

**Blatt 9**

**Aufgabe 1: Advektionsgleichung**

Betrachten Sie das Anfangswertproblem für eine eindimensionale Advektionsgleichung

$$\begin{aligned}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + c \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= 0, \\ u(x,0) &= u_0.\end{aligned}\tag{1}$$

mit der Geschwindigkeit  $c > 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Die analytische Lösung ist  $u(x,t) = u_0(x - ct)$ . Lösen Sie Gl. (1) für  $c = 0.5$  auf dem Intervall  $x \in [0, 10]$

a) mit dem „Upwind“-Verfahren und periodischen Randbedingungen. Die Anfangsbedingung ist

$$u(x,0) = u_0 = \exp(-(x-5)^2),$$

$\Delta x = 0.1$  und  $\Delta t = 0.05$ . Führen Sie die von Neumann'sche Stabilitätsanalyse durch.

b) mit dem Verfahren von Lax und periodischen Randbedingungen. Die Anfangsbedingung ist

$$u_0 = \exp(-10(x-2)^2).$$

Führen Sie die von Neumann'sche Stabilitätsanalyse durch.

c) mit dem Lax-Wendroff Verfahren und periodischen Randbedingungen. Die Anfangsbedingung ist

$$u_0 = \exp(-10(x-2)^2).$$

Führen Sie die von Neumann'sche Stabilitätsanalyse durch.