

Blatt 9

Aufgabe 1: Eindimensionale Wellengleichung

Betrachten Sie das Anfangswertproblem für eine eindimensionale Wellengleichung:

$$u_{tt} = 4u_{xx} \quad \text{auf } x \in [0, L], \quad t \in [0, T] \tag{1}$$

mit

$$u(0, t) = 0 \quad u(L, t) = 0,$$

und

$$u(x, 0) = f(x) = \sin(\pi x), \quad \text{and} \quad u_t(x, 0) = g(x) = 0.$$

a) Lösen Sie Gl. (2) numerisch mit Hilfe der expliziten Methode. Führen Sie erst die von Neumann'sche Stabilitätsanalyse durch.

Space interval	L=10
Space discretization step	Δx = 0.1
Time discretization step	Δt = 0.05
Amount of time steps	T = 20

b) Lösen Sie nun Gl. (2) mit Anfangsbedingung

$$u(x, 0) = f(x) = 0 \quad \text{and} \quad u_t(x, 0) = g(x) = \begin{cases} 0, & x \in [0, x_1], \\ g_0, & x \in [x_1, x_2], \\ 0, & x \in [x_2, L]. \end{cases}$$

Initial velocity	g ₀ =0.5
Initial space intervals	x ₁ = L/4, x ₂ = 3L/4
Space interval	L=10
Space discretization step	Δx = 0.1
Time discretization step	Δt = 0.05
Amount of time steps	T = 400

Aufgabe 2: Eindimensionale Wellengleichung für eine schwingende Saite

Lösen Sie eine eindimensionale Wellengleichung:

$$u_{tt} = c^2 u_{xx} \quad \text{auf } x \in [0, L], \quad t \in [0, T] \tag{2}$$

für c = 1 mit Hilfe der expliziten Methode mit

$$u(0, t) = 0 \quad u(L, t) = 0,$$

und

$$u(x, 0) = f(x) = \sin(n\pi x/L), \quad \text{and} \quad u_t(x, 0) = g(x) = 0, \quad n = 1, 2, \dots, 6.$$

Space interval	L=1
Space discretization step	Δx = 0.01
Time discretization step	Δt = 0.0025
Amount of time steps	T = 2000