

FACHBEREICH 11: PHYSIK

SEMINARVORTRAG IM INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

Dunkle Energie

Florian HERRMANN

2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Kosmologie in einem beschleunigten Universum	4
2.1	Dichte und Krümmung	5
2.2	Dichte und Skalenfaktor	6
2.3	Dichte und Abbremsparameter bzw. Beschleunigung	7
3	Evidenzen	9
3.1	Supernovae Typ Ia	9
3.2	Mikrowellenhintergrund	11
3.3	Weitere Evidenzen	11
3.4	Parameterbereich	12
4	Erklärungsmodelle	15
4.1	Die kosmologische Konstante als Vakuumenergie	15
4.2	Dynamische Modelle	16
4.2.1	Quintessenz	16
4.2.2	Phantom- und Quintom-Modelle	17
4.2.3	Chaplygin Gas	18
4.3	Weitere Modelle	18
5	Zusammenfassung	19

Kapitel 1

Einleitung

Die als „Dunkle Energie“ bezeichnete Größe soll nach den gängigen Modellen der Kosmologie (Λ CDM) den Großteil der gegenwärtigen Dichte des Universums ausmachen, wie es in Abbildung 1.1 zu sehen ist. Trotz dieses bedeutenden Anteils von $\approx 70\%$ und, wie im Folgenden aufgezeigt wird, ihrem nicht unwesentlichen kosmologischen Einfluss ist sie erst 1998 im eigentlichen Sinne entdeckt worden und es bleibt bis heute unklar, wie sie physikalisch zu interpretieren ist.

Ihre Entdeckung geht auf die Untersuchung zweier Forschungsteams, dem *High Z supernova search team* und dem *Supernova cosmology project*, zurück, welche aus den Daten von Supernovae des Typs Ia auf eine beschleunigte Expansion des Universums schlossen. Diese ließ sich mit Hilfe der Friedmann-Gleichungen und den bekannten Bestandteilen des Universums (und unter Absehung von der kosmologischen Konstante) jedoch nicht erklären, sodass die auf Albert Einstein zurückgehende kosmologische Konstante bzw. eine Energiedichte mit der speziellen Eigenschaft eines *negativen Drucks* eingeführt werden musste, um die Daten angemessen zu beschreiben. Die leitenden Verantwortlichen der beiden Forschungsteams, Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt und Adam Riess, wurden 2011 für ihre Entdeckung mit dem Nobelpreis geehrt. Dennoch bleibt auch 15 Jahre nach dieser Entdeckung noch fraglich, worum es sich bei dieser neu eingeführten Größe eigentlich handelt.

In den folgenden Ausführungen, die auf einen Seminarvortrag an der Universität Münster im Januar 2014 zurückgehen, werden zunächst die theoretischen Grundlagen skizziert, d.h. der Einfluss dieses zusätzlichen Terms in den Friedmann-Gleichungen nachgezeichnet und charakteristische Zusammenhänge zwischen dessen Dichte und der Raumkrümmung, dem Skalenfaktor sowie der Beschleunigung des Universums aufgezeigt.

Darauf aufbauend werden die wesentlichen Evidenzen für die Existenz der „Dunkle Energie“ herausgearbeitet und der Parameterraum mit Hilfe der aktuellen Daten (2013) der Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) und des Planck-Weltraumteleskops (Planck) ausgewertet.

Anschließend werden die vorrangigen Erklärungsmodelle skizziert und diskutiert, wobei Modell, die vertiefende Kenntnisse der Supersymmetry (SUSY), der String- und Branenkosmologie voraussetzen, nur angedeutet werden können.

Die Ausführungen folgen dabei im Wesentlichen zwei Einführungen von Sean Car-

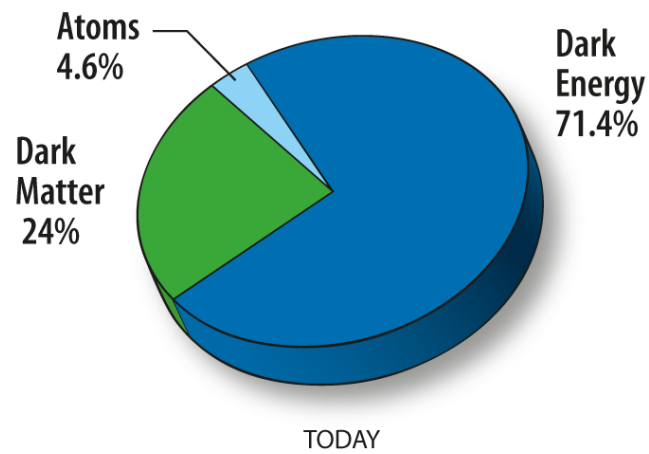


Abb. 1.1: Schematische Darstellung der Materiebestandteile anhand der 9 Jahres WMAP Daten (aus <http://map.gsfc.nasa.gov/media/121236/index.html>, 26.01.2014).

roll [1,2], einer umfassenderen Besprechung bei Varun Sahni [7] und einem umfangreichen Überblick über den Stand der Diskussion durch Li u.a. [5].

Kapitel 2

Kosmologie in einem beschleunigten Universum

Die raumzeitliche Beschreibungen der Kosmologie ist ein eigenständiges Themengebiet, sodass hier nur auf die für die Thematik relevanten Aspekte Bezug genommen wird (für weitere Ausführungen siehe Vortrag S. Schmiemann). Unter der Annahme eines homogenen und isotropen Universums wird die **Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Metrik (FLRW-Metrik)**:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (2.1)$$

(r, θ, ϕ sphärische Koordinaten, κ Krümmung, $a(t)$ Skalenfaktor) als Lösung der **einsteinschen Feldgleichung** herangezogen

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

($R_{\mu\nu}$ (Ricci-)Krümmungstensor, R (Ricci-)Krümmungsskalar, $T_{\mu\nu}$ Energie-Impuls-Tensor, Λ kosmologische Konstante).

