

**Aufgabe 1: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung in 1D**

Lösen Sie die eindimensionale komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung

$$\partial_t A = (1 + i\alpha) \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + A - (1 + i\beta)|A|^2 A$$

$A = A(x, t)$  mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet  $L$ . Benutzen Sie ein *Exponential Time Differencing* Verfahren zweiter Ordnung (ETD2) für die Zeitintegration. Betrachten Sie die Fälle:

a) Ebene Wellen:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Konstanten} & (\alpha, \beta) = (1, 2) \\ \text{Grundgebiet} & L = [-50, 50] \\ \text{Zeitschritt} & h = 0.05 \\ \text{Anzahl der Gitterpunkte} & N = 512 \\ \text{Anfangsbedingung} & A(x, 0) = \text{Rauschen der Amplitude 0.01} \end{array} \right\}$$

b) Benjamin-Feir-Instabilität:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Konstanten} & (\alpha, \beta) = (1, 2) \\ \text{Grundgebiet} & L = [-50, 50] \\ \text{Zeitschritt} & h = 0.05 \\ \text{Anzahl der Gitterpunkte} & N = 512 \\ \text{Anfangsbedingung} & A(x, 0) = \sqrt{1 - \left(\frac{20\pi}{L}\right)^2} \exp\left(i \frac{20\pi}{L} x\right) + \text{Rauschen} \end{array} \right\}$$

c) Phasen-Turbulenz:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Konstanten} & (\alpha, \beta) = (2, -1) \\ \text{Grundgebiet} & L = [-100, 100] \\ \text{Zeitschritt} & h = 0.05 \\ \text{Anzahl der Gitterpunkte} & N = 512 \\ \text{Anfangsbedingung} & A(x, 0) = 1 + \text{Rauschen der Amplitude 0.01} \end{array} \right\}$$

d) Defekt-Turbulenz:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (2, -2)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = 1 + \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$

e) Intermittenz:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (0.5, -1.5), (0, -4)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = \text{sech}((x + L/4)^2) + 0.8 * \text{sech}((x - L/4)^2) + \text{Rauschen}$

f) Kohärente Strukturen:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (0, 1.5)$
Grundgebiet	$L = [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 512$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$

## Aufgabe 2: Komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung in 2D

Lösen Sie die zweidimensionale komplexe Ginzburg-Landau-Gleichung

$$\partial_t A = (1 + i\alpha) \Delta A + A - (1 + i\beta) |A|^2 A$$

$A = A(x, y, t)$  mit Hilfe des Pseudospektralverfahrens auf dem Grundgebiet  $\Omega$ . Benutzen Sie ein *Exponential Time Differencing* Verfahren zweiter Ordnung (ETD2) für die Zeitintegration.

a) ”Frozen States”:

Konstanten	$(\alpha, \beta) = (0, 1.5)$
Grundgebiet	$\Omega = [-100, 100] \times [-100, 100]$
Zeitschritt	$h = 0.05$
Anzahl der Gitterpunkte	$N = 256$
Anfangsbedingung	$A(x, 0) = 1 + \text{Rauschen der Amplitude } 0.01$