
Seminar: Theorie der Teilchen und Felder WS 2006/07

- Primordiale Nukleosynthese -

Marc Fliedner

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	2
1.1	Thermodynamische Gleichgewichtsbetrachtung	2
1.2	Nukleares Statistisches Gleichgewicht (NSE)	2
2	Primordiale Nukleosynthese	3
2.1	Anfangsbedingungen	3
2.2	Entstehung der leichten Elemente 1-2-3	4
2.3	Vorhersage primordialer Mengen	5
2.4	Beobachtete Mengen	6
2.4.1	Deuterium	6
2.4.2	Helium-3	7
2.4.3	Lithium-7	7
2.4.4	Helium-4	7
2.5	Primordiale Nukleosynthese als Sonde	8
3	Abschließende Bemerkungen	9

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Thermodynamische Gleichgewichtsbetrachtung

Die primordiale Nukleosynthese beschreibt die Entstehung der leichten Elemente nach dem Urknall. Die theoretische Beschreibung erfolgt mit Hilfe der Thermodynamik bzw. der Theorie der Quantengase. Eine Teilchenzahldichte eines Gases von Teilchen ist gegeben durch

$$n = \frac{g}{(2\pi)^2} \int f(\vec{p}) d^3p$$

g ist die Anzahl der internen Freiheitsgrade des Gases und $f(\vec{p})$ die Phasenraumbesetzungsfunktion. Letztere ist im kinetischen Gleichgewicht gegeben als

$$f(\vec{p}) = \left[\exp\left(\frac{E - \mu}{T}\right) \pm 1 \right]^{-1}$$

Wobei man ein positives Vorzeichen (+1) für Fermionen und ein negatives Vorzeichen (-1) für Bosonen setzen muß. Wird nun mit der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung $p = \sqrt{E^2 - m^2}$ substituiert, erhält man

$$n = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{(E^2 - m^2)^{\frac{1}{2}}}{\exp\left[\frac{E - \mu}{T}\right] \pm 1} E dE \quad (1)$$

Die Dichte eines Teilchens A im nichtrelativistischen Grenzfall ($E \propto m \gg T$) ist somit als Lösung dieses Integrals gegeben

$$n_A = g_A \left(\frac{m_A T}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{\mu_A - m_A}{T}\right) \quad (2)$$

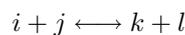
Die Teilchenzahldichte der Photonen ergibt sich aus der Lösung des Integrals (1) für Bosonen im relativistischen Grenzfall ($T \gg m$)

$$n = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 \quad (3)$$

$\zeta(3)$ ist hier die Riemannsche Zeta-Funktion von 3.

1.2 Nukleares Statistisches Gleichgewicht (NSE)

Um die primordiale Nukleosynthese zu verstehen, werden zunächst Gleichungen im Nuklearen Statistischen Gleichgewicht (NSE) formuliert. Verläuft die Reaktion, welche einen Kern(A) aus Z Protonen und A-Z Neutronen bildet, schnell im Vergleich zur Expansionsrate H des Universums, erhält man chemisches Gleichgewicht. Im chemischen Gleichgewicht dürfen die Summen der chemischen Potentiale der Edukte und Produkte gleichgesetzt werden. Das heißt für die Spezies i, die mit den Spezies j,k und l reagiert



gilt im chemischen Gleichgewicht $\mu_i + \mu_j = \mu_k + \mu_l$. Also für den Kern(A) gilt:

$$\mu_A = Z\mu_p + (A - Z)\mu_n \quad (4)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung lassen sich folgende Umformungen erzielen

$$\exp\left(\frac{\mu_A}{T}\right) = \exp\left(\frac{Z\mu_p + (A - Z)\mu_n}{T}\right) \quad (5)$$

$$= n_p^Z n_n^{A-Z} \left(\frac{2\pi}{m_N T}\right)^{\frac{3A}{2}} 2^{-A} \exp\left(\frac{Zm_p + (A - Z)m_n}{T}\right) \quad (6)$$

