An welche Stichwörter von der letzten Vorlesung können Sie sich noch erinnern?

Kapazität $$C = \frac{q}{V}$$

Kapazität eines Plattenkondensators $$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Kapazität einer isolierten Kugel $$4\pi\varepsilon_0 a$$

Parallelschaltung bzw. Reihenschaltung von Kondensatoren

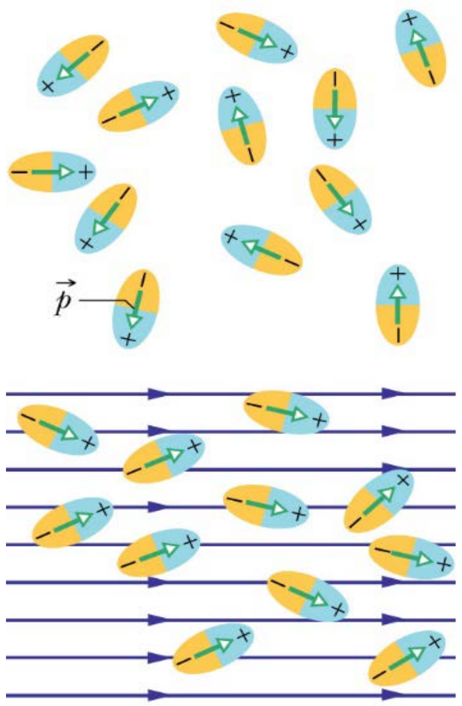
$$C_{äq} = \sum C_i \qquad \frac{1}{C_{äq}} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Energie eines Kondensators $$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2$$

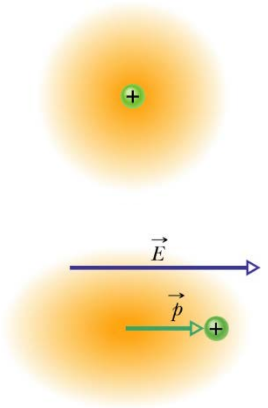
Energiedichte des el. Felds $$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Kondensator mit Dielektrikum $$C_{Diel} = \kappa C_{Luft}$$

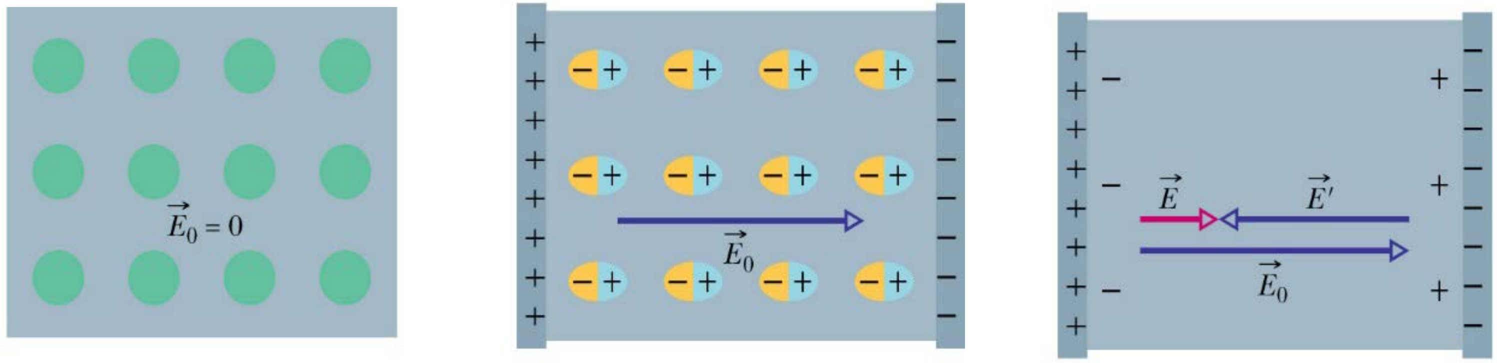
22.7 Dielektrika - auf atomarem Niveau betrachtet



