Westfälische Wilhelms-Universität
Münster

Flüssigkristalle - Verhalten in äußeren Feldern

Seminar zur Theorie der Atome, Kerne und kondensierten Materie

Autor:
Helge Gehring

Betreuer:
Prof. Dr. Thiele
Dr. Gurevich

12.11.2014

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **2**

2 Verhalten an Rändern **2**

3 Frederic-Übergang **4**

4 Liquid Crystal Displays **6**

1 Einleitung

In dieser Ausarbeitung wird das Verhalten von äußeren Feldern auf Flüssigkristalle untersucht. Im ersten Teil wird allgemein das Verhalten an Rändern beschrieben. Im zweiten Teil wird das Ausrichten der Moleküle entlang der Feldlinien theoretisch motiviert. Diese beiden Kapitel stützen sich hauptsächlich auf [1]. Am Ende der Ausarbeitung wird die Funktionsweise von Liquid-Crystal-Displays mit den zuvor diskutierten Effekten erklärt.

2 Verhalten an Rändern

Im Folgenden wird das in Abbildung 1 dargestellte System untersucht.
In der Abbildung lässt sich erkennen, dass das System am Rand eine hohe Ordnung aufweist, die mit zunehmenden Abstand vom Rand abnimmt. Es lässt sich eine Vorzugsrichtung in x-Richtung erkennen. Außerdem sind die Stäbchen nicht gleichmäßig verteilt, es liegt daher die nematische Phase vor.
Um die Ordnung des Systems beschreiben zu können wird der Tensor

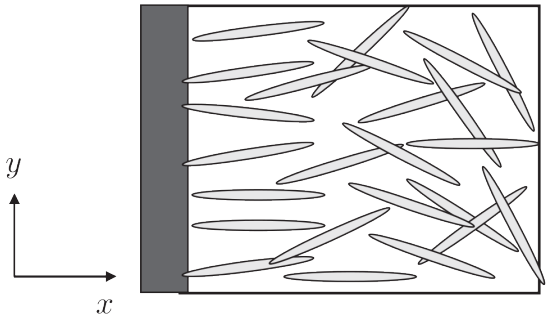


Abbildung 1: Zu untersuchendes System[1]

$$Q_{\alpha\beta} = S\left(n_\alpha n_\beta - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\right) \qquad S = \frac{3}{2}\left\langle (\vec{u}\cdot\vec{n})^2 - \frac{1}{3}\right\rangle \tag{1}$$

betrachtet. Hier stellt n den Direktor, der in Vorzugsrichtung des Systems zeigt, und u den Direktor des jeweiligen Moleküls dar. Da bei dem System die Vorzugsrichtung unabhängig vom Ort entlang der x-Achse gerichtet ist, ist der Ausdruck $\left(n_\alpha n_\beta - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\right)$ unabhängig vom Ort. Lediglich der als S definierte Faktor ist ortsabhängig. Der Verlauf von S Faktors wird im folgenden berechnet.
Die freie Energie des Systems lässt sich mit

$$F(Q) = \int f(Q(\vec{r})) + f_1(Q(\vec{r}), \nabla Q(\vec{r}))\ \mathrm{d}^3 r \tag{2}$$

annähern. Der erste Summand des Integranden wurde im ersten Teil des Vortrags diskutiert. Für diesen ergab sich

$$f = \frac{1}{2}A(T - T_c)S\ .$$

Der zweite Summand muss hier betrachtet werden, da es nun eine ortsabhängige Änderung der Ordnung gibt. Dieser lässt sich, da im gleichmäßigen Zustand $\nabla Q = 0$ gilt, in ∇Q entwickeln. Für eine Entwicklung bis zur zweiten Ordnung ergibt sich

$$f_1 = \frac{1}{2}K_{\alpha\beta\gamma\alpha'\beta'\gamma'}\nabla_\alpha Q_{\beta\gamma}\nabla_{\alpha'}Q_{\beta'\gamma'}\ .$$