Exkurs: Die kosmologische Konstante

Die kosmologische Konstante Λ in der Einstein Gleichung (2.2) hat eine wechselvolle Geschichte hinter sich. Sie ist zunächst als lorentzinvariante Integrationskonstante Teil der Feldgleichungen. Von Alber Einstein selbst wurde sie vor allem dazu verwendet, ein stationäres Universums zu gewährleisten, was nach der Entdeckung der Expansion des Universums wiederum aufgegeben werden musste. Ein erste Renaissance erfuhr die sonst häufig als $\Lambda = 0$ behandelte Größe in den 60er Jahren unter dem Einfluss der Quantenfeldtheorie bzw. dem Versuch Vakuumfluktuationen mit ihr zu beschreiben. Da die so prognostizierte Werte jedoch um Größenordnungen abwichen, fristete die kosmologische Konstante ein Schattendasein, bis sie mit der Entdeckung der beschleunigten Expansion als mögliche Erklärung der Dunklen Energie wieder in das Zentrum der Aufmerksamkeit gerückt ist. Zwar berufen sich nicht alle Erklärungsmodelle auf diese Konstante, doch vereinfacht eine Herleitung der

wesentlichen Gleichungen unter ihrer Berücksichtigung die folgenden Überlegungen. Sie kann dann im Nachhinein – und dies müsste ohnehin jedes Modell leisten – gleich Null gesetzt werden und die entsprechenden Energiedichten können aus anderen Zusammenhängen, etwa Skalarfeldern, abgeleitet werden.

Betrachtet man die Bestandteile des Universums im wesentliche als vollkommene Flüssigkeiten, so nimmt der Energie-Impuls-Tensor die Diagonalgestalt

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(-\rho c^2, p, p, p) \quad (2.3)$$

an, wobei ρ die jeweilige Dichte und p der jeweilige Druck ist. Ausnutzung der genannten Beziehungen führt schließlich auf die **Friedmann-Gleichungen**

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{\kappa c^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.5)$$

wobei die zweite der Gleichungen auch als *Beschleunigungsgleichung* bekannt ist. Diese beiden Gleichungen stellen das Grundgerüst der nachfolgenden Überlegungen und deuten bereits Zusammenhänge zwischen Dichten und der Krümmung κ , dem Skalenfaktor a und der Beschleunigung $\ddot{a}$ an.

2.1 Dichte und Krümmung

Es bietet sich an, den durch die kosmologische Konstante beschriebenen Einfluss als Beitrag einer zusätzlichen Dichte zu betrachten und so beide Anteile in der Friedmann-Gleichung (2.4) zusammenzufassen:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho + \rho_\Lambda) - \frac{\kappa c^2}{a^2}, \quad (2.6)$$

mit

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (2.7)$$

Weiterhin sind für die Beschreibung des Universums die absoluten Dichten weniger wichtig als ihr Verhältnis untereinander bzw. zu einer normierten Größe, wofür die kritische Dichte ρ_c gewählt wird, welche einem flachen Universum ($\kappa = 0$) entspricht. Die Bestandteile des Universums werden somit durch Dichteparameter

$$\Omega_i = \rho_i / \rho_c, \quad (2.8)$$

mit

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (2.9)$$

beschrieben, woraus sich folgender Zusammenhang ergibt:

$$(\Omega + \Omega_\Lambda) - 1 = \Omega_{\text{tot}} - 1 = \frac{\kappa c^2}{H^2 a^2}. \quad (2.10)$$

Hieran wird der Zusammenhang zwischen Dichteparameter und Krümmung deutlich. $\Omega_{\text{tot}} = 1$ entspricht einem flachen Universum. Abweichungen nach oben bzw. unten entsprechen einer positiven bzw. negativen Krümmung der Raum-Zeit.

2.2 Dichte und Skalenfaktor

Die Betrachtung der Bestandteile des Universums als ideale Flüssigkeiten wie zuvor führt unter Ausnutzung der Energieerhaltung auf die (auch als „Flüssigkeitsgleichung“ bekannte) Gleichung

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w)\frac{\dot{a}}{a}, \quad (2.11)$$

wobei die Zustandsgleichung

$$w = \frac{p}{\rho} \quad (2.12)$$

verwendet wurde. Integration von (2.11) führt auf

$$\rho \propto a^{-3(1+w)} = \begin{cases} a^{-3} & \text{für } w = 0 \text{ (Materie)} \\ a^{-4} & \text{für } w = 1/3 \text{ (Strahlung)} \\ 1 & \text{für } w = -1 \text{ (\Lambda-Term)} \end{cases} \quad (2.13)$$

Die Materie kann im wesentlichen als druckloser Staub $w = 0$ behandelt werden, wohingegen ein Strahlungsdruck von $w = \frac{1}{3}$ zu berücksichtigen ist. Dieser Unterschied drückt sich in der zeitlichen Entwicklung der beiden Bestandteile aus, nämlich das ein frühes, strahlungsdominiertes Universum früher oder später in unser heutiges, materiedominiertes Universum übergeht. Die Zustandsfunktion der kosmologischen Konstante folgt aus dem konstanten Ausdruck für die Dichte

$$\rho_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G} = -p_{\Lambda}, \quad (2.14)$$

welcher keine Abhängigkeit vom Skalenfaktor zulässt und somit $w = -1$ impliziert. Zugleich wird so ein „negative Druck“ der Dunklen Energie eingeführt, welcher im Wesentlichen den Zusammenhang ausdrückt, dass eine räumlich und zeitlich konstante Dichte bei zeitgleicher Expansion des Universums Energie gewinnt anstatt Volumenarbeit zu verrichten.

