

Die Thermodynamik des Universums

Vortrag im Rahmen des Seminars „die Theorie der Teilchen und Felder“

Martin Wilde

10.01.2007

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

2. Thermodynamik – Energiedichte und Druck von Quantengasen

- 2.1 Thermodynamische Größen – Einteilchensystem
- 2.2 Thermodynamische Größen – Mehrteilchensystem

3. Entropie – Folgerungen aus ihrer Konstanz

- 3.1 Herleitung der Entropie aus den Hauptsätzen
- 3.2 Entropiedichte
- 3.3 Folgerungen für Teilchen im Gleichgewicht
- 3.4 Folgerungen für entkoppelte Teilchen

4. Thermische Entwicklung des Universums – von der Planck-Epoche zur Photonen-Entkopplung

- 4.1 Kopplungsbedingungen
- 4.2 Wichtige Ereignisse in der Entwicklung des Universums

5. Vertiefte Betrachtung von drei der wichtigen Ereignisse

- 5.1 Neutrino-Entkopplung
- 5.2 Rekombination der Protonen mit den Elektronen
- 5.3 Photonen-Entkopplung

6. Zusammenfassung

1. Einleitung

Zu Beginn des Universums existierte nur eine winzige Singularität, in der alles, was wir heute als Zeit und Raum kennen, vereinigt war. Dann sollte es ein Ereignis gegeben haben, das wir heute als den Urknall bezeichnen. Dieser setzte eine Entwicklung in Gang, die schließlich zu der heutigen Gestalt des Universums führte.

In diesem Vortrag sollen speziell die Elementarteilchen betrachtet werden. Dies geschieht mit Hilfe der Thermodynamik, da das im Universum befindende Teilchengemisch als ein sich mit der Zeit abkühlendes Plasma aufgefasst werden kann, das wie ein Quantengas ohne Wechselwirkung zu beschreiben ist.

2. Thermodynamik – Energiedichte und Druck von Quantengasen

2.1 Thermodynamische Größen – Einteilchensystem

Um die Entwicklung der Teilchen im Universum zu betrachten ist es wichtig zunächst einige grundlegende thermodynamische Größen einzuführen, die charakteristisch für Quantengase sind. Diese Größen sind Teilchendichte, Energiedichte und Druck. Für diese gilt im thermodynamischen Gleichgewicht für Einteilchensysteme:

Teilchendichte:
$$n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int f(\vec{p}) d^3 p$$

Energiedichte:
$$\rho = \frac{g}{(2\pi)^3} \int E(\vec{p}) f(\vec{p}) d^3 p$$

Druck:
$$p = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|^2}{3E} f(\vec{p}) d^3 p$$

Die Funktionen $f(\mathbf{p})$ sind hierbei Verteilungsfunktionen, die sich für Fermionen und Bosonen unterscheiden. Für Fermionen, ist diese gerade die Fermi-Dirac-Verteilung und für Bosonen die Bose-Einstein-Verteilung. g ist die Anzahl der Freiheitsgrade des betreffenden Teilchens. Um diese Integrale zu lösen nutzt man die relativistische Energie-Impulsbeziehung aus.

Für die relativistische Energie gilt:
$$E^2 = |\vec{p}|^2 + m^2$$

Es existieren zwei Sorten von Lösungen bezüglich der Temperatur. Für Temperaturen viel größer als die Ruhenergie des betrachteten Teilchen liegt dieses relativistisch vor, für Temperaturen viel kleiner als die Ruhmasse liegt dasselbe Teilchen nicht-relativistisch vor. Man erhält für hohe Temperaturen, also für den Fall eines relativistischen Teilchens, empfindlich größere Werte für Teilchendichte, Energiedichte und Druck.

2.2 Thermodynamische Größen – Mehrteilchensystem

Die unter 2.1 gewonnenen Lösungen lassen sich nun auf mehrere Teilchensorten im Plasma verallgemeinern. Dazu ist es nötig, eine Summe über alle Teilchensorten im Plasma zu bilden. Man nutzt aus, dass die Energiedichte und der Druck von relativistischen Teilchen um ein vielfaches größer sind als von nicht-relativistischen Teilchen. Deshalb kann man in guter Näherung die Summe auf die relativistischen Teilchen beschränken. In der Praxis drückt man die so gewonnenen Werte in Abhängigkeit der Photonentemperatur T aus, da diese auf Grund ihrer nicht vorhandenen Masse als letztes Teilchen in dem Plasma relativistisch anzutreffen sind. Da man nicht über alle Teilchensorten summiert, muss man die Anzahl der Freiheitsgrade g entsprechend modifizieren.

