

Blatt 8

Aufgabe 1: Das einfache Schießverfahren

Lösen Sie die nichtlineare Randwertaufgabe

$$\begin{aligned}x''(t) &= \frac{3}{2}x(t)^2, \\ x(0) &= 4, \quad x(1) = 1\end{aligned}\tag{1}$$

auf dem Intervall $t \in [0, 1]$ mit Hilfe vom einfachen Schießverfahren.

Hinweis: Variieren Sie den freien Anfangswert s im Bereich $s \in [-100, 0]$.

Aufgabe 2: Das einfache Schießverfahren

Betrachtet wird die nichtlineare Randwertaufgabe vierter Ordnung

$$x^{(4)}(t) - (1 + t^2)x''(t)^2 + 5x(t)^2 = 0, \quad t \in [0, 1]\tag{2}$$

mit

$$x(0) = 1, \quad x'(0) = 0, \quad x''(1) = -2, \quad x'''(1) = -3.$$

Lösen Sie Gl. (2) mit Hilfe von dem einfachen Schießverfahren.

Aufgabe 3: Eigenwertprobleme mit Schießverfahren

Betrachten Sie die lineare Eigenwertaufgabe

$$x'' + \lambda x = 0, \quad x(0) = x(1) = 0, \quad x'(0) = 1\tag{3}$$

auf dem Zeitintervall $t \in [0, 1]$. Lösen Sie Gl. (3) mit Hilfe von dem einfachen Schießverfahren. Die Anfangswerte des Parameters s sind $s = \{0.5, 50, 100\}$.

Aufgabe 4: Differenzenverfahren

Gegeben sei eine lineare Randwertaufgabe

$$\begin{aligned}-x''(t) - (1 + t^2)x(t) &= 1, \\ x(-1) &= x(1) = 0,\end{aligned}$$

$t \in [-1, 1]$. Bestimmen Sie Näherungslösungen der Gleichung mit Hilfe der Differenzenmethode.