Die hier verwendete Annahme einer konstanten Dichte der kosmologischen Konstante und einer konstanten Zustandsfunktion mit $w = -1$ ist jedoch nicht die einzige mögliche Deutung (siehe 4.2).

Betrachtet man die zeitliche Entwicklung der Bestandteile unter zusätzlichen Berücksichtigung des neuen Terms, so ergibt sich in etwa der in Abbildung 2.1 angedeutete Zusammenhang: Während die Dunkle Energie im frühen Universum einen verschwindenden Anteil ausmachte, wird sie früher oder später die Dichtebestandteile dominieren.

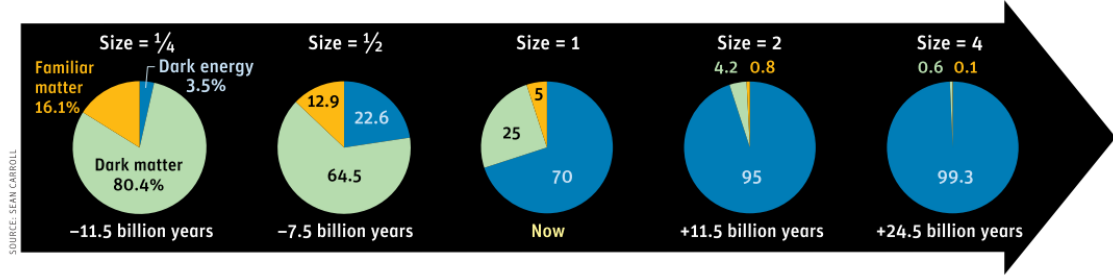


Abb. 2.1: Zeitlicher Verlauf der Bestandteile der Dichte für $\Lambda = \text{const.}$ bzw. für $w = -1 = \text{const.}$ Die Größe des Universums ist relativ zur heutigen auf 1 normierten Größe angegeben (aus [2]).

2.3 Dichte und Abbremsparameter bzw. Beschleunigung

Die Entdeckung der Dunklen Energie basierte auf der Beobachtung der beschleunigten Expansion des Universums, welche durch den Abbremsparameter

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} = -\frac{\ddot{a}}{a} \frac{1}{H^2} \quad (2.15)$$

beschrieben wird, welcher den Term zweiter Ordnung der Taylor-Entwicklung des Skalenfaktors darstellt.

Mit Hilfe der Beschleunigungsgleichung (2.5), der Zustandsgleichung (2.12) und dem Ausdruck für die kritische Dichte (2.9) folgt

$$q = \sum_i \frac{1 + 3w_i}{2} \Omega_i. \quad (2.16)$$

D.h. es ergibt sich ein Zusammenhang zwischen der Beschleunigung des Universums und den Dichteanteilen und ihre Zustandsfunktionen. Für einen negativen Abbremsparameter, d.h. eine positive Beschleunigung, muss mindestens eine Zustandsfunktion mit $w < -\frac{1}{3}$ vorliegen. Im einfachsten Fall der kosmologischen Konstante mit $w = -1$ ist dies offensichtlich erfüllt. Für diesen Fall sind in Abbildung 2.2 für unterschiedliche Dichteanteile die jeweiligen Entwicklungen des Universums aufgezeigt.

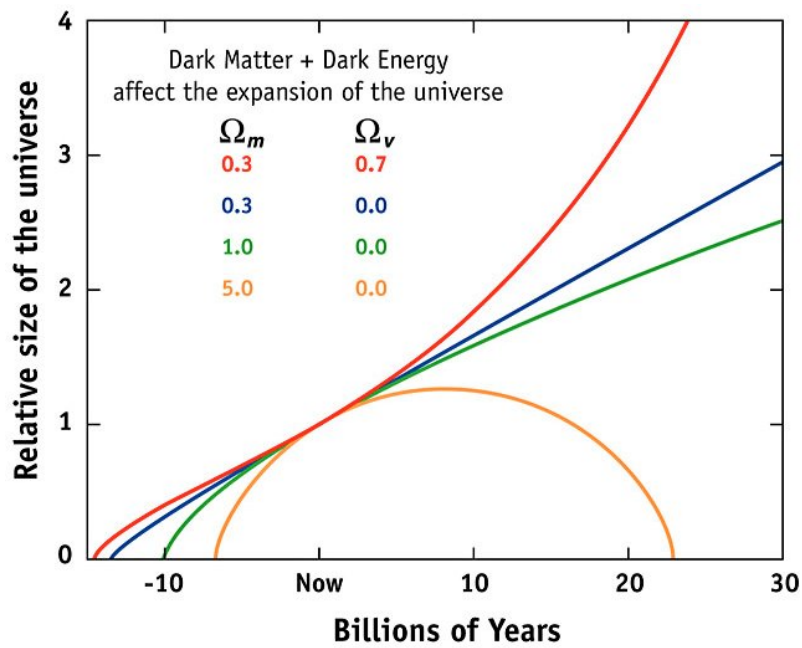


Abb. 2.2: Evolution des Universums in Abhängigkeit von der gegenwärtigen Dichteverteilung, wobei die Größe des Universums relativ zur heutigen Größe angegeben wird, Ω_m den Materieanteil des Universums beschreibt (Dark Matter, Baryonische Materie) und Ω_v für den Beitrag der kosmologischen Konstante steht (<http://map.gsfc.nasa.gov/media/990350/990350b.jpg>, 19.02.2014).