Hierbei wurde ausgenutzt, daß (2) ebenfalls für Protonen und Neutronen gilt. Die Bindungsenergie eines Kerns(A) ist gegeben durch den Massendefekt

$$B_A \equiv Zm_p + (A - Z)m_n - m_A \quad (7)$$

Setzt man nun (7) in (6) und dies schließlich in (2) ein, erhält man für die Teilchendichte eines Kerns(A)

$$n_A = g_A A^{\frac{3}{2}} 2^{-A} \left(\frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3(A-1)}{2}} n_p^Z n_n^{A-Z} \exp\left(\frac{B_A}{T}\right) \quad (8)$$

Der Massenanteil eines Kerns(A) ist definiert als

$$X_A \equiv \frac{n_A A}{n_N} \quad \text{mit} \quad \sum_i X_i = 1 \quad (9)$$

mit der totalen Nukleonendichte

$$n_N = n_n + n_p + \sum_i (A n_A)_i \quad (10)$$

Somit folgt unter Berücksichtigung der Photonendichte $n_\gamma = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} 2T^3$ und des Baryon-Photon-Verhältnisses $\eta = \frac{n_N}{n_\gamma}$

$$X_A = g_A \left[\xi(3)^{A-1} \pi^{\frac{1-A}{2}} 2^{\frac{3A-5}{2}} \right] A^{\frac{5}{2}} \left(\frac{T}{m_N} \right)^{\frac{3(A-1)}{2}} \eta^{A-1} \cdot X_p^Z X_n^{A-Z} \exp\left(\frac{B_A}{T}\right) \quad (11)$$

2 Primordiale Nukleosynthese

2.1 Anfangsbedingungen

Die Neutron-zu-Proton-Rate ist für den Prozeß der primordialen Nukleosynthese von außerordentlicher Wichtigkeit. Somit werden nun die Reaktionen der schwachen Wechselwirkung betrachtet, die Neutronen und Protonen zueinander in Beziehung setzen:

$$\begin{aligned} n &\Leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \\ \nu_e + n &\Leftrightarrow p + e^- \\ e^+ + n &\Leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \end{aligned}$$

Wird nun wieder angenommen, dass die Reaktionsraten Γ größer als die Expansion H des Universums sind, besteht chemisches Gleichgewicht und es gilt

$$\mu_n + \mu_\nu = \mu_p + \mu_e \quad (12)$$

Damit folgt für Neutron-zu-Proton-Rate

$$\frac{n}{p} \equiv \frac{n_n}{n_p} = \frac{X_n}{X_p} = \exp\left(\frac{-Q}{T} + \frac{\mu_e - \mu_\nu}{T}\right) \quad (13)$$

mit $Q \equiv m_n - m_p = 1,293 \text{ MeV}$. Für die Elektronen gilt $\frac{\mu_e}{T} \sim \frac{n_e}{n_\gamma}$, so daß mit Hilfe der Ladungsneutralität des Universums folgt

$$\frac{\mu_e}{T} \sim \frac{n_e}{n_\gamma} = \frac{n_p}{n_\gamma} \sim \eta \sim 10^{-10}$$

Die Teilchendichten der ν_e stehen in ähnlicher Beziehung zu dem Quotienten $\frac{\mu_{\nu_e}}{T}$. Wird nun angenommen, daß die Leptonenanzahl klein ist, folgt $\frac{|\mu_{\nu_e}|}{T} \ll 1$. Gleichgewichtswert von $\frac{n}{p}$ ist somit gegeben als

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{EQ} = \exp\left(\frac{-Q}{T}\right) \quad (14)$$

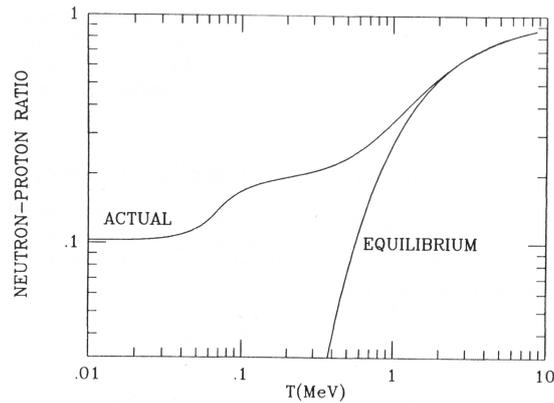


Abbildung 1: Aktuelle Werte und Gleichgewichtswerte des Neutron-zu-Proton-Verhältnisses

