

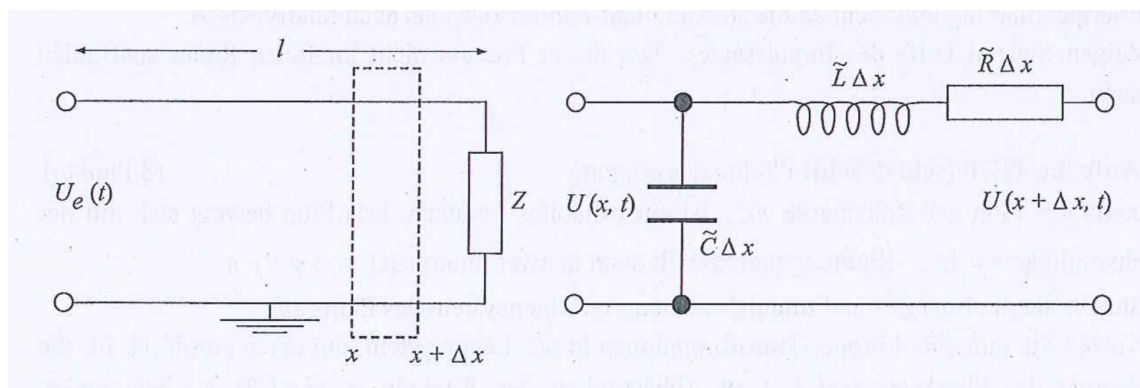
Übungsblatt Probe Klausur [für 90-120 min.]: (50 P.)

Abgabe: 03.02.16

Bitte legen Sie die gelöste Probeklausur am 03.02.16 am Ende der Physik III Vorlesung in die markierte Box („Probeklausur,“). Bitte schreiben Sie den Namen Ihres Gruppenleiters oben auf die 1. Seite.

Aufgabe 1: Wellenausbreitung entlang eines Drahtes[15 P.]

Eine Leitung der Länge l ist an eine Wechselstromquelle $U_e(t) = U_0 e^{-i\omega t}$ und an ein elektrisches Gerät mit dem komplexen Scheinwiderstand (= Impedanz) Z angeschlossen. Die Rückleitung sei geerdet. Der Draht besitze pro Längeneinheit (symbolisiert durch gestrichelte Box in linker Skizze, Zoom in rechter Skizze) die Selbstinduktivität \tilde{L} , Kapazität \tilde{C} und den ohmschen Widerstand \tilde{R} .



- a) [5 P.] Denken Sie sich die Leitung in kleine Stücke Δx zerlegt und benutzen Sie die Kirchhoffschen Gesetze um die Gleichungen

$$\tilde{L} \frac{\partial I}{\partial t} + \tilde{R} I + \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial I}{\partial x} + \tilde{C} \frac{\partial U}{\partial t} = 0$$

durch den Grenzübergang $\Delta x \rightarrow 0$ herzuleiten.

- b) [3 P.] Stellen Sie damit entkoppelte Gleichungen für $I(x, t)$ bzw. $U(x, t)$ auf.
 c) [7 P.] Zeigen Sie, dass die Gleichung für $U(x, t)$ durch den Ansatz

$$U(x, t) = A \exp(i(kx - \omega t)) + B \exp(-i(kx + \omega t))$$

gelöst wird. Wie lautet der zugehörige Strom $I(x, t)$? Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von $k = k' + ik''$ als Funktion von ω unter der Voraussetzung, dass ω und k' positiv sind. Was beschreiben die beiden additiven Terme in $I(x, t)$ bzw. $U(x, t)$?

Aufgabe 2: Dipol [10 P.]

Ein periodisch schwingender Dipol mit der Frequenz ω hat folgendes Vektorpotential:

$$\vec{A}(\vec{r}) = -i \frac{\mu_0 \omega}{4\pi} \frac{e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}}{|\vec{r}|} \vec{d}$$

\vec{d} sei hierbei ein konstantes Dipolmoment.

- a) [4 P.] Ermitteln Sie das Magnetfeld \vec{B} für den Dipol.