Kapitel 3

Evidenzen

Die Existenz einer Größe „Dunkle Energie“ wird durch mehrere unabhängige Beobachtungen gestützt und deren Parameterbereich lässt sich, wie sich zeigen wird, bereits gut eingrenzen.

3.1 Supernovae Typ Ia

Die entscheidende Hinweise lieferte die bereits erwähnte Beobachtung von Supernovae des Typs Ia durch zwei unabhängige Teams. Supernovae dieses Typs entstehen aus Weißen Zwergen, welche durch Massenzunahme (etwa aus einem benachbarten Stern) die so genannte Chandrasekhar-Grenze überschreiten und kollabieren. Sie zeichnen sich durch ein charakteristisches Spektrum (keine Wasserstofflinien, Siliziumlinie) aus und vor allem durch eine fast identische absolute Helligkeit, was sie als Standardkerzen auszeichnet.

Mit Hilfe der absoluten Helligkeit M und der scheinbaren Helligkeit m kann über folgende Relation auf die Leuchtkraftentfernung d_L zurückgeschlossen werden

$$m - M = 5 \log_{10}[d_L(\text{Mpc})] + 25. \quad (3.1)$$

Für die Leuchtkraftentfernung lässt sich wiederum ein Zusammenhang zur Rotverschiebung z und der Hubblekonstante H aufzeigen und damit auch zur Beschleunigung bzw. Dichtebestandteilen

$$d_L^2 = \left((1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right)^2. \quad (3.2)$$

In Abbildung 3.1 sind die Daten der beiden Supernovae-Teams aufgeführt und der Zusammenhang mit der Kosmologie veranschaulicht. Erst diese beobachteten Supernovae hoher Rotverschiebungen konnten zwischen den Kosmologien differenzieren. Alle weitere Supernovae Messungen haben diese ursprünglichen Ergebnisse bestätigt bzw. verfeinert.

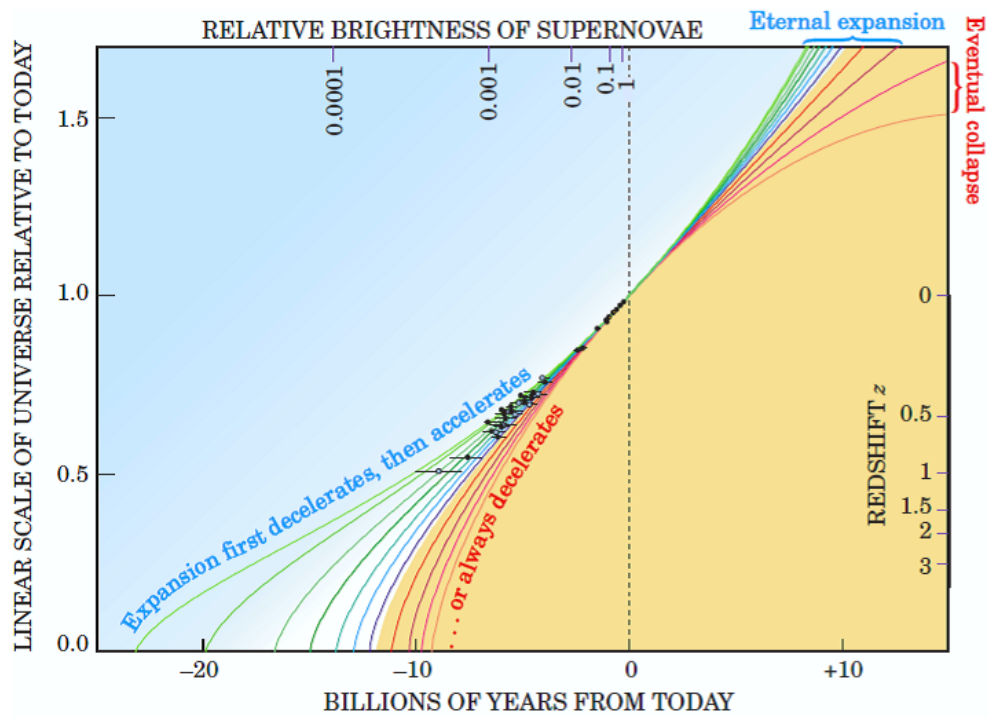


Abb. 3.1: Unterschiedliche kosmische Expansionen unter der Annahme eines flachen Universums für Beiträge der kosmologischen Konstanten von 0.95 (oberste Kurve) bis 0.4 im blauen Bereich. Im gelben Bereich sind die Verläufe für Materiedichten von 0.8 bis 1.4 (von Links nach Rechts) dargestellt (aus [6]).

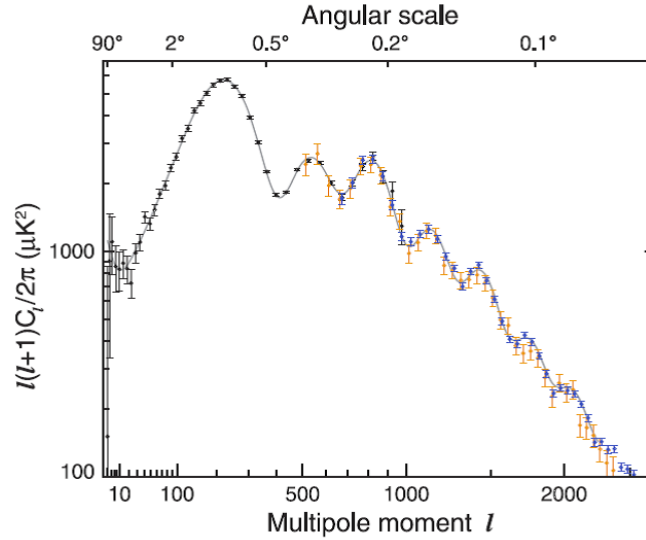


Abb. 3.2: Das Leistungsspektrum der Multipolmomente aus 9 Jahren WMAP (schwarz) ergänzt um weitere Mikrowellehintergrundmessungen (SPT in blau und ACT in orange). Die Messdaten sind durch einen Λ CDM-Fit verbunden (aus [4]).