Modifizierte Freiheitsgrade:
$$g_* = \sum_{i=\text{Bosonen}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{Fermionen}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4$$

Damit erhält man schließlich für Energiedichte und Druck von relativistischen Mehrteilchengasen:

Gesamt Energiedichte:
$$\rho_R = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$$

Gesamt Druck:
$$p_R = \frac{\pi^2}{90} g_* T^4 = \frac{\rho_R}{3}$$

Der Index R steht für „Radiation“ und drückt aus, dass nur relativistische Teilchen berücksichtigt wurden. Das Ergebnis für alle Teilchen, also auch für zusätzlich nicht-relativistische Sorten, ist diesem aber in guter Näherung gleich.

Die modifizierte Anzahl Freiheitsgrade g_* ist eine Funktion der Photonentemperatur, und somit der Temperatur des Plasmas. Da diese Temperatur, wie wir später noch genauer sehen werden, ständig fällt, werden nach und nach die verschiedenen Teilchen nicht-relativistisch und müssen bei der Summation nicht mehr berücksichtigt werden. So ergeben sich beispielhaft für drei verschiedene Temperaturbereiche die folgenden Freiheitsgradwerte:

- a) $T \ll 1 \text{ MeV}$: Nur die drei Neutrinos und die Photonen fließen in die Summe ein;
mit $T_\nu = (4/11)^{1/3} T_\gamma$ ergibt sich: $g_* = 3,36$
- b) $100 \text{ MeV} > T > 1 \text{ MeV}$: Zusätzlich sind Elektron und Positron in der Summe vorhanden;
mit $T_\nu = T_\gamma$ ergibt sich: $g_* = 10,75$
- c) $T > 300 \text{ GeV}$: Alle Teilchen des Standardmodells tragen zur Summe bei;
damit ergibt sich: $g_* = 106,75$

3. Entropie – Folgerungen aus ihrer Konstanz

3.1 Herleitung der Entropie aus den Hauptsätzen

Da die Entropie in einem sich mitbewegendem Volumenelement konstant ist, ist es möglich, aus ihrer Konstanz einige wichtige Schlussfolgerungen zu ziehen. Die Entropie soll nun zunächst aus den Hauptsätzen der Thermodynamik hergeleitet und anschließend ihre Konstanz gezeigt werden.

Der zweite Hauptsatz für ein sich mitbewegendes Volumenelement lautet:

$$2. \text{ H.S.:} \quad TdS = d(\rho V) + pdV = d[(\rho + p)V] - Vdp$$

Aus diesem lässt sich ein Zusammenhang für Energiedichte und Druck ableiten.

$$\text{Zusammenhang von } p \text{ und } \rho: \quad T \frac{dp}{dT} = \rho + p \quad \Leftrightarrow \quad dp = \frac{\rho + p}{T} dT$$

Setzt man dies in den 2.H.S. ein, erhält man die Entropie für ein sich mitbewegendes Volumenelement.

$$\text{Entropie:} \quad S = \frac{R^3(\rho + p)}{T}$$

Mit dem 1.H.S. kann man schließlich die Konstanz der Entropie zeigen. Man erhält einen Ausdruck der Form:

$$\text{Entropieerhaltung:} \quad dS = d\left[\frac{(\rho + p)V}{T}\right] = 0$$

Damit ist die Konstanz der Entropie gezeigt.

