Diskrete Symmetrien:
Parität, Ladungskonjugation und Zeitumkehr

Christopher Aue

7. Mai 2008

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Diskrete Symmetrien sind eine Art von Spiegelung bzw. Umkehr, die nicht notwendigerweise räumlicher Natur sein muss. Sie unterscheiden sich von kontinuierlichen Symmetrien (Translation, Rotation usw.) dadurch, dass man die Transformation nicht in beliebig kleinen, einzelnen Schritten durchführen kann. Es kann nur als Ganzes und auf einmal gespiegelt werden. Ebenso können zwei spiegelsymmetrische Objekte nicht allein durch Rotation und Translation zur Deckung gebracht werden. Nur durch entsprechende Spiegeloperationen am Objekt kann sein Spiegelbild „in die Wirklichkeit“ geholt werden. Dabei ergibt das zweifache hintereinander ausführen der selben Spiegelungsoperation wieder das

Ausgangsobjekt.

Wenn man sich die Natur ansieht, fällt auf, dass nur wenige Dinge symmetrisch sind und mit ihrem Spiegelbild übereinstimmen. Beispielsweise ist das Spiegelbild einer gewöhnlichen rechtsläufigen Schraube eine linksläufige, die rechte Hand ergibt gespiegelt die linke. Dies wird Chiralität oder Händigkeit genannt. Um der Chiralität eine Richtung zu geben, spricht man von rechts- und linkshändiger Chiralität. Objekte, die bei Spiegelung in sich selbst übergehen, werden achrial genannt. Ein Beispiel hierfür ist eine Kugel.
Nun beobachtet man neben der Existenz von Chiralität, dass in der Natur bei einigen Prozessen eine bestimmte Händigkeit bevorzugt wird. So kann man sich beispielsweise fragen, warum 85% der Weltbevölkerung Rechtshänder sind. Oder: Warum gibt es mehr Materie im Universum als Antimaterie? Eine weitere interessante Frage ist: Alle für das Leben wichtigen Proteine bestehen aus einer Kette von Aminosäuren. Aminosäuren existieren zu hunderten und haben sowohl rechtshändige als auch linkshändige Chiralität. Allerdings: Warum sind alle Proteine aus einer Auswahl von 20 Aminosäuren aufgebaut, welche ausnahmslos linkshändige Chiralität haben? Im Zusammenhang mit der Chiralität der Aminosäuren kann man sich desweitern fragen, warum es bei einem bestimmten Molekül in der Natur überwiegend links- oder rechtshändige Chiralität gibt? Im Gegensatz zu den anderen Fragen, werden wir diese hier zumindest ansatzweise beantworten können.

Allein durch die Existenz dieser Asymmetrien, kann darauf geschlossen werden, dass die Naturgesetze unter bestimmten Spiegeltransformationen nicht symmetrisch sind. Um dies zu untersuchen wird ein Prozess, der in der Wirklichkeit statt findet, im entsprechenden Spiegel betrachtet. Durch die passende Spiegeloperation wird das Objekt in sein Spiegelbild transformiert und es wird beobachtet, wie sich das System verhält. Kann der gespiegelte Prozess in der Realität beobachtet werden, ist sein zugrunde liegendes Gesetz symmetrisch, sonst nicht.

2 Parität P (parity)

2.1 Was ist Parität?

Parität beschreibt die Raumumkehr in Bezug auf einen beliebig gewählten Punkt im Raum (meist der Ursprung). Der gesamte Raum wird an den drei Ebenen, die die Einheitsvektoren des Raumes aufspannen, gespiegelt. Die Raumumkehr lässt sich auch erreichen, indem der Raum an einer beliebigen Ebene gespiegelt wird und um ihre Flächennormale um 180° gedreht wird. Dabei ändern polare Vektoren (wie beispielsweise Orsvektoren oder Geschwindigkeitsvektoren) ihre Richtung: $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$. In Folge dessen bleiben axiale bzw. Pseudovektoren (entstehen aus dem Kreuzprodukt zweier polarer Vektoren, z.B. Drehimpuls) und Skalare (Skalarprodukt zweier polarer Vektoren) unverändert. Pseudoskalare (Spatprodukt; drei polare Vektoren werden multipliziert) drehen währenddessen ebenfalls ihr Vorzeichen um.

