

# Inflationäres Universum

Felix Bahr

Vortrag vom 21.01.2009

## 1 Probleme der Standard-Kosmologie

Die Standard-Kosmologie ist eine Theorie, mit der sich viele Fragen in der Kosmologie sehr gut beantworten lassen und deren Vorhersagen zuverlässig und genau stimmen. Jedoch gibt es auch einige Bereiche, in denen die Standard-Kosmologie nur unzureichende Vorhersagen macht oder, genauer gesprochen, Aspekte, die sie nicht adressiert. Im Wesentlichen sind dies die Anfangsbedingungen, die die Standard-Kosmologie an das frühe Universum stellt, aus dem heraus sich unser heutiges Universum gemäß ihrer Vorhersagen entwickelt. Jene Anfangsbedingungen müssen zum Teil sehr genau bestimmt gewesen sein, damit sich das Universum, wie wir es kennen, hat entwickeln können. Da die Standard-Kosmologie diese Bedingungen nur fordert, nicht jedoch erklärt, woher sie kommen oder warum sie sich eingestellt haben, ist ein Modell vonnöten, das dieses bewerkstelligt: die Inflation. Es sei bemerkt, dass es sich nicht im eigentlichen Sinne um Probleme handelt, da sich daraus keine Widersprüche zur Standard-Kosmologie ergeben, es sind lediglich Begebenheiten, die von der Standard-Kosmologie nicht erklärt werden.

### 1.1 Das Horizontproblem

Die Standard-Kosmologie nimmt an, der Raum sei homogen und isotrop. Diese Annahme ist experimentell recht gut begründet, so weist zum Beispiel die Mikrowellenhintergrundstrahlung (CMBR) nur geringe Temperaturfluktuationen im Bereich von  $10^{-4} - 10^{-5}$  auf und auch stimmen die Berechnungen, die sich auf dieser Grundlage ergeben, sehr gut mit beobachteten Größen überein. *Warum* jedoch der Raum diese Homogenität und Isotropie aufweist, kann die Standard-Kosmologie nicht erklären. Aufgrund der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit kann nur ein gewisser Bereich um ein Teilchen (Teilchenhorizont) mit dem Teilchen in kausalem Kontakt stehen. Dass ein kausaler Temperatúrausgleich im frühen Universum daher nicht möglich war, zeigt ein Vergleich der Entropien im Universum: Zum Zeitpunkt der Rekombination (Entstehung der CMBR) betrug die Entropie  $S_R \approx 10^{83}$ , im heutigen Universum ist sie etwa  $S_0 \approx 10^{88}$ . Das bedeutet, dass das heutige Universum aus  $10^5$  zur Zeit der Rekombination kausal unabhängigen Bereichen bestand; ein kausales Ausgleichen größerer Temperaturunterschiede wie in einem Wärmebad war also nicht möglich.

## 1.2 Inhomogenitäten

Obwohl das Universum auf großen Skalen homogen und isotrop ist, findet man doch auf kleineren Skalen Inhomogenitäten: Sterne, Galaxien und Galaxiehaufen beispielsweise. Sind zu Beginn der materiedominierten Phase des Universums Dichtestörungen vorhanden, entstehen jene makroskopischen Gebilde durch gravitative Wechselwirkung; es müssten dazu jedoch jene anfängliche Dichtestörungen erklärt werden. Der Ursprung dieser Störungen wird von der Standard-Kosmologie nicht erläutert.