3.2 Mikrowellenhintergrund

Der Mikrowellenhintergrund ist die zweite große Stütze des Modells. Entwickelt man die Temperaturfluktuationen in Kugelflächenfunktionen

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{l,m} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi), \quad (3.3)$$

drückt die Anisotropie durch das Leistungsspektrum der Multipolmomente aus

$$C_l = \langle |a_{lm}|^2 \rangle, \quad (3.4)$$

und trägt das Leistungsspektrum gegenüber den Multimomenten auf, so ergibt sich der in Abbildung 3.2 gezeigte Verlauf. Grundsätzlich entsprechen hierbei höhere Multipole kleineren Winkelabweichungen ($\theta = 180^\circ/l$). Insbesondere für den ersten Peak, welcher aufgrund von akustischen Oszillationen hervorsticht, lässt sich eine Beziehung zur gesamten Materiedichte des Universums herstellen:

$$l_{\text{Peak}} \approx 220\Omega^{-1/2} \Rightarrow \Omega \approx 1. \quad (3.5)$$

Der Peak befindet sich offensichtlich bei $l \approx 220$, was einen Dichteparameter der Größe der kritischen Dichte, also ein flaches Universum, nahelegt. Die Daten der Hintergrundstrahlung lassen sich darüber hinaus mit dem jeweiligen kosmologischen Modell anpassen, was für das Λ CDM-Modell in Abbildung 3.2 zu sehen ist.

3.3 Weitere Evidenzen

Neben den beiden genannten Punkten existieren noch eine Vielzahl weiterer Datenquellen. So gibt die **Strukturbildung** auf große Skalen Hinweise auf die Dichte-

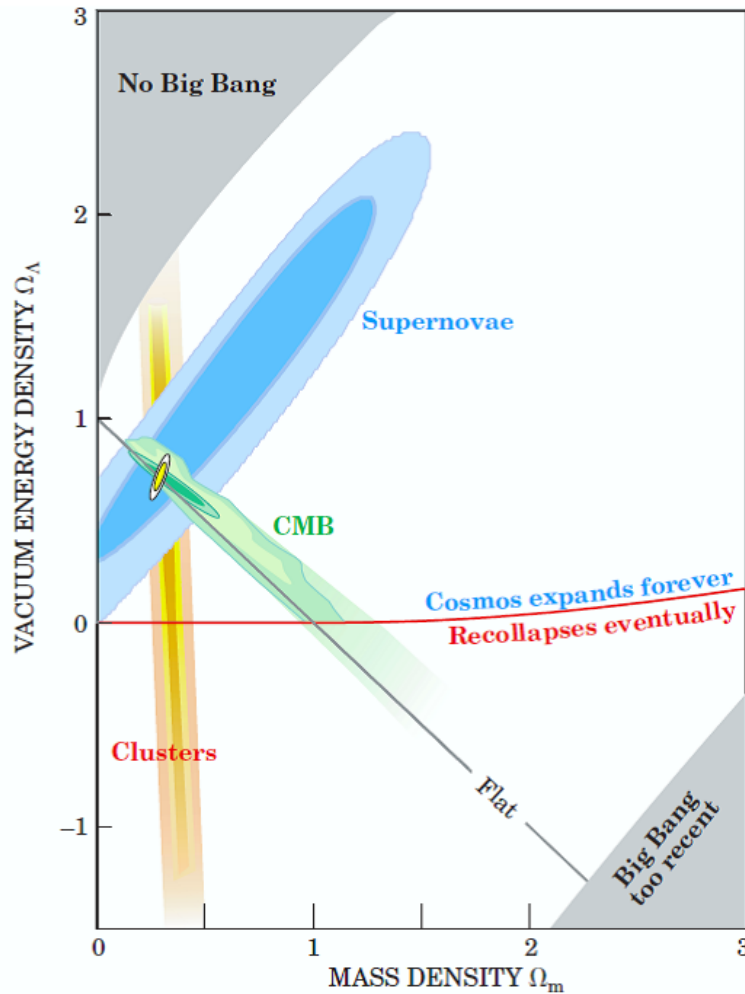


Abb. 3.3: Einschränkungen des Parameterbereichs der kosmologischen Konstante mit 68% und 95% Sicherheitsniveau (aus [6]).

zusammensetzung, alle Messungen der gesamten und einzelnen **Materiedichte(n)** geben Hinweise auf die Größe der Dichte der Dunklen Energie und der **Schwache Gravitationslinseneffekt** schränkt den Parameterbreich ebenfalls ein. Auch Hinweise auf das **Alter des Universums** stehen natürlich in einem Zusammenhang mit der Expansion des Universums und damit zu dessen Dichtebestandteilen.

3.4 Parameterbereich

In Abbildungen 3.3 sind die unterschiedlichen Einschränkungen zusammengeführt. Deutlich erkennbar ist der vorteilhafte Zusammenhang, dass die Einschränkungen der Supernovae-Daten senkrecht zu denen des Mikrowellenhinterunds liegen, sodass der Parameterbereich relativ exakt eingegrenzt werden kann. Durch Anpassung der unterschiedlichen Daten mit Hilfe des Λ CDM-Modells können die nachfolgende Parameterwerte und Unsicherheiten bestimmt werden.