Da es sich um ein Minimum der freien Energie handelt fallen hier die linearen Terme weg und es werden lediglich die Terme zweiter Ordnung betrachtet. Durch die Spurlosigkeit und die Symmetrie des Tensors Q lässt sich der Ausdruck weiter vereinfachen zu

$$f_1 = \frac{1}{2}K_1 \nabla_\alpha Q_{\beta\gamma} \nabla_\alpha Q_{\beta\gamma} + \frac{1}{2}K_2 \nabla_\alpha Q_{\alpha\gamma} \nabla_\beta Q_{\beta\gamma} \tag{3}$$

Aus Gleichung 1 ergibt sich für die Komponenten von Q:

$$Q_{xx} = \frac{2}{3}S\,, \qquad Q_{yy} = Q_{zz} = -\frac{1}{3}S\,, \qquad Q_{xy} = Q_{yz} = Q_{zx} = 0\,,$$

womit sich Gleichung 3 weiter vereinfachen lässt zu

$$f_1 = \frac{1}{3}K_1(\partial_x S)^2 + \frac{2}{9}K_2(\partial_x S)^2\,.$$

Durch Einsetzen der Ergebnisse in Gleichung 2 ergibt sich für die freie Energie des Systems

$$\begin{aligned} F =& \int \frac{1}{2}A(T-T_c)S^2 + \frac{1}{3}K_1(\partial_x S)^2 + \frac{2}{9}K_2(\partial_x S)^2 \,\mathrm{d}x \\ =& \frac{1}{2}A(T-T_c)\int S^2 + \xi^2(\partial_x S)^2 \,\mathrm{d}x \qquad \xi = \sqrt{\frac{6K_1+4K_2}{9A(T-T_c)}} \end{aligned}$$

Aus diesem Funktional der freien Energie ergibt sich durch Variationsrechnung für den Ordnungsparameter S

$$\frac{\delta F}{\delta S} = 0 \Rightarrow \xi^2 \partial_x^2 S = S\,.$$

Die gefundene Differentialgleichung lässt sich durch

$$S = S_0 \mathrm{e}^{-x/\xi}$$

lösen. Dieses Ergebnis beschreibt gut die in Abbildung 1 vom Rand aus abfallende Ordnung des Systems. Durch die harte Verankerung am Rand wird der maximale Wert des Ordnungsparameters auf S_0 festgelegt. Von dort aus zeigt sich ein exponentieller Abfall der Ordnung. ξ ist im diesem Zusammenhang die temperaturabhängige charakteristische Länge. Bei der Entfernung ξ vom Rand ist das Maß für die Ordnung auf e^{-1} abgefallen.
Durch Betrachtung des Grenzwertes

$$\lim_{T \searrow T_c} \xi = \infty$$

lässt sich der Übergang zum komplett geordneten System erklären. Durch Annäherung der Temperatur an die kritische Temperatur divergiert die charakteristische Länge und überdeckt somit den gesamten zu betrachtenden Bereich.

3 Frederic-Übergang

Nun wird der Frederic-Übergang in einer optischen Zelle betrachtet. Wie in Abbildung 2 ersichtlich ist das System gegenüber Drehungen um die z-Achse invariant. In Abbildung 3 wird der experimentelle Befund in diesem System dargestellt. In der Abbildung lässt sich einerseits erkennen, dass in diesem Fall die Vorzugsrichtung, entlang der sich die Moleküle ausrichten, ortsabhängig ist. Andererseits lässt sich auch erkennen, dass, unabhängig vom Ort, die Moleküle entlang der Vorzugsrichtung ausrichtet sind.
Im Folgenden wird betrachtet, wie sich die Vorzugsrichtung durch das Anlegen eines äußeren Feldes H ändert.

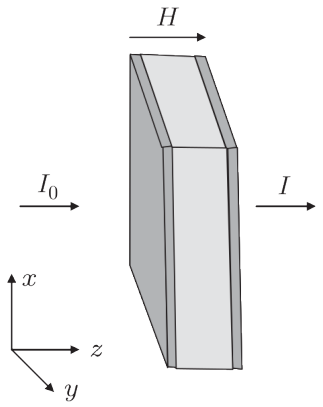


Abbildung 2: Optische Zelle[1]

Hierzu wird ebenfalls der schon bekannte Tensor

$$Q_{\alpha\beta}(\vec{r}) = S\left(n_\alpha(\vec{r})n_\beta(\vec{r}) - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\beta}\right)$$

betrachtet. Im Gegensatz zum zuvor diskutierten Fall ist hier S konstant und die Vorzugsrichtung $\vec{n}$ ortsabhängig.
Nun wird wie zuvor die freie Energie des Systems betrachtet. In diesem Fall ergibt sie sich zu