Der Parität kann ein Operator P zugeordnet werden, der nur existiert, wenn es zu dem zu spiegelnden Objekt auch wirklich sein Spiegelbild gibt. Beschreibt

$|\psi(\vec{r})\rangle$ das Objekt und $|\psi(-\vec{r})\rangle$ sein Spiegelbild, dann gilt: $P|\psi(\vec{r})\rangle = |\psi(-\vec{r})\rangle$. Gilt $P|\psi(\vec{r})\rangle = |\psi(\vec{r})\rangle$, so sagt man $|\psi(\vec{r})\rangle$ habe positive bzw. gerade Parität. Im Falle $P|\psi(\vec{r})\rangle = -|\psi(\vec{r})\rangle$ spricht man von negativer bzw. ungerader Parität. Ein zusammengesetzter Zustand muss nicht unbedingt eine bestimmte Parität besitzen. Allerdings hat jeder nicht weiter zerlegbare Grundzustand in jeden Fall gerade oder ungerade Parität.
Der Paritätsoperator hat folgende Eigenschaften:

1. $P \cdot P = \mathbb{1} \;\; \rightarrow \;\; P = P^{-1}$, zweimaliges Spiegeln überführt das Objekt in sich selbst

2. $[H, P] = 0$ (H: Hamiltonoperator), die Spiegelung ist zeitunabhängig

3. $P \cdot P^{\dagger} = \mathbb{1}$, P ist unitär, also linear und wirkt erhaltend auf das Skalarprodukt (isometrisch) und erfüllt damit Wigner's Theorem.

4. $P = P^{\dagger}$, P ist hermitesch; ergibt sich aus 3. durch linksseitige Multiplikation mit P und Anwendung von 1.

5. Wegen 2. lässt sich eine Basis von Zuständen finden, die sowohl Eigenzustände von H als auch von P sind

6. Sind $|\psi\rangle$ Eigenzustände zu P, gilt für die Eigenwerte η_P von P aufgrund von 1.: $P^2|\psi\rangle = \mathbb{1}|\psi\rangle \;\Leftrightarrow\; \eta_P^2|\psi\rangle = 1|\psi\rangle \;\Leftrightarrow\; \eta_P = \pm 1$.
   Ungerade Eigenfunktionen haben demzufolge den Eigenwert -1, gerade Eigenfunktionen den Eigenwert 1.

Die vorher geschilderte anschauliche Transformation von Vektoren und Skalaren lässt sich auch mathematisch ausdrücken. Hier sei noch einmal kurz wiederholt, wie ein Operator A transformiert wird. Unter einer Transformation U_T ist der transformierte Operator A_T definiert als

$$|\langle\phi_T|A_T|\psi_T\rangle| = |\langle\phi|A|\psi\rangle|$$

wobei

$$|\phi_T\rangle = |U_T\phi\rangle \Leftrightarrow \langle\phi_T| = \langle\phi|U_T^{\dagger}$$
$$|\psi_T\rangle = |U_T\psi\rangle$$

Damit folgt:

$$A_T = U_T A U_T^{\dagger}$$

Für die Raumumkehr mit $U_T = P$ ergibt sich somit als Ergebnis für folgende Operatoren:

$$\text{Ort: } \vec{r}_P = P\vec{r}P^{\dagger} = -\vec{r},$$
$$\text{Impuls: } \vec{p}_P = P\vec{p}P^{\dagger} = -\vec{p},$$
$$\text{Spin: } \vec{S}_P = P\vec{S}P^{\dagger} = \vec{S}$$

Das stimmt vollkommen mit der anschaulichen Transformation überein.

Im Folgenden werden zwei Beispiel durchgerechnet, die den Nutzen des Paritätsoperators demonstrieren. Zuerst wird der Frage nachgegangen, warum chirale Moleküle bevorzugt eine bestimmte Händigkeit aufweisen, um damit die in

der Einleitung erwähnte Frage zumindest zum Teil zu beantworten.
Betrachtet wird das Molekül NHDT (N: Stickstoff, H: Wasserstoff, D: Deuterium, T: Tritium), welches klassisch gesehen zwei stabile Zustände - einmal links und einmal rechts im symmetrischen Potenzial des HDT - einnehmen kann (vgl. Abbildung 1).