Aus den Werten von 9 Jahre WMAP + eCMB + BAO + H_0 + SNe [4] ergibt sich

$$w = \begin{cases} -1.084 \pm 0.063 & (flat) \\ -1.122^{+0.068}_{-0.067} & (non - flat). \end{cases}$$

Im Vergleich dazu ergeben die Daten von Planck+WP (WMAP low- l polarization)+BAO [3]

$$w = -1.13^{+0.24}_{-0.25}$$

und unter zusätzlicher Berücksichtigung der Supernovae Daten

$$w = -1.09 \pm 0.17.$$

Für die Dichte der Dunklen Energie ergibt sich aus 9 Jahre WMAP+eCMB+BAO+ H_0 + SNe [4]

$$\Omega_\Lambda = 0.7165^{+0.0093}_{-0.0094}$$

Im Vergleich dazu ergab sich aus Planck+WP+BAO+ highL (high-resolution CMB data) [3]

$$\Omega_\Lambda = 0.692 \pm 0.010.$$

Nun wurde in allen diese Modellen eine kosmologische Konstante mit $w = -1$ vorausgesetzt. Um auch dynamische Modelle zu berücksichtigen, wird in der Regel die Zustandsfunktion

$$w(a) = w_0 + w_a(1 - a) = w_0 + w_a \frac{z}{1 + z}$$

herangezogen, wobei a der Skalefaktor und z die Rotverschiebung ist. Der Fitparameter w_0 beschreibt dabei den gegenwärtigen Wert und w_a die zeitliche Entwicklung. Für ein flaches Universum ergibt sich aus den Daten von 9 Jahre WMAP + eCMB + BAO + H_0 + SNe [4]:

$$\begin{aligned} w_0 &= -1.17^{+0.13}_{-0.12} \\ w_a &= 0.35^{+0.50}_{-0.49} \end{aligned}$$

bzw. der in Abbildung 3.4 dargestellte Parameterbereich.

Wiederum im Vergleich dazu lauten die Werte von Planck + WP + BAO [3]

$$\begin{aligned} w_0 &= -1.04^{+0.72}_{-0.69} \\ w_a &< 1.32. \end{aligned}$$

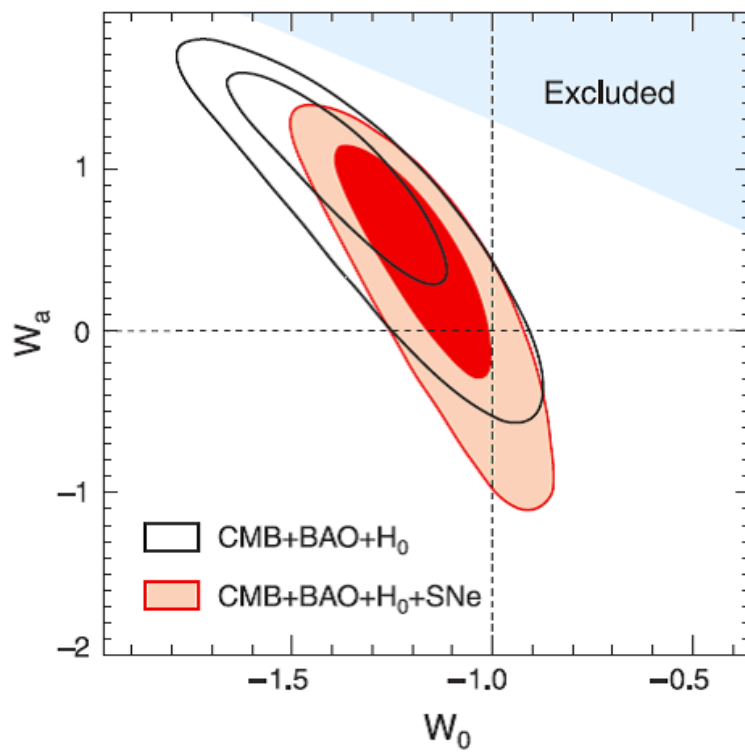


Abb. 3.4: Einschränkungen des Parameterbereichs der Dunklen Energie für dynamische Modelle nach Gleichung (3.4) aus 9 Jahren WMAP und weiteren Daten (aus [4]).

Kapitel 4

Erklärungsmodelle

4.1 Die kosmologische Konstante als Vakuumenergie

Die klassische und bis in die Gegenwart auch Standarddeutung der Dunklen Energie ist ihre Interpretation als Vakuumenergie. Grundsätzlich setzt sie sich dabei aus einem konstanten Wert, einer Nullpunktsenergie (möglicherweise auch hervorgerufen durch skalare Felder) und Vakuumfluktuationen zusammen.

Die Berechnung der Vakuumfluktuationen ist in der Regel nicht exakt möglich, schätzt man sie jedoch mit den Grundzustandsenergien des harmonischen Oszillators ab und summiert über alle Wellenzahlen, so erhält man den nachfolgenden divergierenden Ausdruck, welcher ein „cut-off“ bei einem k_{max} notwendig macht:

$$\rho_{\text{vac}} \sim \int_0^\infty k \cdot k^2 dk \sim k_{\text{max}}^4.$$

Setzt man diese Grenze bei der Planck-Skala $M_{\text{Pl}} \sim 10^{18} \text{ GeV}$ an, folgt

$$\rho_\Lambda \sim 10^{76} \text{ GeV}^4. \quad (4.1)$$

Für die QCD-Skala $M_{\text{QCD}} \sim 0.3 \text{ GeV}$ folgt

$$\rho_\Lambda \sim 10^{-3} \text{ GeV}^4. \quad (4.2)$$

Doch diese Werte weichen erheblich von den beobachteten Wert

$$\rho_\Lambda \sim 10^{-47} \text{ GeV}^4 \quad (4.3)$$

ab. Nun bleibt natürlich die Freiheit den konstanten Beitrag entsprechend des beobachteten Wertes anzupassen, was aber ein bei Abweichungen von bis zu 120 Größenordnungen ein erheblich *fine-tuning* impliziert. Zusammengefasst damit, dass die beobachtete Dichte in etwa der Materiedichte des gegenwärtigen Universums entspricht und auch nur Werte in dieser Größenordnung die Strukturbildung des Universums ermöglichen, stellt dies das **Problem der kosmologischen Konstante** dar:

1. Warum ist die kosmologische Konstante so klein?
2. Warum ist die kosmologische Konstante so angepasst ($\Omega_\Lambda \approx 2\Omega_M$)?

