

Blatt 2

Aufgabe 2: Das Heun-Verfahren

Betrachten Sie die Anfangswertaufgabe

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = v_0 \quad (1)$$

auf dem Intervall $t \in [0, T]$.

a) Das erste Integrall der Bewegung für Gl. (1) ist gegeben durch

$$I_1 = \frac{1}{2}\dot{x}^2 + \frac{1}{2}\omega^2x^2,$$

Zeichnen Sie die Phasenraumtrajektorien für verschiedene Werte von I_1 sowie das Vektorfeld.

Betrachten Sie nun den Fall $\omega = 1$, $v_0 = 1$ und berechnen Sie im Intervall $t \in [0, 20\pi]$ die Näherungslösungen

- nach der Methode von Euler mit $h = \{0.05, 0.025, 0.001\}$;
- nach der Methode von Heun mit $h = 0.05$.

Interpretieren Sie die Ergebnisse.