

**Übungsblatt 1: (15 P.)**

**Abgabe: 09.11.15 bzw. 10.11.15**

**Aufgabe 1: Galilei-Transformation**

- a) [2 P.] Die Newtonschen Bewegungsgleichungen für  $N$  Teilchen, die über konservative Paar-Kräfte miteinander wechselwirken, lauten

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = -\nabla U(|\vec{r}_i - \vec{r}_1|, \dots, |\vec{r}_i - \vec{r}_N|), \quad i = 1, \dots, N$$

Zeigen Sie, dass diese Gleichungen unter Galilei-Transformationen (ohne Drehung) ihre Gestalt beibehalten.

- b) [2 P.] In einer elektromagnetischen Welle im Vakuum genügen die Komponenten des elektromagnetischen Feldes der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 \phi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = c^2 \Delta \phi(\vec{r}, t).$$

Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass diese Wellengleichung nicht mit den Galilei-Transformationen verträglich ist.

**Aufgabe 2: Lorentz-Transformation**

Für ein Inertialsystem  $\Sigma'$ , das sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  entlang der  $x$ -Achse bewegt, lautet die zugehörige spezielle Lorentz-Transformation (auch Boost in  $x$ -Richtung genannt):

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma(t - vx/c^2),$$

mit  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$ .

Bestimmen Sie die Lorentz-Transformation, die aus zwei aufeinanderfolgenden Boosts besteht:

- a) [2 P.] 1. Boost in  $x$ -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_x$  und 2. Boost in  $y$ -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_y$ .

- b) [2 P.] 1. Boost in  $y$ -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_y$  und 2. Boost in  $x$ -Richtung mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_x$ .

- c) [1 P.] Vergleichen Sie die Ergebnisse a) und b).

**Aufgabe 3: Lorentz-Invarianten**

Eine Lorentz-Invariante ist eine Größe, die unter einer Lorentz-Transformation unverändert bleibt. Betrachten Sie den Boost in  $x$ -Richtung (siehe Aufgabe 2) und zeigen Sie, dass

- a) [2 P.] der Abstand  $\Delta s$  zwischen zwei Punkten  $(t_1, \vec{r}_1)$  und  $(t_2, \vec{r}_2)$  in der Raum-Zeit, der durch

$$(\Delta s)^2 = c^2(t_1 - t_2)^2 - (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2$$

definiert wird, eine Lorentz-Invariante ist;

- b) [2 P.] der d'Alembert-Operator

$$\square = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

eine Lorentz-Invariante ist.

**Aufgabe 4:**

Ein radioaktiver Kern fliegt mit einer Geschwindigkeit von  $v = c/2$  in  $x$ -Richtung, wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ist. In seinem Ruhesystem sendet er Elektronen mit einer Geschwindigkeit von  $4c/5$  aus. Welche Geschwindigkeit haben die Elektronen im Laborsystem, wenn sie im Ruhesystem

- a) [1 P.] in positive  $x$ -Richtung emittiert werden?

- b) [1 P.] in negative  $x$ -Richtung emittiert werden?