## 1.3 Die Flachheit des Raumes

Beobachtungen legen nahe, dass der Raum (nahezu) flach ist. Er hat somit einen großen Krümmungsradius. Dies kann veranschaulicht werden, wenn man eine zweidimensionale Oberfläche wie zum Beispiel eine Balloberfläche betrachtet: Je größer der Radius des Balls, desto kleiner wird die Krümmung der Oberfläche. Im Universum liegt die gleiche Situation nur eben um eine Dimension höher vor. Mathematisch ist der Krümmungsradius über  $R^2 = \frac{H_0^{-2}}{|\Omega_0 - 1|}$  gegeben. Die interessante Größe dabei ist  $\Omega$ : Je näher sie an 1 liegt, desto größer ist der Krümmungsradius des Universums. Man beachte, dass  $\Omega$  eine zeitabhängige Größe ist,  $\Omega = \Omega(t) = \frac{1}{1-x(t)}$ , mit  $x(t) = \frac{k/R^2}{8\pi G\rho/3}$ . Der Punkt bei  $\Omega = 1$  ist ein instabiler Gleichgewichtspunkt, d.h. ist  $\Omega$  von 1 verschieden, so wird es sich vom Wert 1 wegbewegen. Mit dem heutigen Wert, dass  $\Omega$  auf wenige Prozent bei 1 liegt, kann man zurückrechnen, welchen Wert  $\Omega$  etwa in der Planck-Epoche ( $T = 10^{-43}$ s) gehabt haben muss. Man findet  $|\Omega_{Planck} - 1| < O(10^{-60})$ , oder  $R > O(10^{30})H^{-1}$ . Die Standard-Kosmologie fordert diese extrem fein abgestimmten Bedingungen, denn wären die Größen nur leicht verschieden von diesen Werten, so hätte sich das Universum nicht in seine heutige Form entwickeln können. *Warum* sich diese Bedingungen jedoch eingestellt haben, lässt die Standard-Kosmologie unbeantwortet.

## 1.4 Relikte

Vielen Theorien zufolge sind beim Urknall superschwere Teilchen erzeugt worden. Ein prominentes Beispiel dafür sind magnetische Monopole. Da diese Teilchen einen kleinen Wirkungsquerschnitt haben, sollten sie nicht zerfallen, sondern im Gegenteil auch heute noch beobachtet werden können. Bisher jedoch blieb ein Nachweis solcher Teilchen aus.

## 1.5 Die Kosmologische Konstante $\Lambda$

Die Einsteingleichung lautet

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\mathcal{R} = 8\pi GT_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}.$$

Von Interesse ist hier die Kosmologische Konstante  $\Lambda$ , sie resembliert die Vakuumenergie. Es gilt nämlich

$$-p_{Vac} = \rho_{Vac} = \Lambda/8\pi G \leq 8,07 \cdot 10^{-47} h^2 \text{GeV}.$$

Hier ist eine Abschätzung der Kosmologischen Konstante vorgenommen, die heutige Messungen zulassen. Dabei ist offensichtlich, dass  $\Lambda$  einen sehr kleinen Wert hat; auch  $\Lambda = 0$  ist denkbar. Im frühen Universum jedoch galt  $\Lambda = O(10^{56})$ , was wiederum einen extrem hohen Wert darstellt. Betrachtet man die FRW-Lösung der Einsteingleichung für die Vakuumenergie, so erhält man  $\rho_{Vac} = const$ ;  $H = (8\pi G\rho_{Vac}/3)^{1/2} = const$ ;  $R(t) \propto \exp(Ht)$ . Man erkennt, dass sich das Universum in einer solchen Phase wegen  $R(t) \propto \exp(Ht)$  exponentiell ausdehnen wird; dies ist gerade die inflationäre Phase. Warum jedoch  $\Lambda$  heute so klein oder gar Null ist, ist ein ungeklärtes Phänomen.

## 2 Die Inflation

### 2.1 Ein Modell

Die Inflation ist eine Phase exponentiellen Ausdehnens des frühen Universums. Das Universum ist zu dieser Zeit vakuumenergiedominiert. Im allgemeinen Fall wird davon ausgegangen, dass sich nur ein Teil(ein Bläschen) des frühen Universums auf diese Weise ausgedehnt hat; das frühe Universum kann aus einer Vielzahl solcher Bläschen bestanden haben. Eine solche Phase exponentiellen Ausdehnens wird als de Sitter-Phase bezeichnet. Man beachte, dass die Expansionsgeschwindigkeit des Universums größer als die Lichtgeschwindigkeit sein darf, ohne die spezielle Relativitätstheorie zu verletzen: Diese verbietet nur Geschwindigkeiten  $v > c$  im Raum, nicht jedoch die Expansionsgeschwindigkeit  $v_{Exp} > c$  des Raumes selbst.

