

**Blatt 4****Aufgabe 1: Pohlsches Rad**

Betrachtet wird die Bewegungsgleichung für das angetriebene, gedämpfte, nichtlineare Drehpendel

$$J \ddot{\varphi} + K \dot{\varphi} + D \varphi - N \sin(\varphi) = \hat{F} \sin(\omega t),$$

wobei  $\varphi$  die Auslenkung des Rades beschreibt.  $J$  ist Trägheitsmoment,  $D$  ist die Direktionskonstante der Spiralfeder,  $K$  ist die Dämpfungskonstante,  $\hat{F}$  und  $\omega/2\pi$  stehen für die Amplitude und die Frequenz der Anregung. Lösen Sie die Bewegungsgleichung mit dem klassischen RK4 Verfahren für

- a)  $\omega = 2.5$  (Periode 1);                      b)  $\omega = 2.32$  (Periode 2);  
 c)  $\omega = 2.3$  (Periode 4);                      d)  $\omega = 2.25$  (Chaos);

Stellen Sie eine Return-Map für jeden der Fälle a)–d) auf, indem Sie Maxima  $\varphi_{max}(n)$  (oder Minima) der Schwingung bestimmen und  $\varphi_{max}(n+1)$  gegen  $\varphi_{max}(n)$  auftragen.

Parameter:

$$\frac{K}{J} = 0.799, \quad \frac{D}{J} = 9.44, \quad \frac{N}{J} = 14.68, \quad \frac{\hat{F}}{J} = 2.1.$$

**Aufgabe 2: Lorenz-System**

Betrachten Sie das Lorenz-System von drei gekoppelten, nichtlinearen gewöhnlichen Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned}$$

$\sigma > 0$  ist die Prandtl Zahl,  $b > 0$  ist ein Maß für die Zellengeometrie und  $r > 0$  ist die sog. relative Rayleighzahl, die als Kontrollparameter verwendet wird. Lösen Sie das Lorenz-System mit dem klassischen RK4 Verfahren für

- a)  $r = 0.5$ ,      b)  $r = 3$ ,      c)  $r = 16$ ,      d)  $r = 25$ .

Stellen Sie eine Lorenz-Map für den Fall d) auf, indem Sie Maxima  $z_{max}(n)$  der Funktion  $z(t)$  bestimmen und  $z_{max}(n+1)$  gegen  $z_{max}(n)$  auftragen.

Parameter:  $\sigma = 10$ ,  $b = 8/3$ .