1. *Polare Dielektrika*. Die Moleküle einiger Dielektrika wie beispielsweise Wasser besitzen ein permanentes elektrisches Dipolmoment. In solchen Stoffen, die man als <u>polare Dielektrika</u> bezeichnet, haben die molekularen Dipole die Tendenz, sich in Richtung des äußeren elektrischen Felds auszurichten. Diese Ausrichtung ist niemals perfekt, da sich die Moleküle in dauernder Wärmebewegung befinden, sie wird jedoch vollständiger, wenn man das äußere Feld vergrößert oder die Temperatur - und damit die mittlere Energie der molekularen Wärmebewegung - verringert. Die (teilweise) ausgerichteten Dipole erzeugen ein elektrisches Feld, das dem äußeren Feld entgegengesetzt gerichtet und dessen Stärke geringer ist.



2. *Unpolare Dielektrika*. Ganz unabhängig davon, ob sie selbst permanente Dipolmomente besitzen, werden Dipolmomente in Molekülen induziert, wenn sie sich in einem äußeren elektrischen Feld befinden. Dies geschieht, weil die Moleküle in einem äußeren Feld „gezerrt", die Schwerpunkte der positiven und negativen Ladung in ihnen also geringfügig voneinander getrennt werden.



Durch die Wirkung des Felds werden die Schwerpunkte der Verteilungen negativer und positiver Ladung im Dielektrikum geringfügig voneinander getrennt, so-dass eine resultierende positive Ladung auf einer der Oberflächen des Dielektrikums entsteht (wohin die positiven Enden der molekularen Dipole zeigen) sowie ganz entsprechend eine negative Ladung auf der anderen Oberfläche. Das Dielektrikum als makroskopischer Körper bleibt dabei elektrisch neutral und innerhalb des Dielektrikums gibt es in keinem Volumenbereich eine Überschussladung.

Die auf den Oberflächen des Dielektrikums induzierten Oberflächenladungen erzeugen ein elektrisches Feld E', das dem äußeren Feld E_0 entgegengesetzt gerichtet ist. Das resultierende elektrische Feld E im Inneren des Dielektrikums - die Vektorsumme der Felder E_0 und E' - hat die gleiche Richtung wie E_0, sein Betrag ist jedoch geringer.

Daher schwächen sowohl polare als auch unpolare Dielektrika in ihrem Inneren ein äußeres elektrisches Feld, in dem sie sich befinden, beispielsweise das Feld eines Kondensators, dessen Plattenzwischenraum sie ausfüllen.

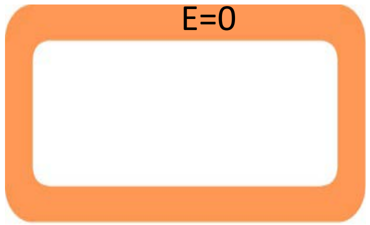
23. Elektrischer Strom und Widerstand

23.1 Ladung in Bewegung: Elektrische Ströme

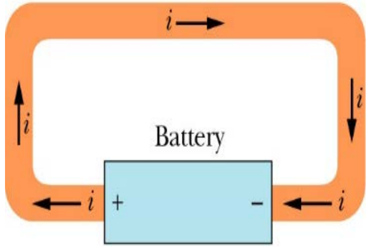
Jeder elektrische Strom ist bewegte Ladung. Umgekehrt jedoch bedeutet nicht jede Ladungsbewegung einen elektrischen Strom: Von einem elektrischen Strom durch eine gegebene Fläche kann man nur dann sprechen, wenn effektiv ein *Ladungstransport* durch diese Fläche hindurch stattfindet.