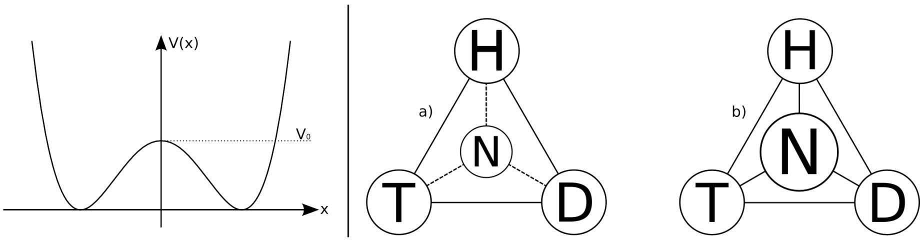

Abbildung 1: klassische Beschreibung des NHDT-Moleküls. Links: Potenzial von HDT, rechts: Die zwei klassischen Zustände von NHDT

Befindet es sich in einem dieser beiden möglichen Zustände, bleibt das N-Atom dort für alle Zeiten.

Quantenmechanisch beschreiben wir das System über den Grundzustand $|0\rangle = |+\rangle$ des Hamiltonoperators H mit Energieeigenwert E_+ und gerader Parität und über den ersten angeregten Zustand $|1\rangle = |-\rangle$ mit Energieeigenwert E_- und ungerader Parität (schematisch darstellt in Abbildung 2 a) und b)). Da P mit H vertauscht, sind diese Eigenzustände der Energie ebenso Eigenzustände der Parität. Also:

$$P|+\rangle = |+\rangle; \qquad P|-\rangle = -|-\rangle$$
$$H|+\rangle = E_+|+\rangle; \qquad H|-\rangle = E_-|-\rangle$$

Daraus lassen sich jetzt zwei Zustände $|L\rangle$ und $|R\rangle$ (Abbildung 2 c) und d)) konstruieren, bei denen das N-Atom mit einer großen Wahrscheinlichkeit links oder rechts im Potenzialtopf anzutreffen ist. Damit soll also die klassische Situation quantenmechanisch angenähert werden. (Dass es für das Teilchen noch eine kleine Wahrscheinlichkeit gibt, es in der jeweils anderen Potenzialhälfte anzutreffen, wird sich noch auf das zeitliche Verhalten des Zustandes auswirken.)

$$|L\rangle = \frac{|+\rangle - |-\rangle}{\sqrt{2}}; \qquad |+\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}}$$

Die Zustände $|L\rangle$ und $|R\rangle$ sind jetzt Spiegelbilder voneinander:

$$P|L\rangle = |R\rangle; \qquad P|R\rangle = |L\rangle$$

Wir lassen den Hamiltonoperator H auf die beiden konstruierten Zustände wirken und erhalten:

$$H|R\rangle = \frac{E_+|+\rangle + E_-|-\rangle}{\sqrt{2}}$$
$$H|L\rangle = \frac{E_+|+\rangle - E_-|-\rangle}{\sqrt{2}}$$
$$\langle L|H|R\rangle = \langle R|H|L\rangle = \frac{E_+ - E_-}{2}$$

