser Elemente neue Vorhersagen ermöglicht werden. Man sollte hier allerdings nicht aus den Augen verlieren, dass einerseits zwar neue Elemente hinzugefügt werden, andererseits dafür aber auch andere entfernt werden. So kann die de-Broglie-Bohm-Theorie den Messprozess erklären, ohne dabei auf den Kollaps der Wellenfunktion zurückgreifen zu müssen.

²Die de-Broglie-Bohm-Theorie unterscheidet sich noch in einem weiteren Punkt von klassischen Theorien. Sie besitzt die Eigenschaft der Kontextualität. Die einzige wirkliche Eigenschaft, die ein Bohm’sches-Teilchen mit einem klassischen Teilchen teilt, ist die Tatsache, dass es sich an einem definierten Ort aufhält. Alle weitere Eigenschaften wie Impuls, Spin, etc. ergeben sich erst aus dem Kontext der Messung und sind daher Eigenschaften des Systems (Wellenfunktion) und nicht die des Teilchens. Mit dem Kochen-Specker-Theorem folgt, dass diese Kontextualität für Quantentheorien mit “verborgenen” Variablen auch zwingend notwendig ist, um korrekte Vorhersagen liefern zu können.

³Für eine ausführliche Auseinandersetzung mit dem Thema sei auf einen Artikel von Passon verwiesen [5]. Dieser bietet eine gute Übersicht zu den häufigsten Kritikpunkten an der de-Broglie-Bohm-Theorie.

Literatur

- [1] BOHM, David: A suggested interpretation of the quantum theory in terms of 'hidden' variables. I. In: *Phys. Rev.* 85 (1952), S. 166–179
- [2] DÜRR, Detlef: *Bohmsche Mechanik als Grundlage der Quantenmechanik*. Springer-Verlag, 2001
- [3] HOLLAND, Peter R.: *The Quantum Theory of Motion*. Cambridge University Press, 1993
- [4] PASSON, Oliver: How to teach Quantum Mechanics. In: *Eur. J. of Phys.* 25 (2004), S. 765–769
- [5] PASSON, Oliver: Why isn't every physicist a Bohemian? preprint, arXiv:quant-ph/0412119v2 (2005)