1. Die freien Elektronen in einem Metall bewegen sich ungeordnet mit Geschwindigkeiten von der Größenordnung 10^6 m/s. Aber es ist keine gezielte Bewegung, es fließt kein Strom.
2. Der Fluss von neutralen Molekülen. Effektiv wird dabei keine Ladung transportiert, da die Strömung positiver Ladung - der Protonen – durch die Strömung der negativen Elektronen in den Molekülen kompensiert wird.

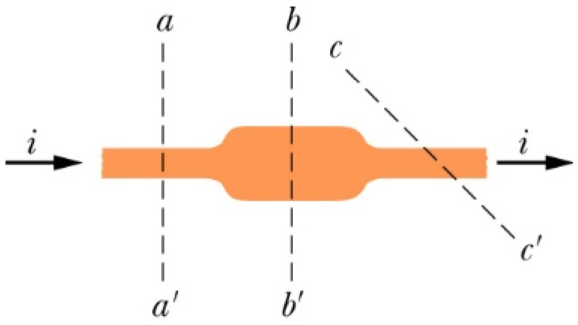
23.2 Elektrischer Strom



In der Elektrostatik befinden sich leitenden Körpers auf demselben elektrischen Potenzial. Im Inneren oder auf der Oberfläche eines solchen Körpers kann kein elektrisches Feld existieren. Kein elektrischer Strom fließt, da keine Kraft auf die Ladungsträger wirkt.



Eine Batterie in den Kreis stört das Potenzialgleichgewicht: Innerhalb des Metalls wirkt nun ein elektrisches Feld und übt Kräfte auf die Leitungsträger aus, die sich bewegen und einen elektrischen Strom bilden.



Tritt eine Ladungsmenge dq während der Zeit dt durch eine gedachte Querschnittsebene aa', so definiert man den Strom i durch diese Ebene als:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

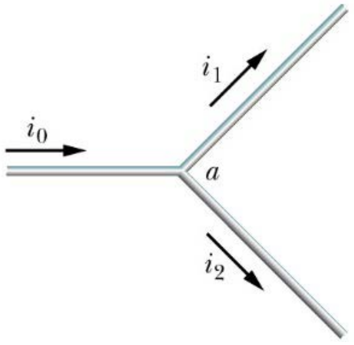
Im Zeitraum zwischen 0 und t tritt durch die Querschnittsebene eine Ladungsmenge q hindurch, die man durch Integration berechnet

$$q = \int_0^t i dt$$

Der Wert dieses Stroms ist für alle Querschnittsflächen des Leiters gleich

Die SI-Einheit des elektrischen Stroms ist Coulomb pro Sekunde, das Ampere (A)

elektrische Strom-stärke	**Ampere**	**A**	Das Ampere ist die Stärke eines konstanten elektrischen Stromes, der, durch zwei parallele, geradlinige, unendlich lange und im Vakuum im Abstand von einem Meter voneinander angeordnete Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je einem Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorrufen würde.



Da die elektrische Ladung erhalten ist, muss der Gesamtstrom io die Summe der beiden Teilströme sein:

$$i_0 = i_1 + i_2$$

Strompfeile zeigen immer in die Richtung, in die sich positive Ladungsträger bewegen würden, und dies auch dann, wenn die Ladungsträger tatsächlich negativ geladen sind und sich in die entgegengesetzte Richtung bewegen.

23.3 Stromdichte

Zur Beschreibung des Flusses von Ladung durch eine Querschnittsebene des Leiters an einem bestimmten Punkt definiert man die Stromdichte J. Diese vektorielle Größe ist parallel zur Geschwindigkeit der bewegten Ladungen, wenn diese positiv sind, beziehungsweise antiparallel, falls es sich um negative Ladungen handelt.