Betrachte nun einen symmetriebrechende Phasenübergang erster Ordnung eines Inflationsfeldes  $\Phi$  mit einem Potenzial  $V(\Phi)$ , welches ein Minimum bei  $\langle\Phi\rangle = 0$  oberhalb einer Energieskala  $\sigma \approx 10^{14}\text{GeV}$  aufweist. Sinkt nun die Temperatur in den Bereich dieser Energieskala, so bildet sich bei der kritischen Temperatur  $T_C$  ein zweites Minimum des Potenzials bei  $\langle\Phi\rangle = \sigma \neq 0$  aus, für  $T < T_C$  wird dieses Minimum zum globalen Minimum. Für die Belange der Inflation ist es an dieser Stelle nicht von Bedeutung, ob eine Potenzialbarriere zwischen  $\langle\Phi\rangle = 0$  und  $\langle\Phi\rangle = \sigma$  besteht oder nicht, welche überwunden oder durchtunnelt werden muss; entscheidend vielmehr ist, dass der Zustand aus dem Minimum bei  $\langle\Phi\rangle = 0$  ausgelenkt wird und nun dem globalen Minimum zustrebt. Man betrachtet für die Zwecke der Inflation einen Potenzialverlauf wie in Abbildung 1 dargestellt.

### 2.2 Der Ablauf der Inflation

Die Übergangsphase in Abbildung 1 ist dabei in 3 Bereiche, a), b) und c) unterteilt. Bereich a) beschreibt die Möglichkeit einer Potenzialbarriere zwischen den beiden Minima, wie die gestrichelte Darstellung der Kurve jedoch andeutet, ist dieses nicht von Bedeutung und wird daher in der Betrachtung außen vor gelassen. Bereich b) wird durch einen sehr flachen Potenzialverlauf charakterisiert. Veranschaulicht man sich den Übergang durch einen Ball, der in der Potenziallandschaft platziert wird, so wird er in der Phase b) sehr langsam hinabrollen. Während dieser Phase findet die Inflation statt; sie wird deshalb auch als „slow rollover“-Inflation bezeichnet. Ein langsames Hinabrollen bedeutet eine lange (gemessen am Alter des Universums) Rollzeit,  $H\Delta t \gg 1$ . Das Universum befindet sich jetzt in einer de Sitter-Phase, d.h. es ist vakuumenergiedominiert und es findet eine Expansion gemäß  $R(t) \propto \exp(Ht)$  statt.

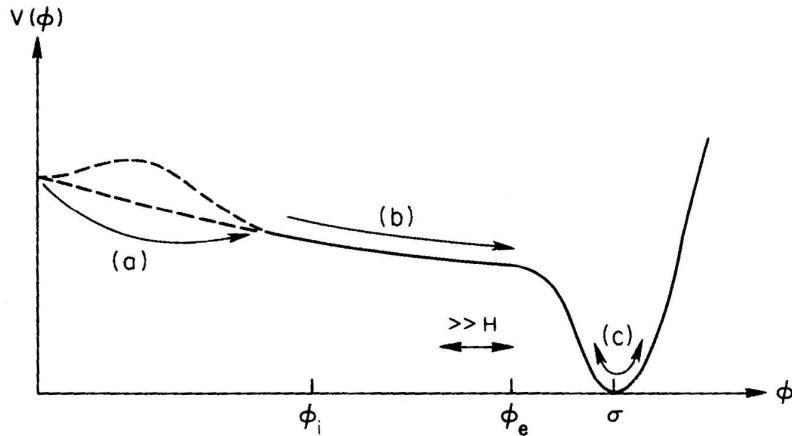


Abbildung 1: Potenzialverlauf des Inflationfeldes

Im Bereich c) schließlich wird der Ball im steiler werdenden Potenzial hinabrollen und dort um den Punkt  $\langle \Phi \rangle = \sigma$  oszillieren.