- b) [6 P.] Bestimmen Sie mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen das elektrische Feld \vec{E} unter der Annahme, dass es genau wie das Magnetfeld proportional zu $\exp(-i\omega t)$ ist.

Hinweis: Für eine beliebige Funktion $f(r)$ und einen beliebigen Vektor \vec{a} gelten die Formeln:

$$\vec{\nabla} \times (f(r)\vec{a}) = \frac{\vec{r} \times \vec{a}}{r} \frac{\partial f(r)}{\partial r},$$

$$\vec{\nabla} \times (f(r)\vec{r} \times \vec{a}) = -\vec{a} \left(\left(2 + r \frac{\partial}{\partial r} \right) f(r) \right) + \vec{r} \left((\vec{r} \cdot \vec{a}) \frac{1}{r} \frac{\partial f(r)}{\partial r} \right)$$

wobei $r = |\vec{r}|$.

Aufgabe 3: Reflexion [12P.]

Auf einen idealen, ebenen Metallspiegel, dessen Lage durch den Normalenvektor $\vec{n} = -\vec{e}_z$ gegeben ist, falle eine ebene Welle mit $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t))$ ein. Die reflektierte Welle sei durch $\vec{E}' = \vec{E}'_0 \exp(i(\vec{k}' \cdot \vec{r} - \omega t))$ gegeben.

- a) [3 P.] Betrachten Sie den senkrechten Einfall mit $\vec{k} = k\vec{e}_z$ und $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_x$. Wie lauten in diesem Fall \vec{k}' und \vec{E}'_0 ? Berechnen Sie das gesamte elektrische Feld $\vec{E}_g = \vec{E} + \vec{E}'$.
- b) [4 P.] Berechnen Sie das zu \vec{E}_g gehörige Magnetfeld \vec{B}_g .
- c) [5 P.] Wie lauten Energiedichte und Energiestromdichte (Poynting-Vektor)? Berechnen Sie auch die zeitlich gemittelte Energiedichte und den zeitlich gemittelten Poynting-Vektor.

Hinweis: Denken Sie daran, die reellen Felder zu benutzen.

Folgende Integrale könnten hilfreich sein:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx = \pi, \quad \int_0^{2\pi} \sin x \cos x dx = 0.$$

Aufgabe 4: (TE) Elektrische und magnetische Felder eines relativistischen Elektrons [13 P.]

Ein Elektron bewegt sich mit der Geschwindigkeit v in z -Richtung. Das Elektron ist von dem Detektorsystem DORIS (Dynamo-Optisches Ringdetektor-System), d.h. einem (unendlich dünnen) Detektor-Ring mit dem Radius R umgeben, welcher elektrische und magnetische Felder misst. Der Detektor-Ring liegt in der xy -Ebene und bewegt sich auch mit der Geschwindigkeit v in z -Richtung,

- a) [6 P.] Stellen Sie die Formeln für die Lorentz-Transformation der Komponenten der elektromagnetischen Felder \vec{E} und \vec{B} auf für den Spezialfall, dass die Bewegung in z -Richtung stattfindet.

Hinweis: Die Lorentz-Transformation für den elektrischen Feldtensor lautet $F'^{\mu\nu} = L^\mu_\alpha L^\nu_\beta F^{\alpha\beta}$ mit dem Feldstärketensor $F^{\mu\nu}$ und der Lorentz-Transformation L^μ_ν . In Matrixschreibweise gilt:

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{c}E_x & -\frac{1}{c}E_y & -\frac{1}{c}E_z \\ \frac{1}{c}E_x & 0 & -B_z & B_y \\ \frac{1}{c}E_y & B_z & 0 & -B_x \\ \frac{1}{c}E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad L^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$$

mit $\beta = v/c$ und $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$.

- b) [2 P.] Welche Feldstärken werden am Ort des Detektor-Rings im Ruhesystem des Elektrons gemessen?
- c) [5 P.] Welche Feldstärken werden am Ort des Detektor-Rings im Laborsystem gemessen?