Für ein beliebig herausgegriffenes, differenzielles Element einer uerschnittsfläche des Leiters, dA ist der Betrag J gleich dem Strom pro Einheitsfläche durch dieses Flächenelement. Den Gesamtstrom i durch die Querschnittsfläche erhält man dann durch Integration:

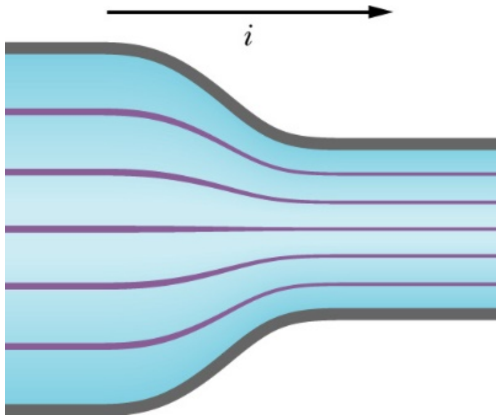
$$\boxed{i = \int \vec{J} d\vec{A}}$$

Ist die Stromverteilung über die Querschnittsfläche gleichförmig und dA zum Strom parallel, dann

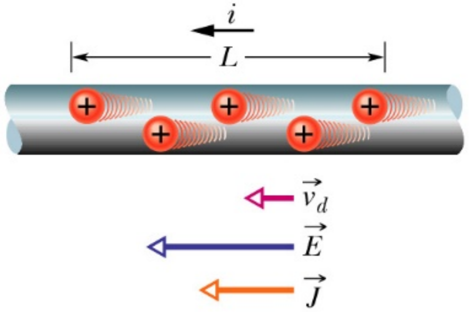
$$i = JA \quad J = \frac{i}{A}$$

Die SI-Einheit der Stromdichte ist Ampere pro Quadratmeter (A/m^2)

Man kann die räumliche Verteilung einer Stromdichte mit Stromlinien veranschaulichen kann (Analogie zu den Feldlinien).



Driftgeschwindigkeit



Ohne elektrisches Feld bewegen sich Leitungselektronen mit zufällig im Raum orientierten Geschwindigkeiten, sodass effektiv kein Ladungstransport in eine bestimmte Raumrichtung stattfindet. Auch im Fall eines äußeren elektrischen Felds ein Strom bewegen sich die Elektronen weiterhin ungeordnet.

Dieser ungeordneten Bewegung ist eine *Driftgeschwindigkeit* überlagert. Der Betrag dieser Driftgeschwindigkeit ist sehr klein, verglichen mit der ungeordneten Bewegung der Elektronen: $v_D = 10^{-5}$-10^{-4} m/s verglichen mit 10^6 m/s bei ungeordneten Bewegung.

Wir berechnen den Zusammenhang zwischen v_D und der Stromdichte. Wir nehmen an, dass sich die Ladungsträger alle mit der gleichen Driftgeschwindigkeit v_D bewegen und dass die Verteilung der Stromdichte J über die gesamte Querschnittsfläche A des Leiters homogen ist. Die Anzahl von Ladungsträgern in einem Abschnitt des Leiters von der Länge L ist nAL, wobei n die Ladungsträgerdichte ist. Damit ist die Gesamtladung der in einem Abschnitt der Länge L enthaltenen Ladungsträger:

$$q = (nAL)e$$

Da sich die Ladungsträger kollektiv mit der Driftgeschwindigkeit v_D bewegen, werden die alle in einem Zeitintervall $t = L/v_D$ den Abschnitt verlassen. Damit:

$$i = \frac{(nAL)e}{L} v_D = nAev_D \quad \Rightarrow \quad J = \frac{i}{A} = nev_D$$

Das Produkt ne mit der SI-Einheit (C/m^3), ist die Ladungsträgerdichte. Für positive Ladungsträger ist ne positiv und J und v_D die gleiche Richtung haben. Für negative Ladungsträger folgt entsprechend, dass J und i/j einander entgegengesetzt gerichtet (antiparallel) sind.