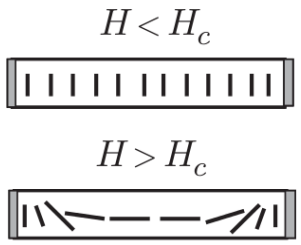


Abbildung 3: Übergang[1]

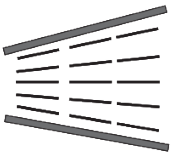
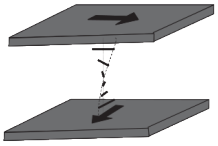
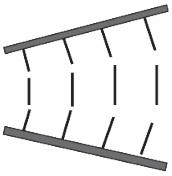
$$F(Q) = \int f + f_1(\vec{n}, \nabla\vec{n}) + f_H \ \mathrm{d}^3 r \ .$$

Der Summand f ist aus dem ersten Teil des Vortrags bekannt, ist jedoch, da S konstant ist, ebenfalls konstant und kann somit in der folgenden Betrachtung vernachlässigt werden. Der dritte Summand ergibt sich aus dem hier hinzukommenden Feld und der zweite Summand f_1 hängt hier von der Vorzugsrichtung und der Änderung dieser ab. Dieser Term wird nun wie zuvor um die Gleichgewichtslage entwickelt und anschließend vereinfacht. Durch entwickeln ergibt sich

$$f_1 = \frac{1}{2}K_1(\nabla\cdot\vec{n})^2 + \frac{1}{2}K_2(\vec{n}\cdot\nabla\times\vec{n})^2 + \frac{1}{2}K_3(\vec{n}\times\nabla\times\vec{n})^2 \ , \tag{4}$$

wobei sich die Terme wie in Tabelle 1 dargestellt interpretieren lassen.

Tabelle 1: Bedeutung der Terme[1]

Spreizung $(\nabla \cdot \vec{n})$	Drall $(\vec{n} \cdot \nabla \times \vec{n})$	Biegung $(\vec{n} \times \nabla \times \vec{n})$
		

Aufgrund der Rotationssymmetrie der optischen Zelle lässt sich der Direktor, der die Vorzugsrichtung angibt, als

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} \cos\theta(z) \\ 0 \\ \sin\theta(z) \end{pmatrix}$$

darstellen. Damit vereinfacht sich Gleichung 4 zu

$$f_1 = \frac{1}{2} K_1 \cos^2\theta (\partial_z \theta)^2 + \frac{1}{2} K_3 \sin^2\theta (\partial_z \theta)^2$$

Für den dritten Term ergibt sich, da die Moleküle sich bevorzugt entlang des Feldes ausrichten

$$f_H = -\frac{1}{2} \chi H^2 \sin^2\theta \ .$$

Durch Einsetzen der so gefundenen Terme in Abbildung 3 ergibt sich für die freie Energie

$$F = \frac{1}{2} \int K_1 \cos^2\theta (\partial_z \theta)^2 + K_3 \sin^2\theta (\partial_z \theta)^2 - \chi H^2 \sin^2\theta \, \mathrm{d}z \tag{5}$$

Die Funktion $\theta(z)$ muss die Bedingung $\theta(0) = \theta(L) = 0$ erfüllen. Für den Verlauf von θ wird der Ansatz

$$\theta(z) = \theta_0 \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right)$$

gemacht. Durch Einsetzen von diesem in Gleichung 5 ergibt sich

$$F = \frac{1}{4}\left(\frac{K_1 \pi^2}{L} - \chi H^2 L\right)\theta_0^2 = \frac{1}{4}\chi L (H_c^2 - H^2)\theta_0^2 \text{ mit } H_c = \sqrt{\frac{K_1 \pi^2}{\chi L^2}} \tag{6}$$

Je nach Wahl von H entspricht Gleichung 6 einer nach unten oder nach oben geöffneten Parabel. Falls $H < H_c$ ist $\theta_0 = 0$ die stabile Lösung. Für $H > H_c$ liegt das Gleichgewicht nicht bei $\theta_0 = 0$. Über den Wert von θ_0 kann hier jedoch aufgrund der Kleinwinkelnäherungen keine Aussage gemacht werden. Das hier gefundene Ergebnis entspricht dem experimentellen Befund, dass sich die Moleküle ab einem bestimmen Wert von H sich bevorzugt entlang des Feldes ausrichten.

