

Blatt 8

Aufgabe 1: Nichtviskose Burgersgleichung

Betrachten Sie das Anfangswertproblem für eine eindimensionale nichtviskose Burgersgleichung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + u(x,t) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} &= 0, \\ u(x,0) &= u_0(x). \end{aligned} \tag{1}$$

- a) Lösen Sie Gl. (1) mit Hilfe der Methode der Charakteristiken;
- b) Lösen Sie Gl. (1) numerisch mit Hilfe des Upwind- oder Lax-Wendroff-Verfahrens.

Space interval	L=10
Initial condition	$u_0(x) = \exp(-(x-3)^2)$
Space discretization step	$\Delta x = 0.05$
Time discretization step	$\Delta t = 0.05$
Amount of time steps	T = 36

Betrachten Sie nun das Riemann Problem, d.h. die Gl. (1) mit der folgenden Anfangs-Diskontinuität bei $x = L/2$:

$$u_0(x) = \begin{cases} u_l, & x < L/2, \\ u_r, & x \geq L/2. \end{cases}$$

- c) Lösen Sie das Riemann-Problem numerisch mit Hilfe des Upwind- oder Lax-Wendroff-Verfahrens für $u_l = 0.8, u_r = 0.2$.
- d) Lösen Sie das Riemann-Problem numerisch mit Hilfe des Upwind- oder Lax-Wendroff-Verfahrens für $u_l = 0.2, u_r = 0.8$.