23.4 Widerstand und spezifischer Widerstand

Den <u>Widerstand</u> zwischen zwei beliebigen Punkten eines Leiters bestimmt man, indem man eine Potenzialdifferenz V zwischen den Punkten anlegt und den resultierenden elektrischen Strom i misst.

$$\boxed{R = \frac{V}{i}} \qquad i = \frac{V}{R}$$

Die SI-Einheit des Widerstands ist Volt pro Ampere (V/A) oder Ohm (Ω).

Spezifischer Widerstand einiger Stoffe bei Raumtemperatur (20 °C)

Stoff	Spezifischer Widerstand ρ ($\Omega \cdot m$)	Temperaturkoeffizient α des spezifischen Widerstands (K^{-1})
	Typische Metalle	
Silber	$1{,}62 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	$1{,}69 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	$2{,}75 \cdot 10^{-8}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
Wolfram	$5{,}25 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
Eisen	$9{,}68 \cdot 10^{-8}$	$6{,}5 \cdot 10^{-3}$
Platin	$10{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
Manganin[a]	$4{,}82 \cdot 10^{-8}$	$0{,}002 \cdot 10^{-3}$
	Typische Halbleiter	
Silizium, rein	$2{,}5 \cdot 10^{3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$
Silizium, *n*-leitend[b]	$8{,}7 \cdot 10^{-4}$	
Silizium, *p*-leitend[c]	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	
	Typische Isolatoren	
Glas	10^{10}–10^{14}	
Quarzkristall	$\sim 10^{16}$	

Die dem Widerstand R eines bestimmten *Körpers* entsprechende, verallgemeinerte Größe bezeichnen wir als den <u>spezifischen Widerstand</u> ρ des *Stoffs*:

$$\boxed{\rho = \frac{E}{J}}$$

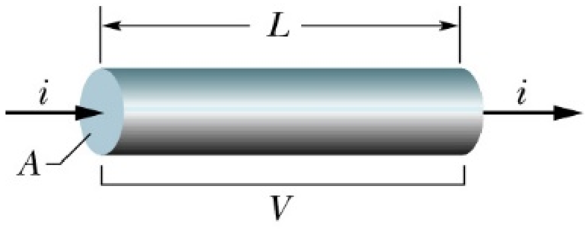
Die SI Einheit des spezifischen Widerstands:
1(V/m)/(A/m^2)= 1Ohm*m

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \qquad \vec{J} = \frac{1}{\rho}\vec{E} = \sigma \vec{E}$$

σ sei die Leitfähigkeit eines Stoffs. Die SI-Einheit der Leitfähigkeit ist das Reziproke von Ohm mal Meter

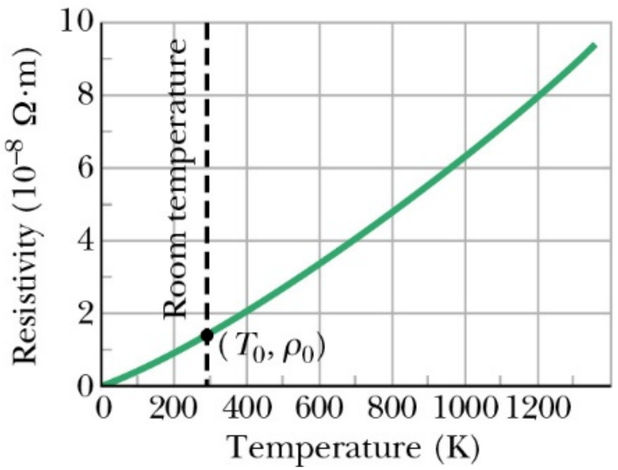
Berechnung des Widerstands aus dem spezifischen Widerstand

Ist der spezifische Widerstand eines Materials bekannt, so kann man den Widerstand eines Stücks Draht aus diesem Material berechnen. Sei A der Querschnitt des Drahts, L seine Länge und V die Potenzialdifferenz zwischen seinen beiden Enden.