Beides macht eine Interpretation der kosmologischen Konstante als Vakuumsenergie unbefriedigend. Korrekturen aus der Supersymmetrie führen an dieser Stelle zumindest in einfachen Modellen nicht weiter, da die ungebrochen Supersymmetrie $\rho_\Lambda = 0$ ($\Lambda = 0$) impliziert und im gebrochenen Zustand Beiträge bis zur SuSy-Skala berücksichtigt werden müssen, sodass $\rho_\Lambda \sim M_{Susy}^4 \sim (10^3 \text{ GeV})^4$ und damit weiterhin um Größenordnungen abweicht. Weitere Ansätze des Rückgriffs auf Extradimensionen, die Stringtheorie, Multiversen, Separierte Bereiche und das Anthropischen Prinzip seien hier nur erwähnt.

4.2 Dynamische Modelle

Befriedigen die Modelle der Vakuumsenergie und ihre Ergänzungen nicht, so bleibt die Möglichkeit dynamischer Modelle. Hier wird die Dunkle Energie als langsam entwickelnde Energieform skalarer Felder interpretiert und das Problem der Vakuumsenergie, welches natürlich weiterhin besteht, zunächst vernachlässigt. An den eingangs hergeleiteten Zusammenhängen des Formalismus ändert sich dadurch nichts: Die kosmologische Konstante wird dort vernachlässigt ($\Lambda = 0$) und ein zusätzlicher Dichteterm eingeführt, wobei ρ und w nicht mehr konstant sind.

4.2.1 Quintessenz

Das berühmteste dieser Modell ist die Quintessenz, d.h. ein unsichtbares, skalaras Feld, das nur langsamen Veränderungen unterliegt. Aus der Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad (4.4)$$

dem Energie-Impuls-Tensors

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \mathcal{L} \quad (4.5)$$

und der Betrachtung als ideales Fluid folgt

$$\rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (4.6)$$

sodass die Zustandsgleichung

$$w = \frac{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)} \gtrsim -1, \quad \text{wenn } \dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \quad (4.7)$$

lautet, d.h. in etwa das Verhalten einer kosmologischen Konstante zur jetzigen Zeit reproduzieren kann.

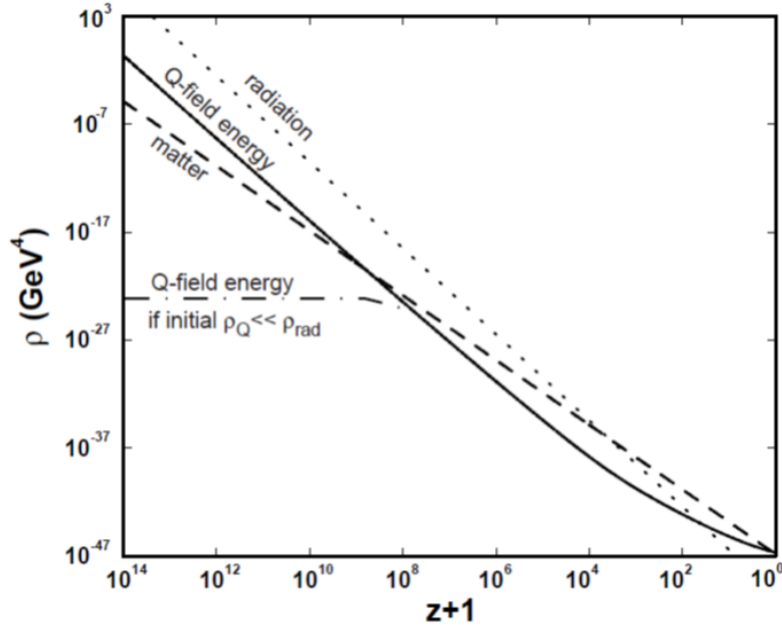


Abb. 4.1: Beispiel für ein Quintessenz-Feld Q mit *tracker* Verhalten (aus [7]).

Die Wahl der Potentiale unterliegt dabei nur wenigen Einschränkungen, sodass es mehr als ein Dutzend Ansätze unterschiedlicher Komplexität gibt. Exemplarisch für solche Potentiale sein hier aufgeführt

$$V(\phi) = V_0/\phi^\alpha \quad (4.8)$$

$$V(\phi) = V_0 \exp(-\sqrt{8\pi}\lambda\phi/M_p) \quad (4.9)$$

Eine besondere Eigenschaft einiger dieser Potentiale ist, dass sie ein „tracker“ Verhalten aufweisen, d.h. so konstruiert sind, dass die Dichte zunächst der Strahlungsdichte, dann der Materiedichte folgt, bevor sie in der gegenwärtigen Zeit dominant wird. Zusätzlich sind derartige Modelle relativ unabhängig von den Anfangsbedingungen und umgehen in gewisser Weise das *fine-tuning* Problem, wenngleich auf Kosten eines eigens dafür konstruierten Potentials. Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf eines solchen Potentials.