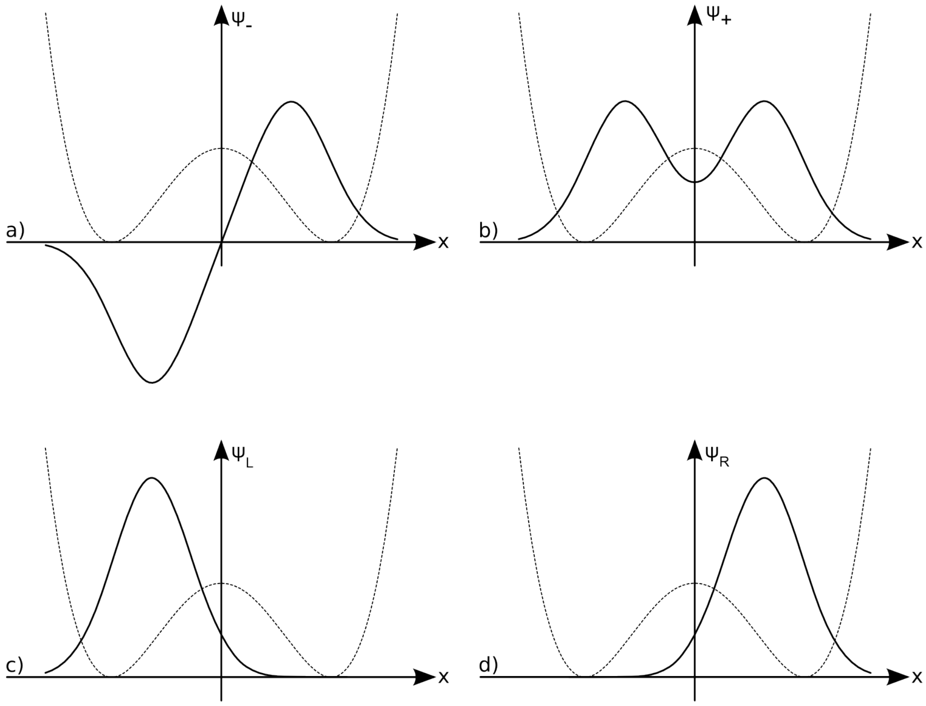

Abbildung 2: quantenmechanische Beschreibung des NHDT-Moleküls: a) Grundzustand $|+\rangle$, b) 1. angeregter Zustand $|-\rangle$, c) Zustand $|L\rangle$, d) Zustand $|R\rangle$

Daran sieht man schon, dass $|L\rangle$ und $|R\rangle$ Eigenzustände von H werden, wenn $E_+ = E_- = E$ gilt, und somit ohne weiteres zeitlich nicht konstant sind!

Ist die Energie nicht entartet, dann gilt beispielsweise für den Zustand $|R\rangle$ (Für $|L\rangle$ gilt analoges) zur Zeit t:

$$\begin{aligned} |R(t)\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t}|+\rangle + e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t}|-\rangle \right) \\ &= \frac{e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t}}{\sqrt{2}} \left(|+\rangle + e^{-i\frac{(E_- - E_+)}{\hbar}t}|-\rangle \right) \end{aligned}$$

Zur Zeit $T = \frac{\hbar}{\pi(E_+ - E_-)}$ gilt: $e^{-i\frac{(E_- - E_+)}{\hbar}T} = -1$. Dann ist $|R(T)\rangle = |L\rangle$ bis auf den Phasenfaktor $e^{-i\frac{E_+}{\hbar}T}$ (Phasenfaktoren beeinflussen den Zustand des Systems nicht.)

Folglich verwandelt sich das System in der Zeit T in sein Spiegelbild. Der Zustand des Systems oszilliert zwischen $|R\rangle$ und $|L\rangle$ hin und her. Das steht im Gegensatz zur klassischen Betrachtung des Systems, wo der Zustand des Systems stabil bleibt.

Um den klassischen Grenzfall zu erreichen, müssen E_- und E_+ identisch sein (wie oben beschrieben). Die Differenz von E_- und E_+ gibt die Formel

$$\langle L|H|R\rangle = \langle R|H|L\rangle = \frac{E_+ - E_-}{2}$$

an. Wenn $|L\rangle$ und $|R\rangle$ nicht überlappen, also linear unabhängig sind, dann ist $E_- = E_+ = E$. Wie stark $|L\rangle$ und $|R\rangle$ überlappen hängt unter anderem von der Höhe des Potenzials V_0 zwischen den beiden Zuständen ab. Je größer V_0, desto weniger überlappen die beiden Zustände und desto geringer wird die Differenz $E_- - E_+$. Damit wird auch die Frequenz, mit der sich die Zustände ineinander umwandeln, geringer ($\omega = \frac{E_- - E_+}{\hbar}$).
$V_0 \to \infty$ ist nur eine Möglichkeit, wie das quantenmechanische System in ein klassisches überführt werden kann. Man kann ebenso die Masse des N-Atoms gegen unendlich streben lassen. Damit oszillieren kleine chirale Moleküle schnell hin und her und große langsam. Biologische, chirale Moleküle, wie die eingangs erwähnten Proteine sind bereits groß genug, dass ihre Händigkeit für „geologische“ Zeiträume konstant bleibt. Warum sie sich für eine der beiden Seiten „entscheiden“, ist allerdings unklar.