$$E = \frac{V}{L} \qquad J = \frac{i}{A} \qquad \rho = \frac{E}{J} = \frac{V}{i}\frac{A}{L} = R\frac{A}{L} \qquad \boxed{R = \rho\frac{L}{A}}$$

Temperaturänderung des Widerstands



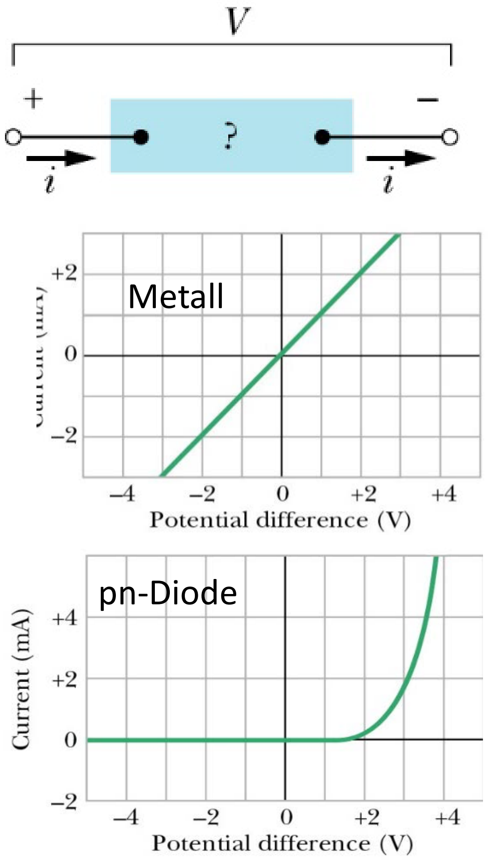
Die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands von Metallen über einen recht großen Temperaturbereich ziemlich linear:

$$\rho = \rho_0 + \rho_0\alpha\left(T - T_0\right)$$

Vergl. thermische Ausdehnung: $\Delta L = L\alpha\Delta T$

Die Konstante α ist der Temperaturkoejfizient des spezifischen Widerstands.

23.5 Ohmsches Gesetz



Anhand der Strom-Spannungs-i(V)-Kennlinie eines leitfähigen Objekts erkennt man, mit welcher Art eines Leiters man es zu tun hat.

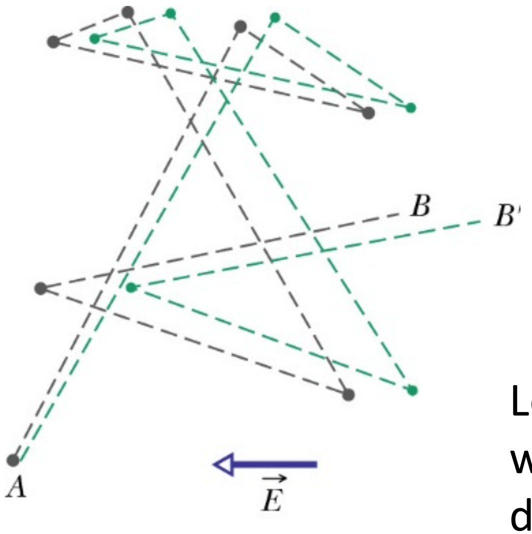
Über das unbekannte Bauelement wird eine Potenzialdifferenz V angelegt und der durch das Bauelement fließende Strom i in Abhängigkeit von Betrag und Polarität der Potenzialdifferenz V gemessen.

Man unterscheidet zwischen charakteristischen Arten des Verhaltens von Leitern, indem man sagt, ein Leiter mit einer linearen Kennlinie befolge das <u>Ohmsche Gesetz</u>, wenn ein durch ihn fließender A Strom immer direkt proportional der angelegten Potenzialdifferenz ist.

Ein elektronisches Bauelement verhält sich nach dem Ohmschen Gesetz, wenn sein Widerstand von Betrag und Polarität der angelegten Potenzialdifferenz unabhängig ist

Ein leitfähiges Material verhält sich nach dem Ohmschen Gesetz, falls sein spezifischer Widerstand unabhängig ist von Betrag und Richtung des angelegten elektrischen Felds.

