

Aufgabe 5a: Advektionsgleichung

Betrachten Sie das Anfangswertproblem für eine eindimensionale Advektionsgleichung

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} + c \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0. \quad (2)$$

mit der Geschwindigkeit $c > 0$, $x \in \mathbb{R}$.

Lösen Sie Gl. (1) mit „Upwind“-Verfahren und periodischen Randbedingungen. Die analytische Lösung ist $u(x, t) = u_0(x - ct)$.

Aufgabe 5b: Stabilitätsanalyse

Betrachtet wird die eindimensionale Wellen-Gleichung

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}.$$

Führen Sie die Von Neumann'sche Stabilitätsanalyse durch.