Man erkennt in Abb.1, daß der GLG-Wert ab Unterschreiten einer bestimmten Temperatur vom eigentlichen Wert immer stärker abweicht. Dies ist auf das Ausfrieren des $\frac{n}{p}$ -Verhältnisses zurückzuführen. Näherungsweise gilt für die Reaktionsrate

$$\Gamma_{pe \rightarrow \nu n} \simeq G_F^5 T^5 \quad \text{für } T \gg Q, m_e$$

so daß für den Vergleich mit der Expansionsrate $H \sim 1,66 \frac{g_*^{\frac{1}{2}} T^2}{m_{Pl}} \sim 5,5 \frac{T^2}{m_{Pl}}$ folgt

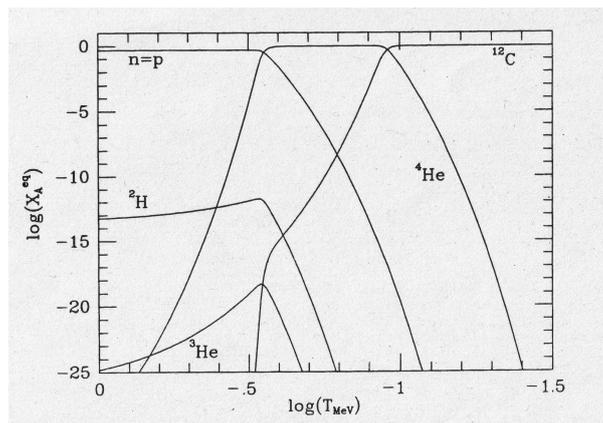
$$\frac{\Gamma}{H} \sim \left(\frac{T}{0,8 \text{ MeV}} \right)^3 \quad \text{für } T \geq m_e \quad (15)$$

Wenn die Temperatur somit kleiner als $0,8 \text{ MeV}$ wird, wird Γ kleiner als H und es liegt kein chemisches GLG mehr vor.

Die Temperatur, bei welcher die Bildung eines Kerns(A) thermodynamisch bevorzugt wird, erhält man aus (11) für $X_A \sim X_n \sim X_p \sim 1$:

$$T_{NUC} \simeq \frac{\frac{B_A}{A-1}}{\ln(\eta^{-1}) + 1,5 \ln\left(\frac{m_N}{T}\right)} \quad (16)$$

Damit ergeben sich die folgenden Temperaturen für die leichten Elemente: $T_{NUC,D} \simeq 0,07 \text{ MeV}$, $T_{NUC,^3\text{He}} \simeq 0,11 \text{ MeV}$, $T_{NUC,^4\text{He}} \simeq 0,28 \text{ MeV}$, $T_{NUC,^{12}\text{C}} \simeq 0,25 \text{ MeV}$.


 Abbildung 2: Massenanteile für System im NSE mit n, p, D, ^3He , ^4He - und ^{12}C -Kernen in Abhängigkeit von der Temperatur T. Vereinfachung $X_n = X_p$

2.2 Entstehung der leichten Elemente 1-2-3

Stufe 1: ($t = 10^{-2} \text{ sec}$, $T = 10 \text{ MeV}$)

Zu diesem Zeitpunkt wird die Energiedichte durch Strahlung dominiert. Die derzeitigen relativistischen Freiheitsgrade sind: e^\pm , γ und 3 Neutrinoarten. Somit folgt $g_* = 10,75$. Die Reaktionsraten sind viel größer als die Expansionsraten des Universums, so daß NSE vorliegt, also

$$\left(\frac{n}{p}\right) = \left(\frac{n}{p}\right)_{EQ} \simeq 1 \quad \text{und} \quad T_{\nu_e} = T$$

Stufe 2: ($t \simeq 1 \text{ sec}$, $T = T_F = 1 \text{ MeV}$)

Die drei Neutrinos sind vom Plasma entkoppelt und durch Annihilation der e^\pm -Paare wurde die Entropie auf die Photonen übertragen und ihre Temperatur erhöht. Die Photonen haben damit zu dieser Zeit eine um den Faktor $\left(\frac{11}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$ relativ zu den Neutrinos erhöhte Temperatur. Γ wird jetzt kleiner als H , so daß die Reaktionen ausfrieren. Das $\frac{n}{p}$ -Verhältnis beträgt zu der Zeit $\left(\frac{n}{p}\right)_{\text{freeze-out}} = \exp\left(\frac{-Q}{T_F}\right) \simeq \frac{1}{6}$. Dieser Wert wird sich erst bei Beginn der Nukleosynthese signifikant ändern.

