

Aufgabe 1: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung in 1D

Lösen Sie die eindimensionale komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung

$$\partial_t A = (1 + i\alpha) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + A - (1 + i\beta) |A|^2 A$$

$A = A(x, t)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet L . Benutzen Sie ein *Exponential Time Differencing* Verfahren zweiter Ordnung (ETD2) für die Zeitintegration. Betrachten Sie die Fälle:

a) Ebene Wellen:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (1, 2)$
Grundgebiet	$L = [-50, 50]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$

b) Benjamin-Feir-Instabilität:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (1, 2)$
Grundgebiet	$L = [-50, 50]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = \sqrt{1 - \left(\frac{20\pi}{L}\right)^2} \exp(i \frac{20\pi}{L} x) + \text{Rauschen}$

c) Phasen-Turbulenz:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (2, -1)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = 1 + \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$

d) Defekt-Turbulenz:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (2, -2)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = 1 + \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$

e) Intermittenz:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (0.5, -1.5), \quad (0, -4)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = \text{sech}((x + L/4)^2) + 0.8 * \text{sech}((x - L/4)^2) + \text{Rauschen}$

f) Kohärente Strukturen:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (0, 1.5)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$

Aufgabe 2: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung in 2D

Lösen Sie die zweidimensionale komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung

$$\partial_t A = (1 + i\alpha)\Delta A + A - (1 + i\beta)|A|^2 A$$

$A = A(x, y, t)$ mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet Ω . Benutzen Sie ein *Exponential Time Differencing* Verfahren zweiter Ordnung (ETD2) für die Zeitintegration.

a) "Frosen States":

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (0, 1.5)$
Grundgebiet	$\Omega = [-100, 100] \times [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 256$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = 1 + \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$