

## Blatt 2

### Aufgabe 2: Das Heun-Verfahren

Betrachten Sie die Anfangswertaufgabe

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = v_0 \quad (1)$$

auf dem Intervall  $t \in [0, T]$ .

a) Das erste Integral der Bewegung für Gl. (1) ist gegeben durch

$$I_1 = \frac{1}{2} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \omega^2 x^2,$$

Zeichnen Sie die Phasenraumtrajektorien für verschiedene Werte von  $I_1$  sowie das Vektorfeld.

Betrachten Sie nun den Fall  $\omega = 1$ ,  $v_0 = 1$  und berechnen Sie im Intervall  $t \in [0, 20\pi]$  die Näherungslösungen

a) nach der Methode von Euler mit  $h = \{0.05, 0.025, 0.001\}$ ;

b) nach der Methode von Heun mit  $h = 0.05$ .

Interpretieren Sie die Ergebnisse.