Dieses Rollverhalten kann man in Analogie zur Mechanik in folgende Gleichung fassen:

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + \Gamma_{\Phi}\dot{\Phi} + V'(\Phi) = 0. \quad (1)$$

Der Term  $3H\dot{\Phi}$  entspricht hier einem Reibungsterm, er wird verursacht durch die Rotverschiebung während der Expansion des Universums. Der Term  $\Gamma_{\Phi}\dot{\Phi}$  liefert erst im Bereich c) einen Beitrag. Dieses Oszillationsverhalten ist abhängig vom steiler werdenden Potenzial, die Oszillationszeit ist klein gegen die Hubblezeit. Man fasst nun diese Oszillationen als Träger der Vakuumenergie auf. Dies entspricht einem Kondensat impulsfreier, dem  $\Phi$ -Feld zugehöriger  $\Phi$ -Teilchen. Da das  $\Phi$ -Feld an andere Felder koppelt, können die  $\Phi$ -Teilchen in die entsprechenden Teilchen dieser an das  $\Phi$ -Feld koppelnden Felder zerfallen. Dies wiederum bedeutet eine Dämpfung der Oszillationen, da die Energie jetzt auf die koppelnden Felder übertragen wird. Jener  $\Gamma_{\Phi}\dot{\Phi}$  Term aus Gleichung 1 entspricht gerade der Dämpfung, die die Oszillationen durch diesen Vorgang erfahren,  $\Gamma_{\Phi}$  ist dabei die Zerfallsbreite der  $\Phi$ -Teilchen.

Während des beschriebenen Vorgangs bleibt die Entropie  $S_i \approx T_C^3 (H^{-1})^3 \approx 10^{14}$  konstant. Weil der Vorgang adiabatisch ( $RT = \text{const}$ ) abläuft und  $R(t) \propto \exp(Ht)$ , muss gelten  $T \propto \exp(-Ht)$ . Es findet also eine exponentielle Abkühlung von der ursprünglichen Temperatur  $T = 10^{14} \text{ GeV}$  auf  $T = 3 \text{ K}$  statt. Jetzt jedoch, nach dem Zerfall der  $\Phi$ -Teilchen, findet ein Wiederaufheizen der Zerfallsprodukte statt: Die Temperatur steigt wieder auf ihren ursprünglichen Wert von  $T = 10^{14} \text{ GeV}$ .

Der Verlauf der Inflation im Vergleich zum Szenario ohne Inflation ist in Abbildung 2 dargestellt.

Die entscheidenden Größen der Inflation sollen nun noch einmal quantifiziert werden. Das Alter des Universums zum Zeitpunkt der Inflation betrug etwa  $H^{-1} = 10^{-34} \text{ s}$ , die slow roll Phase der Inflation dauerte etwa  $\Delta t = 100H^{-1} = 10^{-32} \text{ s}$ , sodass  $H\Delta t \gg 1$  gewährleistet ist.

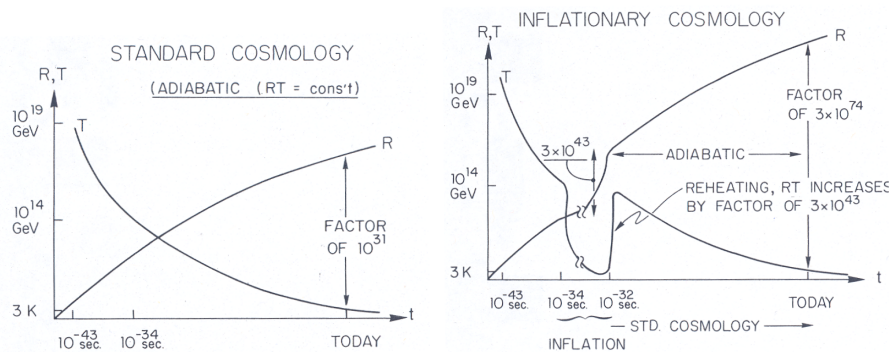


Abbildung 2: Vergleich der Entwicklung des Universums ohne Inflation(links) und mit Inflation(rechts)

Die Temperatur lag zu diesem Zeitpunkt bei etwa  $T = 10^{14}$  GeV. Die Größe des Bläschens, das der Inflation unterging, mag etwa  $H_i^{-1} = 10^{-23}$  cm betragen haben, sodass die Inflation zu  $H_f^{-1} = \exp(H\Delta t)H_i^{-1} = 3 \cdot 10^{20}$  cm führte. Beim Wiederaufheizen stieg die Entropie im Bläschen von den anfänglichen  $S_i \approx 10^{14}$  auf nunmehr  $S_f \approx \exp(3H\Delta t)T_{RH}^3 (H^{-1})^3 \approx 10^{144}$ . Es fand also ein Anwachsen der Entropie um den Faktor  $10^{130}$  statt! Das betrachtete Bläschen wurde also auf ein  $10^{56}$ -faches des gesamten heute beobachtbaren Universums aufgebläht!