3.2 Entropiedichte

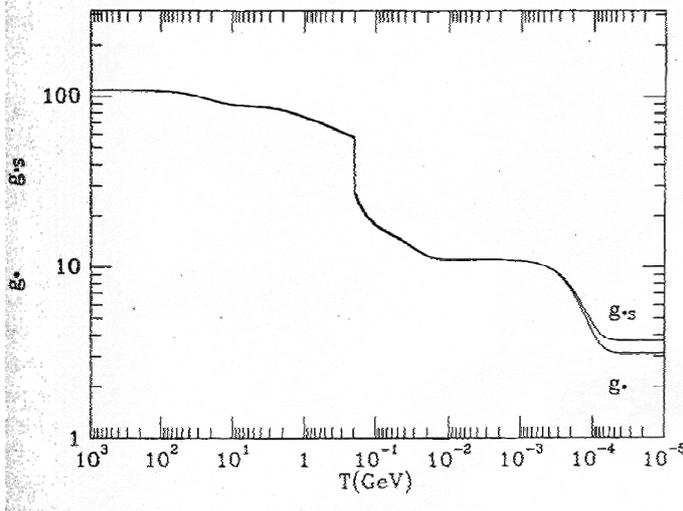
Da man bei diesem thermodynamischen Ansatz Gase betrachtet, ist es sinnvoll, die Entropiedichte einzuführen. Diese ist definiert als Entropie pro Volumen. Für sie erhält man mit den Ergebnissen aus 2.2 einen Term der Form:

$$\text{Entropiedichte:} \quad s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3$$

Hier ist ein erneut modifizierter Ausdruck für die Anzahl der Freiheitsgrade nötig, da die Entropiedichte in der dritten Potenz von der Photonentemperatur abhängt und

nicht in der vierten Potenz wie zuvor Energiedichte und Druck. Die neue Anzahl der Freiheitsgrade g_{*s} hat einen Wert von:

Entropiefreiheitsgrade:
$$g_{*s} = \sum_{i=\text{Bosonen}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{Fermionen}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3$$



Da aber das Ausfrieren, so nennt man das nicht-relativistisch werden von Teilchensorten, erst bei verhältnismäßig niedrigen Temperaturen stattfindet, sind g_* und g_{*s} über die meiste Zeit identisch. Dies lässt sich an dem nebenstehendem Diagramm ersehen, in dem g_* und g_{*s} als Funktion der Temperatur dargestellt sind.

Abb.1: Vergleich von g_* und g_{*s} als Funktion von T

3.3 Folgerungen für Teilchen im Gleichgewicht

Aus der Konstanz der Entropie lassen sich zwei Zusammenhänge ableiten: zum einem lässt sich die Teilchenzahl einer Teilchensorte in einem Volumen als ein Ausdruck der folgenden Form auffassen:

Teilchenanzahl:
$$N \equiv R^3 n \quad \Rightarrow \quad N \equiv \frac{n}{s}$$

Als zweite Folgerung lässt sich eine Aussage über die Temperaturentwicklung der Teilchen des Plasmas treffen. Für die Temperatur gilt:

Temperaturentwicklung:
$$T \propto g_{*s}^{-1/3} R^{-1}$$

Da g_{*s} sich nur ändert, wenn eine Teilchensorte nicht-relativistisch wird, was - wie wir gesehen haben - „sehr spät“ in der Entwicklung des Universums der Fall ist, kann man die Temperaturentwicklung als proportional zu R^{-1} auffassen.

3.4 Folgerungen für entkoppelte Teilchen

Die bisherigen Folgerungen galten für die Teilchen, die sich noch relativistisch im Plasma befinden. In diesem Kapitel sollen Teilchensorten nach dem Entkoppeln vom Plasma betrachtet werden. Diese Betrachtung soll für massive wie auch für masselose Teilchen durchgeführt werden.

3.4.1 Masselose Teilchen (relativistisch):

Wie bereits besprochen werden die Teilchensorten durch die Fermi-Dirac-Verteilung und die Bose-Einstein-Verteilung beschrieben. Diese müssen die Teilchen sowohl vor als auch nach der Entkopplung erfüllen. Nach der Entkopplung wird die Energie der Teilchen rotverschoben.

E-Rotverschiebung:
$$E(t) = E(t_D) \frac{R(t_D)}{R(t)}$$

Setzt man diese Energie in die oben genannten Statistiken ein, so muss die Temperatur ebenfalls rotverschoben werden, damit die Verteilungen die Form vor der Rotverschiebung beibehalten. Dies führt auf eine Rotverschiebung der Temperatur für masselose Bosonen:

T-Rotverschiebung:
$$T(t) = T_D \frac{R_D}{R} \propto R^{-1}$$

Man erkennt, dass die Temperatur auch nach der Entkopplung der masselosen Teilchen vom Plasma proportional zu R^{-1} abnimmt.