Stufe 3: ($t = 1 - 3 \text{ min}$, $T = 0,3 - 0,1 \text{ MeV}$)

Zu diesem Zeitpunkt sind die e^\pm -Paare vollständig verschwunden, so daß der Wert von g_* auf 3,36 abgesunken ist. Das $\frac{n}{p}$ -Verhältnis beträgt nun $\sim \frac{1}{7}$. Bei $T = 0,3 \text{ MeV}$ ist $X_{4He} \simeq 1$, jedoch erreicht Helium-4 kurz zuvor ($T = 0,5 \text{ MeV}$) nicht seinen eigentlichen NSE-Wert. Dies liegt daran, daß die Helium-4 erzeugenden Prozesse $D(D, n)^3He$, $D(D, p)^4He$, $D(D, p)^3H$, $D(D, n)^4He$ zu wenig Helium-4 produzieren. Dies hat zwei Gründe:

1. Die Mengen von D , 3He , 3H sind zwar vorhanden, jedoch sind die Mengen zu diesem Zeitpunkt immer noch gering ($X_D = 10^{-12}$, $X_{^3He} = 2 \cdot 10^{-19}$, $X_{^3H} = 5 \cdot 10^{-19}$). Damit folgt, daß $n_A = \left(\frac{X_A}{A}\right) \eta n_\gamma$ klein ist und somit auch $\Gamma \propto n_A < \sigma|v| >$, wobei $< \sigma|v| >$ den Wirkungsquerschnitt darstellt.
2. Die Coulomb-Barrieren-Unterdrückung wird zunehmend signifikant. Der thermische Durchschnittsfaktor der Barrierendurchdringung ist gegeben als

$$< \sigma|v| > \propto \exp\left[-2\bar{A}^{\frac{1}{3}} (Z_1 Z_2)^{\frac{2}{3}} T_{MeV}^{-\frac{1}{3}}\right] \quad \text{mit} \quad \bar{A} = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}$$

Bei $T \simeq T_{NUC} \sim 0,1 \text{ MeV}$ ist $X_{2,3} \simeq 1$ und es werden nahezu alle Neutronen schnell in 4He gebunden. Daraus folgt die Abschätzung

$$X_4 \simeq \frac{4n_4}{n_N} = \frac{2\left(\frac{n_n}{2}\right)}{n_n + n_p} = \frac{2\left(\frac{n}{p}\right)_{NUC}}{1 + \left(\frac{n}{p}\right)_{NUC}}$$

mit $\left(\frac{n}{p}\right)_{NUC} \simeq \frac{1}{7}$ (bei $T_{NUC} \simeq 0,1 \text{ MeV}$). Der sog. „Flaschenhals der leichten Elemente“ ist dann überwunden und Helium-4 entsteht in der geforderten Menge.

2.3 Vorhersage primordialer Mengen

Obwohl der Code zur numerischen Berechnung der primordialen Mengen immer weiter verbessert wurde und bei einem Fehler von weniger als 1% liegt, hängt dieser dennoch sensibel von den Eingangsparametern ab. Die Helium-4 Menge ist durch die Reaktionsrate Γ abhängig von der Halbwertszeit des Neutrons, da gilt $\Gamma \propto \frac{T^5}{\tau_{\frac{1}{2}}(n)}$, jedoch ist die Halbwertszeit des Neutrons noch mit einem Fehler behaftet $\tau_{\frac{1}{2}}(n) = 10,5 \pm 0,2 \text{ min}$. Ebenso müssen bei den Eingangsparametern bzgl. der Lithium-7 Menge eine 50% Unsicherheit der Lithium-erzeugenden und -zerstörenden Prozessen berücksichtigt werden. Des weiteren ist klar, daß η nur eine Funktion der Temperatur sein kann, da in einem strahlungsdominierten Universum $H = H(T)$ und allgemein $\Gamma \propto < \sigma|v| > \cdot n_A = f(T) \cdot \left(\frac{X_A}{A}\right) \eta n_\gamma = f(T) \cdot n_A(\eta, T)$ gilt.