Auf Grundlage der Rechnungen zum NHDT-Molekül kann ebenfalls leicht gezeigt werden, dass Moleküle in einem symmetrischen Zustand $|\pm\rangle$ kein auf der Spiegelebene senkrecht stehendes Dipolmoment $\vec{p}$ besitzen können. Aus dem Dipolmoment $\vec{p}$ wird in der Quantenmechanik der entsprechende Operator $\vec{p}$. Unter Paritätstransformation gilt für $\vec{p}$ somit:

$$\vec{p}_P = P\vec{p}P^\dagger = -\vec{p}$$

$\vec{p}$ ist ein polarer Vektor. Somit war kein anderes Ergebnis unter Raumumkehr zu erwarten.

Wir berechnen die Erwartungswerte für $\vec{p}$ bei einem symmetrischen Zustand des Moleküls ($P \cdot P = \mathbb{1}$; $P|+\rangle = |+\rangle$; $P|-\rangle = -|-\rangle$):

$$\begin{aligned}\langle +|\vec{p}|+\rangle &= \langle +|P^\dagger P\vec{p}P^\dagger P|+\rangle = \langle +|P^\dagger \vec{p}_P P|+\rangle = -\langle +|\vec{p}|+\rangle \\ \langle -|\vec{p}|-\rangle &= \langle -|P^\dagger P\vec{p}P^\dagger P|-\rangle = \langle -|P^\dagger \vec{p}_P P|-\rangle = -\langle -|\vec{p}|-\rangle\end{aligned}$$

Damit erfüllt nur $\langle \pm|\vec{p}|\pm\rangle = 0$ die beiden Gleichungen. Ein Dipolmoment kann es unter P-Invarianz also nicht geben.

Mit ein paar weiteren Überlegungen kann dieser Beweis ebenso benutzt werden, um zu beweisen, dass Elementarteilchen mit einer nicht verschwindenden Masse (z.B. das Neutron) kein Dipolmoment besitzen können, wenn P-Invarianz der Naturgesetze gelten soll. Es kann gezeigt werden, dass bei einem Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen bei vorhandenem Dipolmoment dieses entweder parallel oder antiparallel zum Spin ausgerichtet sein muss. Ebenso wäre diese Ausrichtung für alle Teilchen einer Art charakteristisch. Raumumkehr würde nun das Dipolmoment umdrehen, den Spin aber in seiner Ausrichtung belassen. Ein solches Teilchen könnte man nicht in der Realität beobachten. Damit wäre P-Symmetrie gebrochen.

2.2 P-Verletzung

Die Parität wurde in den 30er Jahren des 20. Jahrhunderts von Eugene Paul Wigner eingeführt und galt ab dem Zeitpunkt als erhalten, was die Naturgesetze anging. Das trifft auch bis heute noch für die Gravitation, elektromagnetische und starke Wechselwirkung zu. In den 50er Jahren zeigte allerdings ein

Experiment von Frau Wu, dass die für den β-Zefall verantwortliche schwache Wechselwirkung die Parität verletzt.
Betrachtet wurde in dem Experiment der β-Zefall von Cobalt:

$$ {}^{60}_{27}Co \rightarrow^{60}_{28} Ni + e^- + \bar{\nu}_e. $$

Cobalt hat die Eigenschaft einen nicht verschwindenden Spin zu besitzen. Bei einer tiefen Temperatur von ca. 10 mK kann der Spin nahezu aller Cobaltkerne einer Probe durch ein Magnetfeld gleich ausgerichtet werden. Beobachtet wird nun der durch den Zerfall entstehende Elektronenstrom in Richtung und entgegen der Richtung der Drehachse der Cobaltspins. Das Ergebnis des Versuchs war, dass in Richtung des Spins der Kerne weniger Elektronen emittiert werden als in Gegenrichtung.
Konstruiert man nun in der Realität das Spiegelbild der Cobalt-Probe durch Anwendung der Paritätstransformation, bleibt die Spinrichtung der Kerne unverändert (Spin ist ein Drehimpuls und somit ein axialer Vektor), die Flugrichtung (polarer Vektor) der Elektronen dreht sich allerdings um. Somit fliegen beim Spiegelbild mehr Elektronen in Spin-Richtung der Co-Kerne. Dies entspricht nicht der Wirklichkeit und somit ist die Paritätssymmetrie für die schwachen Wechselwirkung gebrochen.