### 2.3 Hilft das weiter?

Nun soll untersucht werden, inwieweit die beschriebene Inflation die anfangs formulierten Probleme der Standard-Kosmologie beheben kann.

- Das Horizontproblem: Das Bläschen, mit dem die Inflation vorging, war anfangs so klein, dass sich innerhalb davon mögliche Temperaturschwankungen durch kausale Wechselwirkungen ausgeglichen haben konnten. Durch die Inflation wurde es auf das  $10^{56}$ -fache unseres gesamten heutigen Universums vergrößert.
- Die Flachheit des Raumes: Mit der Inflation des Bläschens wurde auch der Krümmungsradius desselben massiv vergrößert, und es ist  $R_{Curv} \gg R_{Hubble}$ , das heißt, der Krümmungsradius des Bläschens, in dem sich unser Universum befindet, ist immens gemessen am Volumen unseres Universums. Aufgrund dieses gigantischen Krümmungsradius scheint der Raum nahezu flach zu sein.
- Relikte: Die Konzentration der beim Urknall entstandene Relikte ist durch die Inflation extrem stark verdünnt worden. Es ist daher fraglich, ob sich überhaupt z.B. auch nur ein einziges magnetisches Monopol in unserem gesamten beobachtbaren Universum befindet.
- Inhomogenitäten: Das Problem der Inhomogenitäten wird in der Literatur sehr ausführlich behandelt. An dieser Stelle soll jedoch nur die grobe Idee dessen gegeben werden,

wie die Inflation damit umgeht. Wegen der massiven Ausdehnung während der Inflation wird jede noch so kleine Störung der Dichte wie durch eine riesige Lupe vergrößert und auf makroskopisch relevante Skalen ausgedehnt. Solche sehr kleinen Störungen liefert gerade die Quantenmechanik durch Quantenfluktuationen, wie z.B. Paarbildungseffekte. Ein solches Teilchen-Antiteilchen-Paar kann sich aus dem Vakuum bilden und würde sich unter normalen Umständen nach kurzer Zeit wieder vernichten. Durch die Ausdehnung der Inflation jedoch kann der räumliche Abstand zwischen Teilchen und Antiteilchen so vergrößert werden, dass eine Auslöschung nicht mehr möglich ist. Passiert dieser Prozess häufig, können auf diese Weise im frühen Universum anfängliche Dichtestörungen entstehen, die durch gravitative Wechselwirkung zu den heute beobachteten Inhomogenitäten führen.

- Kosmologische Konstante: Die Kosmologische Konstante  $\Lambda$  ist das einzige der formulierten Probleme, zu dem die Inflation keine Aussage macht. Die Frage, warum  $\Lambda$  so klein ist, oder ob es vielleicht Null ist, bleibt unbeantwortet.

## 2.4 Bemerkungen

- Die Inflation wurde erstmals 1981 von Alan Guth vorgestellt; dieses Modell, heute als „old inflation“ bezeichnet, hatte noch keine slow roll Phase. Recht bald wurde dieses Modell zur hier vorgestellten „new inflation“ oder eben „slow roll“-Inflation weiterentwickelt.
- Die Inflation selbst ist keine eigenständige Theorie, sondern nur ein Paradigma, also eine Veranschaulichung oder ein Modell. Sie wird jedoch von vielen Theorien benutzt, die die Entstehung des Universums beschreiben.
- Einige Fragen bleiben von der Inflation an sich unbeantwortet, zum Beispiel: Was ist das Inflationfeld  $\Phi$  überhaupt? Was hat sich überhaupt ausgedehnt, und wohin? Vereinheitlichende Theorien, die sich der Inflation bedienen, sollten diese Fragen adressieren.
- Wenn auch aktuelle Forschungen die Vorhersagen der Inflation testen wollen, so sind jedoch die enormen Energieskalen der Inflation von  $10^{14}$  GeV weit jenseits von allem, was in absehbarer Zeit im Labor erreicht werden kann, sodass konkrete Experimente in dieser Richtung kaum durchgeführt werden können.