

## Blatt 1

### Aufgabe 1: Das explizite Euler-Verfahren

Betrachten Sie das Anfangswertproblem

$$\frac{dx}{dt} = x, \quad x(0) = 1. \quad (1)$$

Lösen Sie die Gleichung (1) mit Hilfe vom expliziten Euler-Verfahren im Intervall  $t \in [0, 1]$  mit vier verschiedenen Schrittweiten  $h = \{0.1, 0.01, 0.001, 0.0001\}$ . Berechnen Sie den globalen Diskretisierungsfehler für verschiedene  $h$ 's.

### Aufgabe 2: Stabilität des expliziten Euler-Verfahrens

Betrachten Sie nun das nichtlineare Anfangswertproblem

$$\frac{dx}{dt} = t - x^2, \quad x(0) = x_0. \quad (2)$$

Lösen Sie die Gleichung (2) mit Hilfe vom expliziten Euler-Verfahren im Intervall  $t \in [0, T]$  mit der Schrittweite  $h$ .

a)  $T = 9$ ,  $h = 0.05$ ,  $x_0 = \{-0.7, 0.0, 1.0, 3.0\}$ ;

b)  $T = 900$ ,  $h = 0.05$ ,  $x_0 = 0$ ;

c)  $T = 900$ ,  $h = 0.025$ ,  $x_0 = 0$ ;

Interpretieren Sie das Ergebnis.

### Aufgabe 3: Harmonischer Oscillator ohne Dämpfung

Bestimmen Sie die exakte Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = v_0 \quad (3)$$

Betrachten Sie nun den Fall  $\omega = 1$ ,  $v_0 = 1$  und berechnen Sie im Intervall  $t \in [0, 20\pi]$  die Näherungslösungen nach der Methode von Euler mit den Schrittweiten  $h = \{0.05, 0.025, 0.001\}$ . Interpretieren Sie die Ergebnisse.