3 Ladungskonjugation C (charge conjugation)

3.1 Was ist Ladungskonjugation?

Ladungskonjugation kehrt die Vorzeichen aller Ladungen eines Teilchens um. Wenn von *allen* Ladungen die Rede ist, impliziert das schon, dass die bekannte elektrische Ladung nicht die einzige Ladung eines Teilchens ist. So gibt es z.B. noch die so genannte Baryonenladung bzw. Baryonenzahl, die eine weitere Ladungsart kennzeichnet. Die Ladungsumkehr lässt bis auf die Ladungen alle weiteren Eigenschaften eines Teilchens wie Impuls, Spin usw. unverändert. Durch die Ladungskonjugation transformiert man ein Teilchen in sein Antiteilchen. Zweimaliges Umkehren der Ladungen erzeugt wieder das Teilchen: Das Antiteilchen eines Antiteilches ist das Teilchen selbst.
Beispiele für die Symmetrie unter C sind:

$$
\begin{aligned}
e^- \text{ (Elektron)} &\rightarrow e^+ \text{ (Positron)} \\
p \text{ (Proton)} &\rightarrow \bar{p} \text{ (Antiproton)} \\
n \text{ (Neutron)} &\rightarrow \bar{n} \text{ (Antineutron)} \\
\pi^0 \text{ (neutrales } \pi\text{-Meson/Pion)} &\rightarrow \pi^0 \\
\gamma \text{ (Photon)} &\rightarrow \gamma
\end{aligned}
$$

Die angesprochende Baryonenladung kommt besonders beim Antineutron ins Spiel. Nukleonen (also neben dem Neutron auch das Proton) haben eine Baryonenladung von 1, ihre Antiteilchen von -1. Damit ist das Neutron nicht identisch mit dem Antineutron, auch wenn beide keine elektrische Ladung tragen.
Das neutrale π-Meson sowie das Photon sind vollkommen ladungsneutral und damit ihre eigenen Antiteilchen.

3.2 C-Verletzung

Bei der schwachen Kernkraft ist die Symmetrie unter Ladungskonjugation in etwa identischem Ausmaß verletzt, wie unter Raumspiegelung. Als Beispiel dient der Zerfall des negativen Pions in ein Elektron und Elektron-Antineutrino (dieser hat in Wirklichkeit allerdings eine sehr, sehr geringe Wahrscheinlichkeit):

$$\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e.$$

π-Mesonen haben einen Drehimpuls von j = 0 und somit keinen Spin. Elektronen gehören zu den Leptonen und haben einen Spin von $j = \frac{1}{2}$, ebenso das Elektron-Antineutrino.
Die Helizität ist definiert als die normierte Projektion des Spins auf den Impuls (und somit die Fortbewegungsrichtung):

$$\frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{s} \cdot \vec{p}|}$$

Untersucht man die Helizität des Elektrons bei diesem Prozess, so ist diese immer positiv. Folglich zeigen Spin und Impuls in die selbe Richtung: $\vec{s}_{e^-} \uparrow\uparrow \vec{p}_{e^-}$.

Untersucht man nun den Fall, nachdem man alle beteiligten Teilchen durch ihre Antiteilchen ersetzt, ergibt sich folgender Prozess:

$$\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e.$$

Die beobachtete Helizität des Positrons ist hierbei immer negativ: $\vec{s}_{e^+} \uparrow\downarrow \vec{p}_{e^+}$.
Würde C-Invarianz gelten, dürfte sich die Helizität des Elektrons im ersten Fall und des Positrons im zweiten Fall nicht unterscheiden.

4 CP Symmetrie

4.1 CP-Invarianz

Betrachtet man den eben besprochenen Zerfall der beiden geladenen Pionen unter Raumspiegelung, so wird diese auch verletzt. Die Helizität des emittierten Elektrons ändert sich, wenn der Raum gespiegelt wird (der axiale Spin-Vektor behält das Vorzeichen, der polare Impuls-Vektor ändert das Vorzeichen). Kombiniert man allerdings nun die Ladungskonjugation und die Raumumkehr bei diesem Prozess, ist der Prozess unter dieser Transformation gültig! Ladungskonjugation allein vertauscht, wie oben beschrieben, die Helizität von Elektron und Positron nicht, anschließende Raumspiegelung hingegen schon. Aus dem π^--Zerfall wird im Spiegelbild unter CP-Symmetrie der tatsächlich existierende π^+-Zerfall.
Dieses Aufheben der Symmetriebrechung von C oder P durch deren Kombination wird nahezu überall bei Prozessen der schwachen Wechselwirkung beobachtet. Die anderen drei Grundkräfte sind eh schon jeweils unter C oder P invariant, also auch unter deren Produkt.