23.6 Das Ohmsche Gesetz - mikroskopisch betrachtet



Wir nehmen an, dass sich die Leitungselektronen eines Metalls frei innerhalb des Metallvolumens bewegen können wie die Moleküle eines Gases in einem geschlossenen Behälter. Außerdem setzen wir voraus, dass keine Stöße der Elektronen untereinander Vorkommen, sondern nur Stöße zwischen Elektronen und den Atomen des Metalls.

Legt man ein äußeres elektrisches Feld an ein Metallstück an, so wird die ungeordnete Bewegung der Elektronen gestört und sie driften sehr langsam mit einer mittleren v_D in die dem Feld entgegengesetzte Richtung. v_D =?

Ein Elektron der Masse m erfährt in einem elektrischen Feld vom Betrag E eine Beschleunigung

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Ee}{m}$$

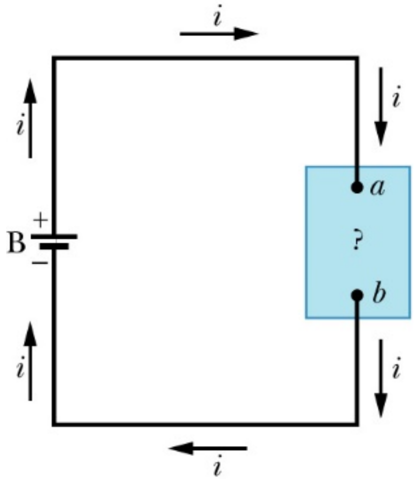
Stoßmodell: bei einem typischen Stoß eines Leitungselektrons mit einem Metallatom verliert das Elektron vollständig die „Erinnerung" an seine Driftgeschwindigkeit vor dem Stoß. Nach jedem Stoß bewegt sich ein Elektron daher wieder in eine zufällige Richtung. Während der mittleren Zeit τ zwischen zwei Stößen wird ein Elektron vom Feld im Mittel auf eine Driftgeschwindigkeit $v_D = a\,\tau$ beschleunigt

$$v_D = a\tau = \frac{F}{m}\tau = \frac{Ee}{m}\tau$$

$$\frac{J}{ne} = v_D = \frac{Ee}{m}\tau \quad \Rightarrow \quad J = \frac{ne^2\tau}{m}E$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \Leftrightarrow \boxed{\rho = \frac{m}{ne^2\tau}}$$

23.7 Elektrische Leistung in Stromkreisen



Die im infinitesimalen Zeitintervall dt zwischen den Anschlussklemmen des Bauteils transportierte Ladung dq ist gegeben durch idt. Diese Ladungsmenge durchläuft einen Potenzialabfall vom Betrag V, sodass ihre elektrische potenzielle Energie um einen Betrag $dU = Vdq = Vidt$ abnimmt.

Nach dem Energieerhaltungssatz muss diese elektrische Energie in eine andere Energieform umgewandelt werden.

Man kann die Leistung, mit der diese Umwandlung vor sich geht, als Umwandlungsrate dU/dt schreiben, und sie ist gegeben durch:

$$\boxed{P = iV}$$

Die Einheit der elektrischen Leistung P das Produkt Volt mal Ampere

$$1V \cdot A = 1\,J/C \cdot 1C/s = 1\,J/s = 1W$$

Die elektrische bzw. mechanische Energie, die in Wärmeenergie umgewandelt oder *dissipiert* wird, ist als nutzbare Arbeit verloren, da die Umwandlung irreversibel ist.

Zur Beschreibung der Energiedissipation in einem Widerstand R oder auch einem anderen elektronischen Bauelement mit ohmschem Widerstand gilt:

$$P = iV = i^2R = V^2/R$$