3.4.2 Massive Teilchen (nicht-relativistisch):

Für massive Teilchen gelten dieselben Bedingungen wie für masselose Teilchen. Auch ihre Verteilung muss nach dem Entkoppeln erhalten bleiben. Die Energie dieser Teilchen wird über ihren Impuls rotverschoben. Dies führt auf eine Art der Rotverschiebung der kinetischen Energie von:

E_K -Rotverschiebung:
$$E_K(t) = E_K(t_D) \frac{R_D^2}{R^2}$$

Bei analogem Vorgehen wie bei masselosen Teilchen erhält man für die Temperatur der massiven Teilchen:

T-Rotverschiebung:
$$T = T_D \left(\frac{R_D}{R} \right)^2 \propto R^{-2}$$

Man erkennt, dass im Gegensatz zu den masselosen Teilchen bei massiven Teilchensorten die Temperatur nach dem Entkoppeln proportional zu R^{-2} abnimmt.

4. Thermische Entwicklung des Universums – von der Planck-Epoche zur Photonen-Entkopplung

4.1 Kopplungsbedingungen

Um zu bewerten, ob eine Teilchensorte sich im Gleichgewicht mit dem Plasma befindet, betrachtet man die Wechselwirkungsrate Γ . Diese Rate vergleicht man mit dem Hubbleparameter H , der sich auch als Ausdehnungsrate des Universums auffassen lässt. Ein Teilchen ist im Gleichgewicht mit dem Plasma, also gekoppelt, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

Kopplungsbedingung: $\Gamma \geq H$

Gamma wird im Rahmen dieses Seminarvortrages über den folgenden Ausdruck ermittelt.

Wechselwirkungsrate: $\Gamma \equiv n\sigma|v|$

In dieser Gleichung ist n die bereits eingeführte Teilchendichte. σ ist der Wirkungsquerschnitt für Wechselwirkungen der entsprechenden Teilchensorte.

Der Hubbleparameter H ändert sich bei der Entwicklung des Universums. Für unsere Behandlung der Entkopplung ist das Universum noch strahlungsdominiert. Diese Annahme ist maßgeblich für die hier nicht näher beschriebene Berechnung des Hubbleparameters.

Strahlungsdominiert bedeutet, dass der Großteil der Teilchensorten des Universums noch in relativistischer Form vorliegt. Ab einem späteren Zeitpunkt der Entwicklung ist das Universum schließlich materiedominiert, was bedeutet, dass die meisten Teilchensorten bereits nicht-relativistischen Charakter besitzen.

4.2 Wichtige Ereignisse in der Entwicklung des Universums

Die physikalischen Betrachtungen sind heute bis zurück zur Planck-Epoche möglich. Davor ist das Universum räumlich so gering ausgedehnt, dass der Schwarzschildradius kleiner ist als die Compton-Wellenlänge der enthaltenen Teilchen. Diese Epoche erstreckte sich bis zu einer Zeit von $t \approx 10^{-43}$ sec nach dem Urknall. Dieser Zeitpunkt entspricht einer Temperatur von $T \approx 10^{19}$ K. Um eine physikalische Beschreibung der Ereignisse vor diesem Zeitpunkt bzw. Temperaturpunkt durchführen zu können, muss etwas wie „Quantengravitation“ verwendet werden. Eine solche Theorie ist aber von der modernen Physik noch nicht formuliert worden.

Im folgenden soll die Entwicklung des Universums in einzelnen Schritten betrachtet werden.

1. Die GUT-Symmetriebrechung bei 10^{14} GeV bis 10^{16} GeV

Bei Symmetriebrechungen, die als Phasenübergänge aufgefasst werden können, spalten sich die vier bekannten Wechselwirkungen, die nach heutiger Auffassung zu Beginn des Universums noch in einer Kraft vereint waren, voneinander ab. Die Gravitation sollte sich bereits in der Planck-Epoche abgespalten haben, weshalb hier mit der GUT-Symmetriebrechung begonnen wird. Bei dieser Symmetriebrechung trennen sich von einer einheitlichen Wechselwirkung aus starker, schwacher und elektromagnetischer Wechselwirkung die starke Wechselwirkung und die elektroschwache Wechselwirkung ab.