Schließlich gibt es einige Ansätze auch CDM mit Hilfe von Quintessenz-Feldern zu beschreiben. Dennoch dürfen die Potentiale nur geringfügig an das SM gekoppelt sein, denn sonst wären sie wohl bereits entdeckt worden.

4.2.2 Phantom- und Quintom-Modelle

Die Quintessenz-Modelle besitzen Zustandsfunktionen $w > -1$. Alternativ kann man jedoch auch Modelle mit $w < -1$ in Erwägung ziehen, so genannte **Phantom**-Modelle. Unabhängig davon wie dies realisiert wird, führt eine Zustandsfunktion dieser Form dazu, dass die Dichte der Dunklen Energie mit der Zeit steigt und das wiederum führt zu einem Divergieren der Hubble-Konstanten und des Skalenfaktors in endlicher Zeit.

Der Ausgang dieses Universums mündet dann in einen „Big Rip“, d.h. ein zerreißen aller Materieformen und zugleich einer unendlichen Krümmung des Universums. Es ist mitunter diese Szenario, welches die Popularität des Modells beschränkt.

Schließlich lassen sich die Modelle Quintessenz und Phantom in dem **Quintom-**Modell vereinigen, d.h. w überschreitet je nach Modell entweder von oben oder unten die Grenze von $w = -1$. Jedoch benötigen alle derartigen Modelle, wie sich zeigen lässt, zwei Parameter.

4.2.3 Chaplygin Gas

Ein ursprünglich eigenständiges, jedoch auch aus der Quintessenz ableitbares Modell ist das Chaplygin Gas. Das Chaplygin Gas ist ein ideales Fluid mit folgenden Zusammenhängen:

$$p = -\frac{A}{\rho} \quad w = -\frac{A}{\rho^2}. \quad (4.10)$$

Aus der Energieerhaltung folgt mit der Integrationskonstante B

$$\rho = \sqrt{A + \frac{B}{a^6}} = \begin{cases} \sqrt{B}/a^3 & \Rightarrow w \approx 0 & \text{für } a^6 \ll B/A \\ \sqrt{A} & \Rightarrow w \approx -1 & \text{für } a \gg B. \end{cases} \quad (4.11)$$

Diese Zusammenhänge führen dazu, dass im frühen Universum $a^6 \ll B/A$ sich das Chaplygin Gas wie ein druckloses Gas verhält und erst in späten Zeiten für $a \gg B$ wie die kosmologische Konstante. Auch hier werden Möglichkeiten gesucht, mit dem Modell CDM zu beschreiben und es existieren komplexere Modelle unter der Hinzunahme weiterer Parameter.

4.3 Weitere Modelle

Neben den bisher genannten, gibt es natürlich noch eine Vielzahl weiterer Modell, wie die **Variation der Gravitation** anstelle der Einführung der Dunklen Energie, jedoch hat es keins dieser Modelle zu weitreichender Akzeptanz geschafft.

Auch **Domänenwände und Strings** wurde als Möglichkeiten in Betracht gezogen, jedoch weichen die Zustandsgleichungen von den experimentellen Daten ab, d.h. sie sind zu groß:

$$w_{\text{String}} \approx -1/3 \\ w_{\text{Wall}} \approx -2/3.$$

Schließlich gibt es natürlich die unterschiedlichsten Erweiterungen dieser Modelle mit Hilfe der **Stringtheorie**, **Branenkosmologie** oder **Zusatzdimensionen**, welche hier nicht besprochen werden können.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Zusammenfassend lässt sich diese Skizze der wesentlichen Grundzüge der Diskussion in fünf Punkten. Zunächst sind 1. die Evidenzen ausreichend um eine weitgehend unbekannte Größe wie die Dunkle Energie anzunehmen. Weiterhin gibt es 2. eine Standarderklärung, nämlich die kosmologische Konstante als Vakuumenergie, die sich physikalisch plausibilisieren lässt, jedoch durch das *fine-tuning* und *koinzidenz* Problem nicht nur geringe Schwierigkeiten besitzt, welche bisher auch nicht überzeugend durch Erweiterungen des Modells aufgehoben werden konnte. Daneben gibt es daher 3. eine Vielzahl zumeist dynamischer Modelle, welche diese Problem teilweise umgehen, jedoch in der Regel weitere Freiheiten, d.h. Parameter oder Potentiale einführen müssen. Daher gilt 4. für alle Modelle, dass sie eben solche nicht ableitbaren Konstanten, Potentiale etc. heranziehen und somit gewissermaßen einer „Willkür“ unterliegen. Weiterer Fortschritt ist 5. vor allem experimentell durch die genaue Bestimmung und zeitlichen Entwicklung der Zustandsfunktion w zu erwarten: Ist $w = \text{const.}$? Ist $w = -1$?

Literaturverzeichnis

- [1] CARROLL, S.: *The Cosmological Constant*. arxiv.org/abs/astroph/0004075v2, 2000.
- [2] CARROLL, S.: *Dark Energy & The Preposterous Universe*. Sky & Telescope, 2005.
- [3] COLLABORATION, P.: *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*. arxiv.org/abs/1303.5076v2, 2013.
- [4] HINSAW, G., D. LARSON und ANDERE: *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results*. arxiv.org/abs/1212.5226v3, 2013.
- [5] LI, M., X.-D. LI und ANDERE: *Dark Energy*. Commun. Theor. Phys., 56:525–604, 2011.
- [6] PERLMUTTER, S.: *Supernovae, Dark Energy, and the Accelerating Universe*. Physics Today, 56,4:53–60, 2003.
- [7] SAHNI, V.: *Dark Matter and Dark Energy*. arxiv.org/abs/astroph/0403324v3, 2004.