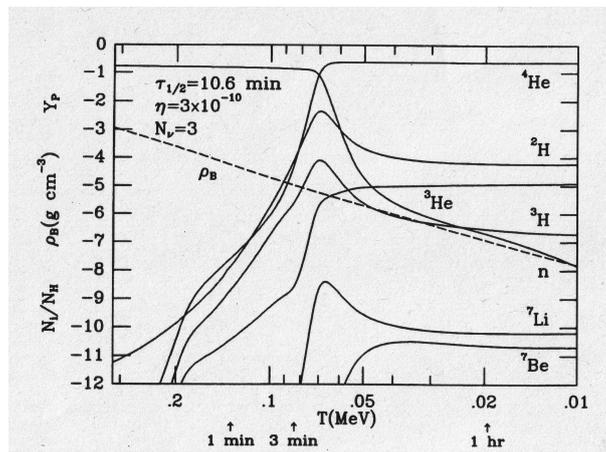


Abbildung 3: Entwicklung der primordialen Nukleosynthese; ρ_B Baryonendichte, Massenanteil ${}^4\text{He}$ und Teilchenzahldichten der anderen (leichten) Elemente (rel. zu H)

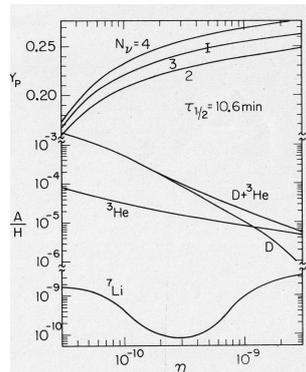


Abbildung 4: Aktuelle vorhergesagte primordiale Mengen der (leichten) Elemente in Abhängigkeit von η .

Die vorhergesagten Mengen sind abhängig von η , g_* , $\tau_{\frac{1}{2}}(n)$. Da $\Gamma_{SWW} \propto \frac{T^5}{\tau_{\frac{1}{2}}(n)}$ folgt für einen größeren Wert der Halbwertszeit eine höhere Ausfrieretemperatur, die Ausfrierung beginnt also früher, was in einem Anstieg der vorhergesagten Helium-4 Menge resultiert. Mit $H \propto g_*^{\frac{1}{2}} T^2$ folgt, daß ein Anstieg von g_* in einem Anstieg der Expansionsrate resultiert und ebenso der Ausfrieretemperatur, da $T_F \propto g_*^{\frac{1}{6}}$. Auch dies führt also zu einem Anstieg der Helium-4 Menge. Da $X_{A,NSE} \propto \eta^{A-1}$ folgt für einen größeren Wert von η , daß D , ${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$ früher gebildet werden und damit eine größere Menge Helium-4 resultiert. Der Anstieg der Helium-4 Menge ist in Abhängigkeit zu η eher gering. Signifikant sind jedoch die Mengen von D , ${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$ die unverbrannt bleiben, diese verhalten sich wie $[\eta^{-n}]$ ($n = 1$ bis 2). Ebenso kann man in Abb.4 ganz klar eine „Lithium-Senke“ erkennen. Dies ist auf zwei verschiedene Lithium-7 erzeugende Prozesse zurückzuführen, von welchen einer bei niedrigem η bevorzugt Lithium-7 bildet und der andere bei hohem η .

2.4 Beobachtete Mengen

2.4.1 Deuterium

Die Mengen für Deuterium können aus UV-Absorptionsuntersuchungen lokaler interstellarer Medien (ISM) erhalten werden und Messung von Deuterium-Molekülen (DCO; DHO) in ISM. Die vorsolare Menge von D kann aus der D-Menge der Jupiteratmosphäre zusammen mit der ${}^3\text{He}$ Menge von Solar- und Meteoritendaten zu $(\frac{D}{H})_{vs} \simeq (2 \pm 1) \cdot 10^{-5}$ gefolgert werden. Da D schwach gebunden ist, ist es schwierig zu produzieren und leicht zu zerstören. Es verbrannt bei einer Temperatur von $T_B \geq 0,5 \cdot 10^6 \text{ K}$, so daß die derzeit gemessene Menge eine untere Schranke der primordialen D-Menge darstellt (also $(\frac{D}{H})_p \geq 1 \cdot 10^{-5}$), was einer oberen Schranke für η entspricht mit $\eta \leq 1 \cdot 10^{-9}$.