2. Die Elektroschwache Symmetriebrechung bei ca. 300 GeV

Bei diesem Phasenübergang trennt sich die zuvor aus der GUT hervorgegangene elektroschwache Wechselwirkung in die bei den heutigen Temperaturen wirkende schwache Wechselwirkung und die elektromagnetische Wechselwirkung. Diese Urkräfte sind nur theoretisch belegbar, da solch hohe Energien noch nicht erzeugt werden können, bei denen man diese Arten von Wechselwirkungen tatsächlich beobachten könnte.

3. Bei 100 GeV bis 300 GeV entstehen Chiralität und Farbladung

Das Erscheinen der Farbladung und der Chiralität bewirkt, dass sich nun aus den Gluonen und den Quarks, die sich im Teilchenplasma befinden, Hadronen bilden können. Es bilden sich zwei Sorten von Hadronen: zum einen die Mesonen, die aus einem Quark-Antiquark-Paar bestehen und zum anderen die Baryonen, die aus drei verschiedenen Quarks aufgebaut sind. Die meisten dieser Teilchen sind jedoch höchst instabil und zerfallen sehr schnell. Die einzigen fast stabilen Varianten der Baryonen sind das Proton und das Neutron.

4. Die Teilchen entkoppeln nacheinander

Entsprechend ihrer Ruhmasse entkoppeln die Teilchen, die sich im Plasma befinden, in dieser Phase nacheinander. Den Anfang machen die schwersten Teilchen, gefolgt von den leichteren.

- Protonen und Neutronen entkoppeln bei 10^{-4} sec bzw. 10^{12} K
- Neutrinos und Antineutrinos entkoppeln bei 10^{-1} sec bzw. 10^{10} K
- Elektronen und Positronen entkoppeln bei 10^9 K bis 10^{10} K

5. Die Epoche der primordialen Nukleosynthese

In der Epoche der primordialen Nukleosynthese verbinden sich Protonen und Neutronen zu leichten Kernen. Diese sind der Heliumkern sowie in geringen Mengen auch Deuterium- und Lithiumkerne. Die schwereren Kerne entstehen nicht auf diese Art, sie werden mittels Fusion in Sternen und anderen Objekten mit großer Masse gebildet.

6. Bei 10^{11} sec ist das Universum materiedominiert

Das bedeutet, dass die Energie des Universums nun hauptsächlich in Form von Masse der nicht-relativistischen Teilchen vorliegt. Davor hat sie als relativistische Teilchen, also in Form von Strahlung vorgelegen. Diese zeitlich frühere Epoche wird entsprechend als strahlungsdominiert bezeichnet.

7. Rekombination der Protonen und Elektronen bei 10^{13} sec

Im letzten Schritt fingen die entstandenen Kerne die noch freien Elektronen ein und es entstanden vollständige Atome. Durch die Gravitation bildeten sich daraus Anhäufungen von Atomen. Durch diesen Prozess sind alle größeren Gebilde des Universums entstanden.

5. Vertiefte Betrachtung von drei der wichtigen Ereignisse

5.1 Neutrino-Entkopplung

An der Entkopplung des Elektron-Neutrinos aus dem thermischen Plasma lässt sich der Entkopplungsvorgang von masselosen Teilchen verdeutlichen. Vor seiner Entkopplung befinden sich neben dem Neutrino selbst noch sein Antiteilchen, das Elektron, das Positron und das Photon im thermodynamischen Gleichgewicht. In diesem Gleichgewicht finden ständige Wechselwirkungen zwischen den Teilchen, also auch den Fermionen statt. Diese Fermionen-Wechselwirkungen sind Umwandlungsprozesse, bei denen sich das Neutrino durch Reaktionen mit einem entsprechenden anderen Teilchen in Elektron, Positron bzw. Antineutrino umwandelt.

Neutrinowechselwirkungen: $\bar{\nu}\nu \leftrightarrow e^+e^- \quad \nu e \leftrightarrow \nu e \quad \text{etc.}$

Wie bereits unter 4.1 angesprochen wurde, wird im Rahmen dieses Vortrages als Kopplungsbedingung der Vergleich der Wechselwirkungsrate Γ mit dem Hubbleparameter H angenommen. Ein Teilchen ist mit dem thermischen Plasma gekoppelt, wenn die Bedingung

Kopplungsbedingung: $\Gamma \geq H$

erfüllt ist. Die Hubblekonstante wird hier als bekannt vorausgesetzt, ihre Berechnung wurde bereits in früheren Vorträgen besprochen. Wir nehmen das Universum als strahlungsdominiert an und erhalten für die Hubblekonstante einen Wert von:

Hubblekonstante (stdo.) $H \approx \frac{T^2}{m_{pl}}$

Die Wechselwirkungsrate war im Wesentlichen das Produkt aus Wirkungsquerschnitt σ und Teilchendichte n . Löst man das Integral für die Teilchendichte unter 2.1, so

erhält man ein Ergebnis für n , das proportional zu T^3 ist. Der Wirkungsquerschnitt der hier vorliegenden Fermionenreaktionen lässt sich näherungsweise als

Wirkungsquerschnitt:
$$\sigma \approx G_F^2 T^2$$

annehmen. G_F ist hierbei die Fermikonstante. Damit ergibt sich für das Verhältnis aus Wechselwirkungsrate und Hubbleparameter ein Wert von:

$$\frac{\Gamma_{\text{int}}}{H} \approx \frac{G_F^2 T^5}{T^2 / m_{pl}} \approx \left(\frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^3$$

Aus dieser Gleichung lässt sich nun die Temperatur und damit die Zeit bzw. die Energie ablesen, bei der die Elektron-Neutrinos entkoppeln. Bei Temperaturen über 1 MeV ist Γ_{int} größer als H , also sind die Neutrinos im Gleichgewicht mit dem Plasma. Bei Temperaturen unter 1 MeV ist Γ_{int} kleiner als H , also sind die Neutrinos nicht mehr im Gleichgewicht mit dem Plasma, sie sind entkoppelt. Wie bereits erwähnt

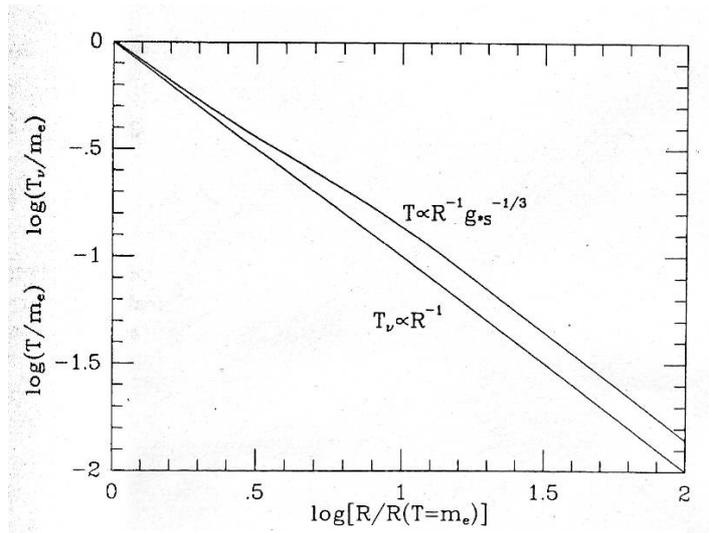


Abb.2: Neutrinotemperatur als Funktion des Skalenfaktors R

geht die Entropie der entkoppelten Neutrinos auf die Teilchen im Plasma über, was bewirkt, dass ihre Temperatur langsamer abnimmt. Dieser Sachverhalt ist in Abb.2 aufgezeigt.

Die heutige Temperatur der Neutrinos lässt sich berechnen. Dazu nutzt man zum einen die bekannte Anzahl der Freiheitsgrade g_* des Plasmas vor und nach der Entkopplung der Neutrinos und zum anderen die Konstanz der Entropie S vor und nach der Entkopplung.

Entropie:
$$g_* (RT)^3 = S = \text{const.}$$

Da sich g_* während des Vorgangs ändert, S jedoch konstant bleibt, muss sich zwangsläufig der RT -Wert ändern. Da R ebenfalls konstant ist bei der zeitlich relativ schnell verlaufenden Entkopplung, lässt sich aus der bekannten heutigen Temperatur der Photonen die heutige Neutrinotemperatur bestimmen. Mit einer Photonentemperatur von 2,75 K liegt die Neutrinotemperatur heute bei einem Wert von 1,96 K.

5.2 Rekombination der Protonen mit den Elektronen

Nachdem die Elektronen ebenfalls in nicht-relativistische Teilchen übergegangen sind wie kurz zuvor die Neutrinos, setzt die Rekombination mit den bereits früher entkoppelten Protonen ein. Das bedeutet, die Materie beginnt Wasserstoff-Atome zu formen.

