

Blatt 5**Aufgabe 1: Prädiktor-Korrektor-Verfahren**

Betrachtet wird die Anfangswertaufgabe

$$\dot{x} = t^2 - x, \quad x_0 := x(0) = 1, \quad t \in [0, 5]. \quad (1)$$

Die analytische Lösung ist

$$x(t) = t^2 - 2t + 2 - e^{-t}.$$

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe (1) mit Hilfe von Adams-Bashforth-Moulton-Methode. Die Schrittweite $h = 0.05$. Die Startwerte x_1 , x_2 and x_3 können mit dem klassischen RK4 Verfahren berechnet werden.

Aufgabe 2: Das lineare Schießverfahren

Betrachten Sie die lineare Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} x''(t) &= \frac{2t}{1+t^2} x'(t) - \frac{2}{1+t^2} x(t) + 1, & t \in [0, 4] \\ x(0) &= 1.25, & x(1) = -0.95. \end{aligned} \quad (2)$$

Lösen Sie Gl. (2) mit Hilfe von dem linearen Schießverfahren.

Aufgabe 3: Das einfache Schießverfahren

Lösen Sie die nichtlineare Randwertaufgabe

$$\begin{aligned} x''(t) &= \frac{3}{2} x(t)^2, \\ x(0) &= 4, & x(1) = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

auf dem Intervall $t \in [0, 1]$ mit Hilfe vom einfachen Schießverfahren.

Hinweis: Variieren Sie den freien Anfangswert s im Bereich $s \in [-100, 0]$.

Aufgabe 4: Das einfache Schießverfahren

Betrachtet wird die nichtlineare Randwertaufgabe vierter Ordnung

$$x^{(4)}(t) - (1+t^2)x''(t)^2 + 5x(t)^2 = 0, \quad t \in [0, 1] \quad (4)$$

mit

$$x(0) = 1, \quad x'(0) = 0, \quad x''(1) = -2, \quad x'''(1) = -3.$$

Lösen Sie Gl. (4) mit Hilfe von dem einfachen Schießverfahren.

Aufgabe 5: Eigenwertprobleme mit Schießverfahren

Betrachten Sie die lineare Eigenwertaufgabe

$$x'' + \lambda x = 0, \quad x(0) = x(1) = 0, \quad x'(0) = 1 \quad (5)$$

auf dem Zeitintervall $t \in [0, 1]$. Lösen Sie Gl. (5) mit Hilfe von dem einfachen Schießverfahren. Die Anfangswerte des Parameters s sind $s = \{0.5, 50, 100\}$.