2.4.2 Helium-3

Die ${}^3\text{He}$ -Menge wird aus Solarsystemuntersuchungen und Messungen von ${}^3\text{He}$ -Hyperfeinlinien in HII-Regionen¹ erhalten. Die Messungen an kohlenstoffhaltigen Chondriten², ergab $\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}} \simeq 1,4 \pm 0,4 \cdot 10^{-5}$. Ebenso wurde die ${}^3\text{He}$ -Menge des Solarwindes durch Untersuchungen von Meteoriten, lunarem Erdboden und der Folie, welche von den Apollo-Astronauten auf der Mondoberfläche plaziert wurde, gemessen. Da D zu ${}^3\text{He}$ verbrannt wurde, stellen die Ergebnisse der Messungen den vorsolaren Wert von $(D + {}^3\text{He})$ dar mit dem Ergebnis $\left(\frac{D+{}^3\text{He}}{\text{H}}\right)_{vs} \simeq (3,6 \pm 0,6) \cdot 10^{-5}$. Da nun ${}^3\text{He}$ viel schwieriger als D zu verbrennen ist, folgt in Abwesenheit von PopIII³-Sternen, welche ${}^3\text{He}$ effizient zerstören können ohne eine ${}^4\text{He}$ -Überproduktion zu verursachen, daß ${}^3\text{He}$ höchstens um einen Faktor $f_a \simeq 2$ reduziert worden sein kann. Es kann somit folgende Ungleichung aufgestellt werden

$$\left[\frac{(D+{}^3\text{He})}{\text{H}}\right]_p \leq \left(\frac{D}{\text{H}}\right)_{vs} + f_a \left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right)_{vs} \quad (17)$$

$$\leq (1 - f_a) \left(\frac{D}{\text{H}}\right)_{vs} + f_a \left[\frac{D+{}^3\text{He}}{\text{H}}\right]_{vs} \quad (18)$$

Daraus läßt sich eine obere Schranke der primordialen $(D+{}^3\text{He})$ -Menge angeben zu $\left[\frac{(D+{}^3\text{He})}{\text{H}}\right]_p \leq 8 \cdot 10^{-5}$, bzw. für einen konservativeren Faktor von $f_a \simeq 4$ folgt $\left[\frac{(D+{}^3\text{He})}{\text{H}}\right]_p \leq 13 \cdot 10^{-5}$. Dies ist äquivalent zu $\eta \geq 4 \cdot 10^{-10}$ (bzw. $\eta \geq 3 \cdot 10^{-10}$). Für eine Übereinstimmung der primordialen vorhergesagten und beobachteten Menge muß η im Bereich $\eta \simeq (4 \text{ bis } 10) \cdot 10^{-10}$ liegen.

2.4.3 Lithium-7

Die Messung der Lithium-7-Menge war auf Beobachtungen von Meteoriten und lokaler ISM und POPI-Sterne beschränkt. Wegen Lithium zerstörenden und erzeugenden Prozessen stellt die gemessene Menge nicht die primordiale Menge dar. Bei Untersuchungen von metallarmen unentwickelten Halos⁴ und Disksternen konnte man ein Plateau der Lithium-7 Menge für Sterne größerer Massen erkennen. Dies ist darauf zurückzuführen, daß kleinere Sterne tiefere oberflächenanziehende Zonen haben und somit das ${}^7\text{Li}$ tiefer in den Stern hinein ziehen können, um es schließlich zu verbrennen. Die VorPopII-Menge in Abwesenheit von PopIII-Sternen des ${}^7\text{Li}$ -Plateaus ist $\frac{{}^7\text{Li}}{\text{H}} \simeq (1,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-10}$. Hiermit folgt für eine Übereinstimmung mit der vorhergesagten $\frac{{}^7\text{Li}}{\text{H}} \simeq (1,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-10}$ -Menge $\eta \simeq (2 - 5) \cdot 10^{-10}$. Bezieht man nun eine 50%ige Unsicherheit der Reaktionsraten ein, so erhält man ${}^7\text{Li}$: $\eta \simeq (1 - 7) \cdot 10^{-10}$.