4.2 CP-Verletzung

Darauf soll hier nur ganz kurz und der Vollständigkeit halber eingegangen werden. Details dazu sollten im separaten Vortrag folgen.

Bisher gibt es nur wenige Systeme, bei denen CP-Verletzung nachgewiesen wurde. Beispielsweise brechen neutrale K-Mesonen die CP-Symmetrie.
Allgemein wird die CP-Verletzung als eine der Grundvoraussetzungen dafür angesehen, dass es die Materie-Antimaterie Asymmetrie im Universum gibt. Vollständig erklärt werden, kann die Asymmetrie und vor allem ihr Ausmaß damit allerdings nicht.

5 Zeitumkehr T (time reversal)

5.1 Was ist Zeitumkehr?

Betrachtet man einen Prozess, beispielsweise die Bahnkurve eines Teilchens, in einem Spiegel, der die Zeit umkehrt, läuft der Prozess rückwärts ab. Das bedeutet konkret, dass der gespiegelte Prozess in dem Zustand startet, in dem der ungespiegelte Prozess endet, und umgekehrt. Anfangs- und Endzustände werden also vertauscht. Darüber hinaus drehen sich sämtliche Geschwindigkeiten um. Insofern ist Zeitumkehr nichts anderes als Bewegungsumkehr.

Am Besten lässt sich das Prinzip der Zeitumkehr an zwei Beispielen erklären, die gleichzeitig ausschnittsweise zeigen, dass die klassische Gravitation und Elektrodynamik zeitumkehrinvariant sind. Zur Zeitumkehrinvarianz des Gravitationsgesetztes betrachten wir beispielsweise einen Planeten, der um eine Sonne kreist. Die Sonne sei dabei als unbewegt angenommen. Wir lassen das System erst einmal in gewohnter Zeitrichtung für einige Zeit laufen. Danach halten wir die Zeit an. Der Planet befindet sich an einem beliebigen Punkt auf der Ellipse um die Sonne, der den Endzustand der zeitlichen Vorwärtsbewegung kennzeichnet. Dieser wird nach der Zeitumkehr also unser Startpunkt. Die Geschwindigkeit mit der sich der Planet bewegt wird ebenfalls umgedreht. Damit ist die Zeitumkehr-Transformation abgeschlossen und die Zeit kann weiter laufen. Das System wird sich ähnlich verhalten, wie auf dem „Hinweg", aber durchläuft die Bahnpunkte in umgekehrter Reihenfolge (also genau so, als wenn man den mit einer Kamera aufgenommen Hinweg rückwärts abspielen lässt). Auch diese „rückläufige" Bahnkurve kann in der Realität beobachtet werden. Das Gravitationsgesetz ist folglich invariant unter T.
Als Beispiel für die Elektrodynamik dient ein geladenes Teilchen, welches sich in einem homogenen Magnetfeld senkrecht zu den Feldlinien bewegt. Es beschreibt aufgrund der Lorentzkraft einen Kreis. Wieder lassen wir das System einige Zeit laufen und halten es dann an. Wir drehen die Geschwindigkeit des Teilchens um, genauso wie beim Planetenbeispiel, und lassen die Zeit weiter laufen. Das geladene Teilchen beschreibt jetzt einen Kreis gleichen Radius wie der Kreis auf dem Hinweg, der allerdings tangential am Endpunkt des Hinbewegungskreises anliegt. Die Transformation des Systems ist allerdings noch nicht vollständig. Magnetfelder werden von Strömen erzeugt, also Ladungen, die sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegen. Diese Geschwindigkeit der Ladungen muss also auch umgedreht werden, wodurch das Magnetfeld seine Richtung ändert. Damit durchläuft das geladene Teilchen auf dem Rückweg wieder den Kreis auf dem Hinweg in umgekehrter Reihenfolge. Die klassiche Elektrodynamik ist zeitumkehrinvariant.

