

Übungsblatt 1: (15 P.)

Abgabe: 09.11.15 bzw. 10.11.15

Aufgabe 1: Galilei-Transformation

a) [2 P.] Die Newtonschen Bewegungsgleichungen für N Teilchen, die über konservative Paar-Kräfte miteinander wechselwirken, lauten

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -\nabla U(|\vec{r}_i - \vec{r}_1|, \dots, |\vec{r}_i - \vec{r}_N|), \quad i = 1, \dots, N$$

Zeigen Sie, dass diese Gleichungen unter Galilei-Transformationen (ohne Drehung) ihre Gestalt beibehalten.

b) [2 P.] In einer elektromagnetischen Welle im Vakuum genügen die Komponenten des elektromagnetischen Feldes der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \phi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = c^2 \Delta \phi(\vec{r}, t).$$

Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass diese Wellengleichung nicht mit den Galilei-Transformationen verträglich ist.

Aufgabe 2: Lorentz-Transformation

Für ein Inertialsystem Σ' , das sich mit der konstanten Geschwindigkeit v entlang der x -Achse bewegt, lautet die zugehörige spezielle Lorentz-Transformation (auch Boost in x -Richtung genannt):

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma(t - vx/c^2),$$

mit $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$.

Bestimmen Sie die Lorentz-Transformation, die aus zwei aufeinanderfolgenden Boosts besteht:

a) [2 P.] 1. Boost in x -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit v_x und 2. Boost in y -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit v_y .

b) [2 P.] 1. Boost in y -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit v_y und 2. Boost in x -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit v_x .

c) [1 P.] Vergleichen Sie die Ergebnisse a) und b).

Aufgabe 3: Lorentz-Invarianten

Eine Lorentz-Invariante ist eine Größe, die unter einer Lorentz-Transformation unverändert bleibt. Betrachten Sie den Boost in x -Richtung (siehe Aufgabe 2) und zeigen Sie, dass

a) [2 P.] der Abstand Δs zwischen zwei Punkten (t_1, \vec{r}_1) und (t_2, \vec{r}_2) in der Raum-Zeit, der durch

$$(\Delta s)^2 = c^2(t_1 - t_2)^2 - (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2$$

definiert wird, eine Lorentz-Invariante ist;

b) [2 P.] der d'Alembert-Operator

$$\square = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

eine Lorentz-Invariante ist.

Aufgabe 4:

Ein radioaktiver Kern fliegt mit einer Geschwindigkeit von $v = c/2$ in x -Richtung, wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. In seinem Ruhesystem sendet er Elektronen mit einer Geschwindigkeit von $4c/5$ aus. Welche Geschwindigkeit haben die Elektronen im Laborsystem, wenn sie im Ruhesystem

a) [1 P.] in positive x -Richtung emittiert werden?

b) [1 P.] in negative x -Richtung emittiert werden?