2.4.4 Helium-4

Die ${}^4\text{He}$ -Menge wird aus Betrachtungen von Rekombinationslinien in (galaktischen und extragalaktischen) HII-Regionen erhalten. Da ${}^4\text{He}$ in Sternen synthetisiert werden kann stellt die gemessene Menge nicht ohne weiteres die primordiale Menge dar. Da Sterne ebenfalls Metalle synthetisieren können, erwartet man einen Anstieg der ${}^4\text{He}$ -Menge $Y_{4\text{He}}$ mit ansteigender Metallizität der Sterns gemäß $Y = Y_{4\text{He},p} + \frac{dY}{dZ}Z$. Obwohl der statistische Fehler der Messwerte bei $\Delta Y \simeq \pm 0,01$ liegt, erkennt man an Abb. 4, daß der systematische Fehler viel größer sein muß. Der genaueste Wert konnte aus Untersuchung von metallarmen blauen Kompaktgalaxien (Kreise in Abb.4) erhalten werden. Als gewichteter Durchschnitt der ${}^4\text{He}$ -Menge ergab sich ein Wert von $Y_{p,4\text{He}} \simeq 0,245 \pm 0,003$.

¹HII-Regionen sind heiße Regionen ionisierten Wasserstoffs, die auch Helium enthalten.

²Chondriten bilden die größte Klasse der Meteoriten. Sie enthalten eingeschlossene kleinen Silikatkügelchen (sog. Chondren).

³Die jüngsten Sterne werden PopI genannt, die ältesten beobachtbaren Sterne PopII. PopIII-Sterne stellen eine hypothetische erste Generation von Sternen dar.

⁴Lichthof im Zentrum einer Galaxie.

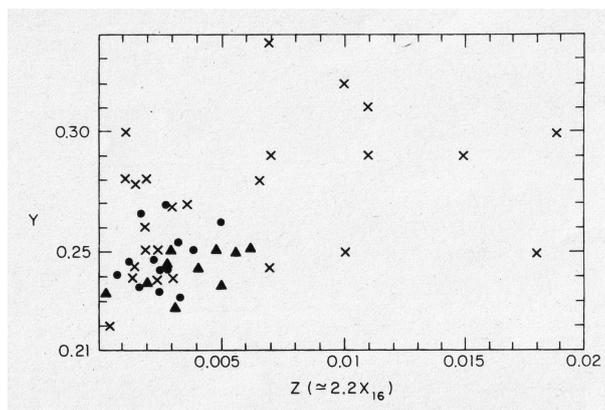


Abbildung 4: ${}^4\text{He}$ -Mengen bestimmt aus galaktischen und extragalaktischen HII-Regionen; gefüllte Markierungen stellen metallarmen extragalaktischen HII-Regionen

Mit dem Bereich von η aus der Übereinstimmungen der vorhergesagten und beobachteten Mengen von D, ${}^3\text{He}$ und ${}^7\text{Li}$ ($\eta \geq 4 \cdot 10^{-10}$ mit $\tau_{1/2}(n) \geq 10,3 \text{ min}$) ergibt sich eine vorhergesagte ${}^4\text{He}$ -Menge von (vgl. Abb.6):

$$Y_p \geq \begin{cases} 0,227 & \text{für } N_\nu = 2 \\ 0,242 & \text{für } N_\nu = 3 \\ 0,254 & \text{für } N_\nu = 4 \end{cases} \quad (19)$$

für kons. untere Grenze $\eta \geq 3 \cdot 10^{-10}$:

$$Y_p \geq \begin{cases} 0,224 & \text{für } N_\nu = 2 \\ 0,238 & \text{für } N_\nu = 3 \\ 0,251 & \text{für } N_\nu = 4 \end{cases} \quad (20)$$

Für $Y_{p,{}^4\text{He}} \simeq 0,23 - 0,25$ gibt es demnach Werte von η , N_ν und $\tau_{1/2}$ für die Übereinstimmung vorliegt.

