Übungen zu Theoretische Ergänzungen zur Physik II, SoSe 2015

Prof. Dr. U. Thiele

Übungen im WWW: http://pauli.uni-muenster.de/tp/menu/studium/aktuelles-semester/physik-ii-ss-2015.html

---

Übungsblatt 5: (17 P.) **Abgabe: 15.06.15 bzw. 16.06.15**

Aufgabe 1: Frühsommer

Betrachten Sie eine leere, aufrecht gehaltene Eiswaffel (mit Öffnungswinkel 2θ), auf deren Innenfläche sich ein Speiseeis-Teilchen der Masse m reibungsfrei bewegen kann.

a) [1 P.] Beschreiben Sie die Bewegung des Teilchens mittels zweier generalisierter Koordinaten: r = Abstand von der Tütenspitze, φ = Drehwinkel um die Senkrechte.

b) [1 P.] Stellen Sie (unter Einfluss der Gravitation) die Lagrange-Funktion auf und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichungen für die generalisierten Koordinaten ab.

c) [1 P.] Bestimmen Sie zu den generalisierten Koordinaten die zugehörigen kanonischen Impulse.

d) [1 P.] Stellen Sie nunmehr die zugehörige Hamilton-Funktion auf und bestimmen Sie daraus die kanonischen Bewegungsgleichungen für die Koordinaten und die Impulse.

e) [2 P.] Welche physikalische Bedeutung hat der kanonische Impuls p_φ zu dem in a) als Koordinate gewählten Drehwinkel? Zeigen Sie, dass dieser kanonische Impuls zeitlich erhalten bleibt. Wie viele und welche der in d) bestimmten Bewegungsgleichungen müssen dann eigentlich noch wirklich gelöst werden, um (mittels geeigneter Anfangsbedingungen) die Trajektorie des Systems zu bestimmen?

f) [2 P.] Lösen Sie die kanonischen Bewegungsgleichungen für zwei spezielle Anfangssituationen:
i) Zur Zeit $t = 0$ seien

$$r = r_0, \qquad \varphi = 0, \qquad p_r = 0 \qquad \text{und} \qquad p_\varphi = 0.$$

ii) Zur Zeit $t = 0$ seien

$$r = r_0, \qquad \varphi = 0, \qquad p_r = 0 \qquad \text{und} \qquad p_\varphi = m\sqrt{g r_0^3 \cos\theta \sin^2\theta}$$

Skizzieren Sie jeweils die Trajektorie des Teilchens in der Eistüte.

Aufgabe 2: Teilchen im oszillierenden Feld

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in z-Richtung im zeitabhängigen Potential

$$V(x,t) = -f_0 x \sin(\omega t + \phi)$$

mit konstanter Antriebsfrequenz ω und konstanter Phase ϕ. Zur Zeit $t = 0$ sei $x(0) = 0$ und $v(0) = 0$.

a) [1 P.] Geben Sie die Lagrange-Funktion des Teilchens an.

b) [1 P.] Bestimmen Sie mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen des Teilchens.

c) [1 P.] Geben Sie die Hamilton-Funktion an und bestimmen Sie die zugehörigen Hamilton-Gleichungen.

d) [1 P.] Bestimmen Sie unter Anwendung der Anfangsbedingung die Geschwindigkeit $v(t)$ des Teilchens aus der Hamilton-Gleichung für $p(t)$.

e) [1 P.] Bestimmen Sie unter Anwendung der Anfangsbedingung die momentane Position $x(t)$ des Teilchens aus der Hamilton-Gleichung für $x(t)$.

f) [1 P.] Skizzieren und charakterisieren Sie $x(t)$ für die verschiedenen Phasen $\phi = 0$, $\phi = \frac{\pi}{2}$ und $\phi = \pi$.

g) [1 P.] Welche Bedingung muss erfüllt sein, damit das Teilchen permanent driftet, d. h. sich mit der Zeit entweder nach $-\infty$ oder $+\infty$ bewegt?

h) [1 P.] Begründen Sie für den Fall $\phi = 0$ anhand der Lösung für $v(t)$, warum das Driften des Teilchens überhaupt möglich ist.

i) [1 P.] Bestimmen Sie die Gesamtenergie des Teilchens und diskutieren Sie deren Verhalten als Funktion der Zeit t.