

Blatt 1

Aufgabe 1: Das explizite Euler-Verfahren

Betrachten Sie das Anfangswertproblem

$$\frac{dx}{dt} = x, \quad x(0) = 1. \quad (1)$$

Lösen Sie die Gleichung (1) mit Hilfe vom expliziten Euler-Verfahren im Intervall $t \in [0, 1]$ mit vier verschiedenen Schrittweiten $h = \{0.1, 0.01, 0.001, 0.0001\}$. Berechnen Sie den globalen Diskretisierungsfehler für verschiedene h 's.

Aufgabe 2: Stabilität des expliziten Euler-Verfahrens

Betrachten Sie nun das nichtlineare Anfangswertproblem

$$\frac{dx}{dt} = t - x^2, \quad x(0) = x_0. \quad (2)$$

Lösen Sie die Gleichung (2) mit Hilfe vom expliziten Euler-Verfahren im Intervall $t \in [0, T]$ mit der Schrittweite h .

a) $T = 9$, $h = 0.05$, $x_0 = \{-0.7, 0.0, 1.0, 3.0\}$;

b) $T = 900$, $h = 0.05$, $x_0 = 0$;

c) $T = 900$, $h = 0.025$, $x_0 = 0$;

Interpretieren Sie das Ergebniss.

Aufgabe 3: Harmonischer Oscillator ohne Dämpfung

Bestimmen Sie die exakte Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = v_0 \quad (3)$$

Betrachten Sie nun den Fall $\omega = 1$, $v_0 = 1$ und berechnen Sie im Intervall $t \in [0, 20\pi]$ die Näherungslösungen nach der Methode von Euler mit den Schrittweiten $h = \{0.05, 0.025, 0.001\}$. Interpretieren Sie die Ergebnisse.