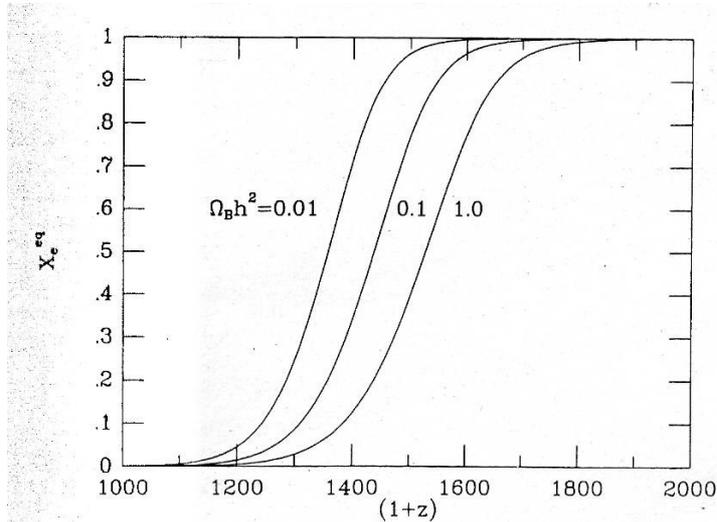


Abb.3: Rekombinationsrate der Protonen als Funktion der Rotverschiebung

Wann man letztendlich von einer abgeschlossenen Rekombination sprechen kann ist eine Definitionsfrage. Für diese Betrachtung soll dazu ein Wert von 90% kombinierten Protonen und Elektronen angenommen werden. Das bedeutet, dass 90% der in gleicher Zahl vorhandenen Protonen und Elektronen zu Wasserstoff-Atomen verbunden sind. Die Gleichung, die den Grad der Ionisierung in einem Plasma beschreibt, ist die Saha-Gleichung.

Saha-Gleichung:

$$\frac{1 - X_e^{eq}}{(X_e^{eq})^2} = \frac{4\sqrt{2}\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \eta \left(\frac{T}{m_e} \right)^{3/2} \exp(B/T)$$

mit

$$X_e \equiv \frac{n_p}{n_B}; \quad g_p = g_e = 2; \quad g_H = 4; \quad \eta = \frac{n_B}{n_\gamma}$$

$$\eta = (\Omega_B h^2) 2,68 \cdot 10^{-8}$$

$$T = 2,75K(1+z)$$

Diese Gleichung ist in Abb.3 graphisch für drei verschiedene Werte von Ωh^2 als Funktion der Rotverschiebung $(1+z)$ dargestellt. 90% der Elektronen und Protonen haben rekombiniert, wenn nur noch 10% der zuvor freien Protonen vorhanden sind. Es lässt sich nun einfach der entsprechende Rotverschiebungswert ablesen und daraus die Temperatur und der Zeitpunkt bestimmen. Die bei der Rekombination vorherrschende Temperatur war:

$$T_{rec} = T_0(1+z_{rec}) = 3575K = 0,308eV$$

Die Rekombination fand zu folgendem Zeitpunkt statt:

$$t_{rec} = \frac{2}{3} H_0^{-1} \Omega_0^{-1/2} (1+z_{rec})^{-3/2} = 4,39 \cdot 10^{12} (\Omega_0 h^2)^{-1/2} \text{ sec}$$

5.3 Photonen-Entkopplung

Als letztes Teilchen entkoppelt das Photon aus dem Plasma. Wie bereits angesprochen wurde, geschieht dies zu dem Zeitpunkt, an dem die Kopplungsbedingung nicht mehr erfüllt ist. Es muss also gelten:

Entkopplungsbedingung: $\Gamma_\gamma \approx H$

Da die Photonenwellenlänge als das Inverse der Wechselwirkungsrate Γ aufgefasst werden kann, lässt sich diese Bedingung wie folgt darstellen:

Photonenwellenlänge: $\lambda_\gamma \approx \Gamma_\gamma^{-1} \approx H^{-1}$

Da die Photonen an den entkoppelten Elektronen streuen, ist Wechselwirkungsrate der Photonen gegeben durch:

Wechselwirkungsrate: $\Gamma_\gamma = n_e \sigma_T$

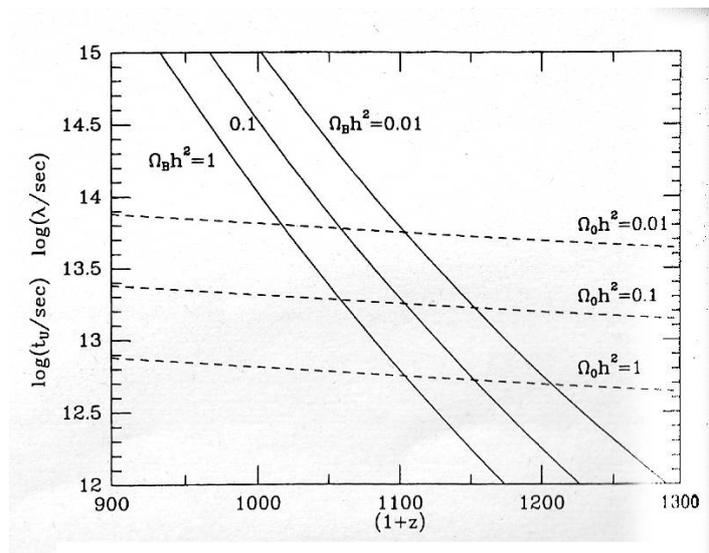


Abb.4: Wellenlänge der Photonen und Zeit als Funktion der Rotverschiebung

Der Wirkungsquerschnitt ist als Thomsonwirkungsquerschnitt bekannt und ist bereits in vielen Experimenten bestimmt worden. Die Wechselwirkungsrate kann so wie die Zeit als Funktion der Rotverschiebung dargestellt werden. Sowohl die Zeit als auch die Photonenwellenlänge, das Inverse der Wechselwirkungsrate, ist in Abb. 4 als Funktion der Rotverschiebung aufgetragen.

Über den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge und der Zeit

Zusammenhang zwischen t und λ : $\lambda_\gamma \approx \Gamma_\gamma^{-1} \cong t \approx H^{-1}$

kann mit der Entkopplungs-Bedingung die Rotverschiebung beim Entkoppeln graphisch bestimmt werden.

Man erhält so für die Temperatur bei der Photonentkopplung:

$$T_{dec} = T_0(1 + z_{dec}) = 3030K = 0,26eV$$

Der Zeitpunkt der Entkopplung lag bei:

$$t_{dec} = \frac{2}{3} H_0^{-1} \Omega_0^{-1/2} (1 + z_{dec})^{-3/2} = 5,64 \cdot 10^{12} (\Omega_0 h^2)^{-1/2} \text{ sec}$$

6. Zusammenfassung

Die Aufgabe dieses Seminarvortrages war es, einen Überblick über die thermische Entwicklung des Universums zu vermitteln. Als wichtiger Kernpunkt ist hervorzuheben, dass sich das Teilchengemisch des Universums als ein Plasma beschreiben lässt, das während seiner zeitlichen Entwicklung abkühlt. Da sich das Universum dabei ausdehnt, kann diese Entwicklung als eine adiabatische Zustandsänderung aufgefasst werden.

Die im Plasma enthaltenen Teilchen werden nicht-relativistisch, wenn das Plasma Temperaturen erreicht, die ihrer Ruhmasse entsprechen. Dieser Vorgang wird als Ausfrieren bezeichnet; damit wird zum Ausdruck gebracht, dass über diesen Prozess erst feste Materie entsteht. Die relativistischen Teilchen sind im Gegensatz dazu als Strahlung aufzufassen.

Ob ein Teilchen relativistisch oder nicht-relativistisch ist, lässt sich vereinfacht aus dem Verhältnis zwischen Wechselwirkungsrate Γ und Hubbleparameter H auffassen. Hierbei gilt, dass ein Teilchen relativistisch vorliegt, wenn die Wechselwirkungsrate größer als der Hubbleparameter ist. Ist dies nicht der Fall so handelt es sich um ein nicht-relativistisches Teilchen.

Gegenwärtig sind wir bei einer Temperatur angekommen, die nicht weit vom absoluten Nullpunkt entfernt ist. Folglich sind heute keine massiven Teilchen mehr in relativistischer Gestalt anzutreffen. Einzig die masselosen bzw. nahezu masselosen Teilchen wie die Neutrinos und die Photonen können noch als relativistisch angesehen werden.