Wie verhält sich die schwache Wechselwirkung unter Zeitumkehr? Dafür betrachten wir als Beispiel erneut das Wu-Experiment, welches ja die Parität verletzt. Raumumkehr drehte dabei nur die Geschwindigkeit der Elektronen um, ließ den Spin der Cobaltatome aber ungeändert. Damit flogen mehr Elektronen in Spinrichtung als umgekehrt und dieses Verhalten konnte in der Realität nicht beobachtet werden. Zeitumkehr dreht sämtliche Geschwindigkeiten um, also auch den Drehimpuls der Cobaltatome. Unter T-Transformation ändern also die Richtung, in die mehr Elektronen fliegen, und Spinrichtung ihr Vorzeichen um und stehen genau wie vor der Transformation zueinander. Die Zeitumkehr verletzt das Experiment (und sämtliche weitere bisher getestete Prozesse, die der schwachen Wechselwirkung unterliegen) nicht.

6 CPT Symmetrie

6.1 CPT-Invarianz

Ohne den Beweis dafür anzugeben, folgt CPT-Symmetrie aus wenigen, sehr fundamentalen Annahmen:

- Es herrscht Symmetrie gegenüber kontinuierlichen Transformationen der speziellen Relativitätstheorie mit einer Zeit- und drei Raumkoordinaten.
- Die physikalischen Gesetze sind lokal, ihre Wirkung breitet sich kontinuierlich, also mit einer endlichen Geschwindigkeit (und nicht instantan), im Raum aus.
- Gültigkeit der Gesetze der Quantenmechanik. Lokalität bedeutet hier, dass sich gleichzeitige Messungen an verschiedenen Orten nicht gegenseitig beeinflussen.
- Es gibt einen Zustand niedrigster Energie.
- Die quantenmechanische Gesamtwahrscheinlichkeit ist konstant.
- Es gibt eine endliche Anzahl von Teilchen, aus denen alle bekannten Teilchen aufgebaut sind.

Als Folgen des CPT-Theorems hat jedes Teilchen die gleiche Masse wie das dazu gehörige Antiteilchen. Ebenso ist die Lebensdauer von Teilchen und Antiteilchen identisch.

6.2 T-Verletzung

Bisher konnte bei keinem physikalischen System die T-Invarianz widerlegt werden. Aufgrund des CPT-Theorems und der Verletzung der CP-Invarianz wird allerdings davon ausgegangen, dass die T-Invarianz in ähnlicher Weise verletzt ist wie die CP-Invarianz. Wenn das CPT-Theorem gültig ist, muss im Falle einer CP-Verletzung diese durch eine T-Verletzung soweit aufgehoben werden, dass das System unter CPT invariant ist. Dieser Schluss wird in Analogie zur Aufhebung der C- und P-Invarianz durch deren Produkt CP gezogen.

Im Zusammenhang der Parität wurde schon erwähnt, dass Elementarteilchen mit von Null verschiedener Masse bei P-Invarianz kein Dipolmoment $\vec{p}$ besitzen können. Wie sich herausgestellt hat, sind die Naturgesetze nicht P-invariant. Allerdings würde ein Dipolmoment z.B. beim Neutron ebenso die Zeit-Invarianz brechen. Wie an der entsprechenden Stelle im Abschnitt zur Parität erwähnt, wären Spin und Dipolmoment für alle Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen einer Art entweder parallel oder antiparallel ausgerichtet. Zeitumkehr würde den Spin umdrehen und das Dipolmoment in seiner Ausrichtung belassen und das Teilchen somit in einen Zustand überführen, den es in der Wirklichkeit nicht einnehmen kann. Zeitumkehr wäre damit verletzt.
Deshalb ist man beim Neutron auf der Suche nach einen linearen Stark-Effekt, der einen zu $2 \cdot \vec{p} \cdot \vec{E}$ ($\vec{E}$: äußeres elektrisches Feld) proportionalen Unterschied der Dipolenergie bei paralleler und anti-paraller $\vec{E}$-$\vec{p}$-Ausrichtung zur Folge hätte.

7 Verwendete Quellen

H. Genz, R. Decker: Symmetrie und Symmetriebrechung in der Physik, Vieweg, Braunschweig, 1991

A. Galindo, P. Pascual: Quantum Mechanics I, Springer, Berlin, 1990

E. D. Commins: Resource Letter ETDSTS-1: Experimental tests of the discrete space-time symmetries, American Journal of Physics, Vol. 61, No. 9, September 1993

R. A. Hegstrom, D. K. Kondepude: The Handness of the Universe, Scientific American, January 1990