4 Liquid Crystal Displays

Im folgenden wird die Funktionsweise von Liquid Crystal Displays mit den zuvor gefundenen Effekten beschrieben. In Abbildung 4 ist der Aufbau einer einzelnen Zelle schematisch dargestellt. Der erste Polarisator ist um 90° gegen den zweiten

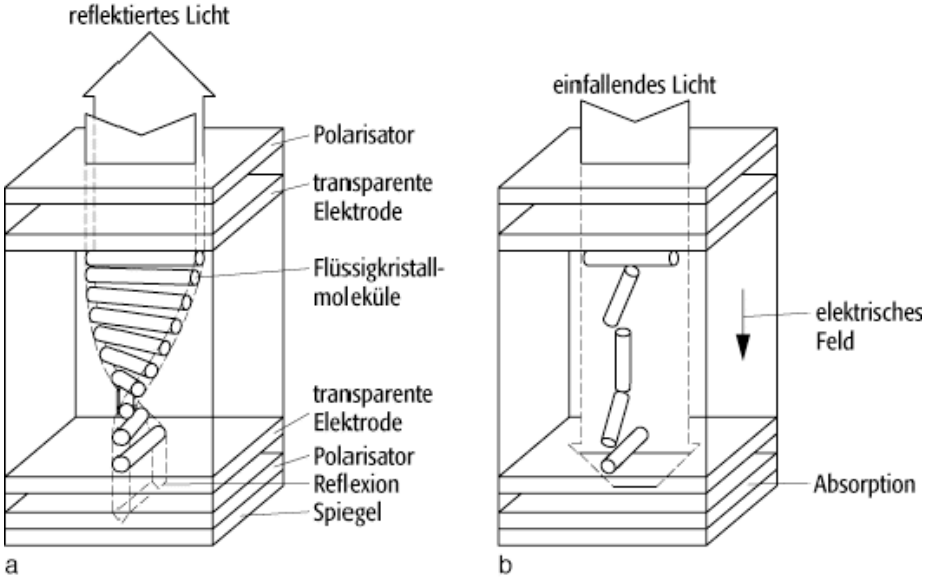


Abbildung 4: Aufbau einer LCD-Zelle[5]

verdreht. Durch die ebenfalls verdrehte harte Verankerung an den Elektroden dreht sich die Vorzugsrichtung ebenfalls. Ohne die Flüssigkristall-Moleküle zwischen den Elektroden wurde kein Licht durch die Zelle gelassen werden, da die Polarisatoren gegeneinander verdreht sind. Durch die Flüssigkristall-Moleküle wird das Licht kontinuierlich gedreht, so dass das Licht transmittiert wird.
Durch Anlegen einer Spannung an die Zelle richten sich die Moleküle entlang des Feldes aus, sodass wie im Fall ohne Spannung kein Licht transmittiert wird. Durch diesen Effekt kann elektrisch gesteuert werden, wie viel Licht transmittiert wird.
In einem LCD werden drei dieser Zellen, je mit unterschiedlichem Farbfilter zu einem Pixel zusammengefasst. Durch Anordnen von vielen dieser Pixeln in einem Gitter erhält man einen Bildschirm.

Literatur

[1] Masao Doi. *Soft Matter Physics*. New York: Oxford University Press, 2013. ISBN: 978-0-19-965295-2.

[2] Wim H. de Jeu Egbert F. Gramsbergen Lech Longa. *Landau Theory of the Nematic-Isotropic Phase Transition*. Groningen, The Netherlands: Physics Reports North-Holland-Amsterdam, October 1985.

[3] Wolfgang Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 6: Statistische Physik*. Springer, 2007.

[4] Shri Singh. *Phase transitions in liquid crystals*. Varanasi, India: Physics Reports North-Holland-Amsterdam, March 1999.

[5] *techniklexikon.net*. URL: `http://www.techniklexikon.net/d/lcd/lcd.htm`.