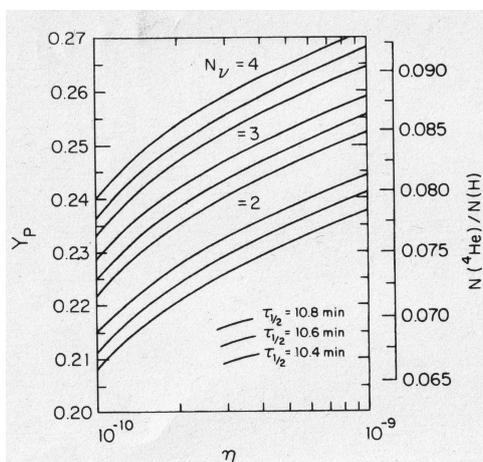


Abbildung 6: Vorhergesagte primordiale ${}^4\text{He}$ -Menge

2.5 Primordiale Nukleosynthese als Sonde

Aus den Bedingungen für die primordiale Nukleosynthese lassen sich Bedingungen des frühen Universums, der Kosmologie und der Teilchenphysik ableiten. Aus $4 \cdot 10^{-10} \leq \eta \leq 7 \cdot 10^{-10}$ (bzw. $\eta \simeq (3 - 10) \cdot 10^{-10}$) folgt:

$$\begin{aligned} 4(3) \cdot 10^{-10} &\leq \eta \leq 7(10) \cdot 10^{-10} \\ 0,015(0,011) &\leq \Omega_B h^2 \leq 0,026(0,037) \\ 0,015(0,011) &\leq \Omega_B \leq 0,16(0,21) \end{aligned} \quad (21)$$

Dies ist eine der präzisesten Bestimmungen der Baryondichte.

Da nun die leuchtende Materie nur 0,01 der kritischen Dichte beträgt und einige dynamische Untersuchungen $\Omega_o > 0,15 - 0,20$ ergeben, folgt zusammen mit $\Omega_B \geq 0,015$, daß baryonische Materie vorhanden sein muß, die nicht strahlt. Ebenso muß aufgrund der nichtverschwindenden Differenz von Ω_B und Ω_o nicht-baryonische Materie vorhanden sein. Um dies zu erklären gibt es einige Kandidaten der dunklen Materie: primordiale schwarze Löcher, Photinos, Gravitinos, massive Neutrinos, Higgsinos, rel. Ablagerungen, Sneutrinos, Monopole, Pyrgonen, etc.

Für die primordiale Nukleosynthese muß $N_\nu \leq 4$ gelten. Berechnungen haben ergeben, daß weitere Neutrinoarten zu einer Überproduktion von ${}^4\text{He}$ führen. Ebenso wurden Berechnungen mit einem „Speed-up“-Faktor (äquivalent zur Änderung von g_*) durchgeführt, welche ebenfalls in einer Überproduktion von ${}^4\text{He}$ resultieren. Aus der $D + {}^3\text{He}$ - Menge mit $\eta \geq (3 - 4) \cdot 10^{-10}$, $\tau_{\frac{1}{2}}(n) \geq 10,3 \text{min}(1\sigma)$ und $Y_{p,{}^4\text{He}} \leq 0,25$ folgt $g_*(T \sim \text{MeV}) \leq 12,5$ bzw. $N_\nu \leq 4$. Nun kann die Neutrinozahl ebenso aus der Breite des Z_o - Bosons bestimmt werden, da jeder Neutrino mit $m_\nu < \frac{m_Z}{2} 190 \text{ MeV}$ zur Breite des Z_o - Bosons beiträgt. Messungen ergeben eine Neutrinozahl von $N_\nu \simeq (4 - 7)$, also besteht Konsistenz mit der primordialen Nukleosynthese.

3 Abschließende Bemerkungen

Die Übereinstimmung zwischen der Theorie und der beobachteten Daten ist bemerkenswert. Jedoch bleiben weitere Messungen und Überprüfungen der Daten wichtig. Die primordiale Nukleosynthese bleibt somit ein strenger Test für die Standardkosmologie, ist aber gleichzeitig die wichtigste Sonde für das frühe Universum.